



根据关联速度有  $v \cos \theta = v_y \sin \theta - v_x \cos \theta$

A、B 组成的系统水平方向上动量守恒，则有  $mv = mv_x$

联立解得  $\sin^3 \theta - 6 \sin \theta + 4 = 0$

15. (1) 如图所示，粒子在第一象限做匀速圆周运动，设速度方向与  $y$  轴正方向成  $\theta$  夹角

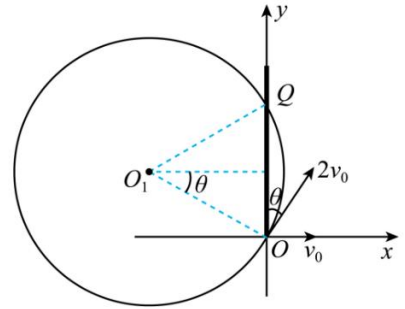
$$\text{由 } q \cdot 2v_0 \cdot B = m \frac{(2v_0)^2}{r}$$

$$\text{可知 } r = \frac{2mv_0}{Bq} \quad \sin \theta = \frac{v_0}{2v_0} = \frac{1}{2}$$

得  $\theta = 30^\circ$

$$\text{由几何关系知 } OQ = 2 \frac{m \cdot 2v_0 \sin \theta}{Bq}$$

$$\text{联立解得 Q 点坐标 } \left( 0, \frac{2mv_0}{Bq} \right)$$



(2) 粒子在电场中  $P \rightarrow O$ ， $x$  方向匀速直线运动  $t_1 = \frac{\sqrt{3}a}{v_0}$

$$\text{粒子在磁场中匀速圆周运动周期 } T = \frac{2\pi m}{Bq}$$

$$\text{粒子在场中 } O \rightarrow Q \quad t_2 = \frac{2\theta}{360^\circ} \cdot T$$

$$\text{联立解得 } t_2 = \frac{\pi m}{3Bq}$$

$$\text{粒子从 P 到 Q 的时间 } t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{3}a}{v_0} + \frac{\pi m}{3Bq}$$

(3) 经分析，所有粒子经电场偏转后均从  $O$  点进入磁场，且均经过  $Q$  点进入第二象限。如图所示。设发射粒子的初始位置纵坐标为  $-y_0$ ，从  $O$  点进入第一象限与  $x$  轴正方向夹角为  $\alpha$ ，其轨迹恰好与挡板相切，粒子经过  $O$  点速度

$$v = \frac{v_0}{\cos \alpha}$$

$$\text{粒子圆周运动的半径 } r_0 = \frac{mv}{Bq}$$

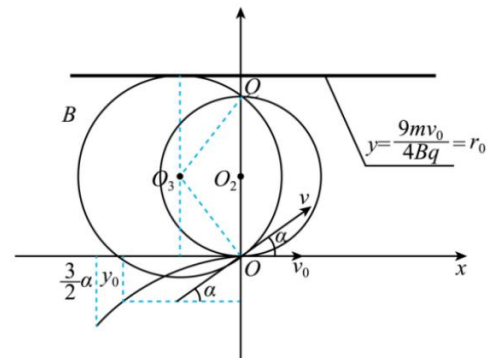
$$\text{由 } y = \frac{9mv_0}{4Bq} = r_0 + r_0 \cos \alpha$$

联立解得  $\alpha = 37^\circ$

粒子在电场中做匀变速曲线运动，由  $y_0 = -\frac{1}{2a} \cdot x^2$

$$\text{得 } x_0 = -\sqrt{-2ay_0} \quad \tan \alpha = \frac{y_0}{x_0/2}$$

且  $\alpha = 37^\circ$



联立解得  $y_0 = \frac{9}{32}a$

$$\text{所以 } \eta = \frac{\frac{3}{2}a - \frac{9}{32}a}{\frac{3}{2}a} = \frac{13}{16}$$

$$v'_P = v_Q = \frac{1}{2}v_0 \quad (1 \text{ 分})$$

(2) 根据能量守恒有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_P'^2 + Q \quad (2 \text{ 分})$$

解得

$$Q = mv_0^2 \quad (2 \text{ 分})$$

(3) P、Q 碰撞后，对金属棒 P 分析，根据动量定理得

$$-B\bar{I}l\Delta t = mv'_P - mv_P \quad (2 \text{ 分})$$

又

$$q = \bar{I}\Delta t, \quad \bar{I} = \frac{\bar{E}}{R} = \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t} = \frac{Blx}{R\Delta t} \quad (2 \text{ 分})$$

联立可得

$$x = \frac{mv_0R}{B^2l^2} \quad (1 \text{ 分})$$

由于 Q 为绝缘棒，无电流通过，做匀速直线运动，故 Q 运动的时间为

$$t = \frac{x}{v_Q} = \frac{2mR}{B^2l^2} \quad (1 \text{ 分})$$