

由单摆周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ (1分)

解得 $t_3=\frac{1}{2}T=3\pi$ (s) (1分)

综上所述 $t=t_1+t_2+t_3=(10.5+3\pi)$ s (1分)

14. 【解析】(1) 弹簧释放后，C 与 A 一起运动，B 相对 A 滑动。设压缩量为 x_1 时，B 物块加速度为零，根据物体平衡条件有：

$$kx_1=\mu_B m_B g \quad (2分)$$

$$x_1=0.04\text{m} \quad (1分)$$

此时，物块 B 动能最大

ABC 组成的系统动量守恒，根据动量守恒定律和能量守恒定律有：

$$m_B v_B = (m_A + m_C) v_C \quad (2分)$$

$$\frac{1}{2} k x_0^2 - \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_C^2 + \mu_B m_B g (x_0 - x_1) \quad (2分)$$

$$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = 0.108 \text{ J} \quad (1分)$$

(2) 当 C 相对于 A 滑动时，B 相对于 A 已经滑动，设 A 的加速度达到最大值 a_A ，根据牛顿第二定律有：

$$\mu_C m_C g - \mu_B m_B g = m_A a_A \quad (1分)$$

$$a_A = 4 \text{ m/s}^2$$

若 C 的加速度也达到 a_A 时，弹簧的压缩量为 x_2 ，对 C 物块应用牛顿第二定律有：

$$kx_2 - \mu_C m_C g = m_C a_A \quad (1分)$$

$$x_2 = 0.16 \text{ m} \quad (1分)$$

$$x_2 > 16 \text{ cm} \text{ 时，释放后，物块 C 相对 A 滑动} \quad (1分)$$

15. 【解析】(1) 根据牛顿第二定律有：

$$q v_0 B_1 = m \frac{v_0^2}{r} \quad (1分)$$

解得 $r = l$ (1分)

周期公式 $T = \frac{2\pi r}{v_0}$

解得 $T = \frac{2\pi l}{v_0}$ (1分)

(2) 粒子沿 z 轴方向做初速度为零、加速度为 a 的匀加速运动。根据牛顿第二定律：

$$qE_1 = ma \quad (1分)$$

解得 $a = \frac{2v_0^2}{\pi l}$

粒子在垂直 z 轴的平面上做半径为 l 的匀速圆周运动，沿 z 轴负方向看如右图所示。

初速度方向沿 y 轴负方向的粒子打在接收屏前运动的时间

最长，即 $t_{\max} = \frac{3}{4}T = \frac{3\pi l}{2v_0}$ (2分)

对应 z 坐标有最大值 $z_{\max} = \frac{1}{2}at_{\max}^2 = \frac{9\pi l}{4}$ (1分)

由几何知识可得该点 x 坐标为 $-l$

其对应的坐标为 $(-l, l, \frac{9\pi l}{4})$ (1分)

初速度沿 y 轴正方向偏向 x 轴负方向 30° 角的粒子打在接收屏上前运动的时间最短

$t_{\min} = \frac{T}{6} = \frac{\pi l}{3v_0}$ (2分)

对应 z 坐标有最小值 $z_{\min} = \frac{1}{2}at_{\min}^2 = \frac{\pi l}{9}$ (1分)

由几何知识可得该点 x 坐标为 0

其对应的坐标为 $(0, l, \frac{\pi l}{9})$ (1分)

(3) 方法一：运动分解法

在 I 区域：沿 x 轴负方向发射的粒子通过界面 M 时，垂直 z 轴方向的速度分量沿 y 轴正方向，大小为 $v_y = v_0$

通过界面 M 前运动的时间 $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi l}{2v_0}$ (1分)

通过界面 M 时的 z 坐标为 $z_0 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{\pi l}{4}$ (1分)

粒子沿 z 轴方向的速度 $v_z = at = v_0$

所以粒子通过界面 M 时的合速度 $v = \sqrt{v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{2}v_0$ ，方向沿 y 轴正方向偏向 z 轴正方向 45° 角方向 (1分)

在 II 区域：当粒子合速度方向沿 y 轴正方向时，速度达到最大。从粒子刚进入 II 区域至达到最大速度，取一小段时间 Δt ，沿 y 轴方向由动量定理得：

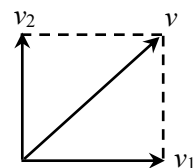
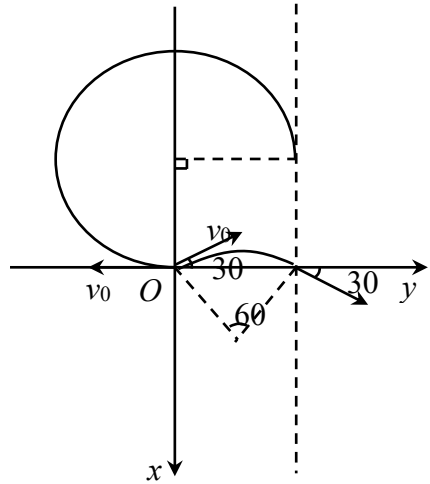
$qB_2 v_z \Delta t = m \Delta v_y$ (1分)

或 $\sum qB_2 v_z \Delta t = \sum m \Delta v_y$ (动量定理可以用平均速度列式)

或 $qB_2 \Delta z = m v_{\max} - m v_0$

由动能定理 $qE_2 \Delta z = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 - \frac{1}{2} m (\sqrt{2}v_0)^2$ (1分)

解得 $v_{\max} = 2v_0$ ， $\Delta z = l$



粒子达到最大速度时的 z 坐标 $z = \frac{\pi l}{4} + \Delta z = \frac{(\pi + 4)l}{4}$ (1分)

方法二：配速法

将粒子刚进入II区域的速度 v 分解为沿 y 轴正方向的分速度 v_1 ，和另一分速度 v_2 ，令 v_1 所对应的洛伦兹力与电场力平衡

由平衡条件 $qv_1B_2 = qE_2$ ，解得 $v_1=v_0$ (1分)

由平行四边形定则可得粒子的另一分速度 v_2 沿 z 轴正方向，大小 $v_2=v_0$ 。(1分)

粒子的运动可看作以 $v_1=v_0$ 沿 y 轴正方向做匀速直线运动和以 $v_2=v_0$ 沿 x 轴负方向观察做顺时针匀速圆周运动的合运动。

粒子的 z 坐标最大时， v_2 与 v_1 方向相同，对应的合速度最大

即 $v_{\max} = 2v_0$ (1分)

沿 x 轴负方向发射的粒子通过界面 M 时，垂直 z 轴方向的速度分量沿 y 轴正方向，大小为 $v_y = v_0$

通过界面 M 前运动的时间 $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi l}{2v_0}$

通过界面 M 时的 z 坐标为 $z_0 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{\pi l}{4}$ (1分)

粒子沿 z 轴方向的速度 $v_z = at = v_0$ ，沿 y 轴方向的速度也为 v_0 。

粒子刚进入II区域至达到最大速度时，在 z 方向上通过的距离等于粒子以 v_2 做匀速圆周运动的半径 r' ，则

$qv_2B_2 = m\frac{v_2^2}{r'}$ 解得 $r' = l$ (1分)

所以粒子达到最大速度时的 z 坐标 $z = \frac{\pi l}{4} + r' = \frac{(\pi + 4)l}{4}$ (1分)

方法三：配速法

如图，给粒子配设一对大小相等，方向分别沿 y 轴正方向和 y 轴负方向的速度 v_1 和 v_2 ， v_1 所对应的洛伦兹力与电场力平衡，粒子沿 y 轴正方向做匀速直线运动

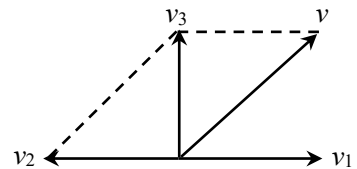
由平衡条件 $qv_1B_2 = qE_2$ ，解得 $v_1=v_0$ (1分)

v_2 与 v 的合速度 $v_3 = \sqrt{v^2 - v_2^2} = v_0$ ，方向沿 z 轴正方向 (1分)

v_3 所对应的洛伦兹力提供向心力，粒子做匀速圆周运动

粒子的运动可看作以 $v_3=v_0$ 沿 y 轴正方向做匀速直线运动和以 $v_1=v_0$ 沿 x 轴负方向观察做顺时针匀速圆周运动的合运动

粒子在 z 坐标最大值点 v_3 与 v_1 方向相同，对应的合速度最大，即 $v_{\max} = 2v_0$ (1分)



通过界面 M 前运动的时间 $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi l}{2v_0}$

通过界面 M 时的 z 坐标为 $z_0 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{\pi l}{4}$ (1分)

粒子刚进入II区域至达到最大速度时，在 z 方向上通过的距离等于粒子以 v_3 做匀速圆周运动的半径 r' ，则

$$qv_3B_2 = m\frac{v_3^2}{r'}, \text{ 解得 } r' = l \quad (1 \text{ 分})$$

所以粒子达到最大速度时的 z 坐标 $z = \frac{\pi l}{4} + r' = \frac{(\pi + 4)l}{4}$ (1 分)