



光线在物镜球面上恰好发生全反射，此时入射角等于临界角  $C = 45^\circ$

在  $\triangle OAB$  中， $OB = 4d$ ，由正弦定理可得：

$$\frac{OA}{\sin C} = \frac{OB}{\sin(\frac{\pi}{2} + \beta)} \text{----- (1分)}$$

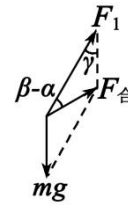
$$\text{解得： } OA = \frac{4\sqrt{6}d}{3}$$

由几何关系可得：  $OA = d \tan \theta + h \tan \alpha$  ----- (1分)

$$\text{解得： } h = \frac{(4\sqrt{6} - \sqrt{3})d}{3} \text{----- (1分)}$$

16. (8分) 解：(1) 做出  $mg$ 、 $F_1$  及  $F_{\text{合}}$  的矢量三角形如图所示

$$\text{其中， } \theta = \beta - \alpha = 30^\circ \quad \gamma = \frac{\pi}{2} - \beta = 30^\circ$$

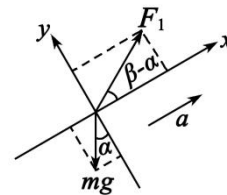


所以该矢量三角形为等腰三角形，即  $F_{\text{合}} = mg$  ①----- (1分)

由牛顿第二定律可得：  $F_{\text{合}} = ma$  ②----- (1分)

$$\text{联立①②式得： } a = 10\text{m/s}^2$$

由运动学公式可得：



$$v = v_0 + at \text{----- (1分)}$$

$$\text{解得： } v = 30\text{m/s} \text{----- (1分)}$$

$$(2) \text{ 设小球在匀加速直线运动的位移为 } x, \text{ 则： } x = \frac{v_0 + v}{2} t \text{----- (1分)}$$

$$\text{解得： } x = 40\text{m}$$

撤去风力  $F_1$  后，小球将做曲线运动落地速度恰好为 0，由动能定理得：

$$mgx \sin \alpha + W = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \text{----- (2分)}$$

$$\text{解得： } W = -650\text{J} \text{----- (1分)}$$

17. (14分) 解：(1) 粒子在第II象限做类平抛运动：

$$\text{水平方向： } L = v_0 t_1 \text{①----- (1分)}$$

竖直方向:  $\frac{\sqrt{3}}{2}L = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t_1^2$  ②----- (1分)

联立①②式得:  $E = \frac{\sqrt{3}mv_0^2}{qL}$ ----- (1分)

粒子到达 N(-L,0) 时:

竖直速度  $v_y = \frac{qE}{m} t_1$  ③----- (1分)

合速度  $v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$  ④

速度与 x 轴方向夹角  $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_0}$  ⑤----- (1分)

联立③④⑤式得:  $\alpha = 60^\circ$        $v = 2v_0$

粒子在第III象限做匀速圆周运动, 从 N 到 O, 由几何关系得:

轨道半径  $r_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}L$

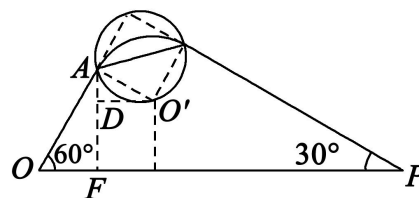
由洛伦兹力提供向心力:  $qvB_1 = m \frac{v^2}{r_1}$ ----- (1分)

代入  $v = 2v_0$      $r_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}L$     解得:  $B_1 = \frac{2\sqrt{3}mv_0}{qL}$ ----- (1分)

(2) 设粒子在第I象限磁场中轨道半径为  $r_2$ ,

由洛伦兹力提供向心力:  $qvB_2 = m \frac{v^2}{r_2}$

解得:  $r_2 = L$



粒子从 O 点运动到 P 点速度偏转角为  $90^\circ$ , 则对应第I象限中磁场区域轨迹为  $\frac{1}{4}$  圆周, 运动轨迹如图所示要使圆形磁场面积最小, 磁场区域需为粒子轨迹弦对应的最小圆, 弦长为

$2r_2 \sin 45^\circ = \sqrt{2}L$

故最小圆半径  $R = \frac{\sqrt{2}}{2}L$ ----- (1分)

最小面积:  $S = \frac{1}{2} \pi L^2$ ----- (1分)

在  $\triangle OAF$  中:  $AO = \frac{3}{2}L$ ,     $OF = \frac{3}{4}L$ ,     $AF = \frac{3\sqrt{3}}{4}L$

在 $\triangle OAD$ 中:  $AD = \frac{1}{2}L$ ,  $O'D = \frac{\sqrt{3}}{2}L$

则  $O'$  纵坐标:  $y = \frac{3\sqrt{3}-2}{4}L$

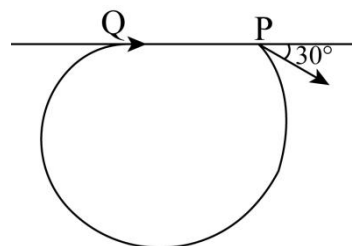
$O'$  横坐标:  $x = \frac{3+2\sqrt{3}}{4}L$

即  $O'$  点坐标  $(\frac{3+2\sqrt{3}}{4}L, \frac{3\sqrt{3}-2}{4}L)$  ..... (2分)

(3) 粒子在第IV象限做半径减小的螺旋运动,

由洛伦兹力提供向心力:  $qvB_3 = m\omega v$  ..... (1分)

代入  $B_3 = \frac{3mv_0}{qL}$ , 可得:  $\omega = \frac{3v_0}{L}$



粒子从 P 点运动到 Q 点时, 转过的圆心角为  $\theta = \frac{11}{6}\pi$

$\theta = \omega t$  ..... (1分)

代入解得:  $t = \frac{11\pi L}{18v_0}$  ..... (1分)

18. (16分) 解 (1) 小球下摆过程, 由动能定理得:  $m_0gL_0 = \frac{1}{2}m_0v_0^2$  ..... (1分)

解得:  $v_0 = 9\text{m/s}$

小球与 A 弹性碰撞过程:

$m_0v_0 = m_0v_{\text{球}} + m_A v_A$  ① ..... (1分)

$\frac{1}{2}m_0v_0^2 = \frac{1}{2}m_0v_{\text{球}}^2 + \frac{1}{2}m_A v_A^2$  ② ..... (1分)

联立①②式得:  $v_A = 9\text{m/s}$  ..... (1分)

(2) A 在 B 上滑动时, 对 A、B 分别运用牛顿第二定律得:

$\mu m_A g = m_A a_A$  ③ ..... (1分)

$\mu m_A g = m_B a_B$  ④

(③④写对任何一式给 1 分)

联立③④式得:  $a_A = 2\text{m/s}^2$   $a_B = 1\text{m/s}^2$

假设经过时间  $t_1$ , B 与 C 碰撞。则 B 的位移为  $x=2\text{m}$

$$x = \frac{1}{2} a_B t_1^2 \text{-----} (1 \text{分})$$

解得:  $t_1 = 2\text{s}$

$$\text{此时 B 的速度: } v_{B1} = a_B t_1 \text{⑤-----} (1 \text{分})$$

$$\text{A 的速度: } v_{A1} = v_A + a_A t_1 \text{⑥}$$

(⑤⑥写对任何一式给 1 分)

$$\text{联立⑤⑥式得: } v_{A1} = 5\text{m/s} \quad v_{B1} = 2\text{m/s}$$

因为  $v_{A1} > v_{B1}$ , 所以此前二者未达到共速状态, 假设成立。

B 与 C 第一次弹性碰撞过程:

$$m_B v_{B1} = m_B v_{B2} + m_C v_{C1} \text{⑦}$$

$$\frac{1}{2} m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2 + \frac{1}{2} m_C v_{C1}^2 \text{⑧}$$

$$\text{联立⑦⑧式得: } v_{B2} = -1\text{m/s} \quad v_{C1} = 1\text{m/s}$$

$$\text{此后 C 做简谐运动, C 第一次到达最大位移的时间为 } t_2 = \frac{1}{4} T \text{-----} (1 \text{分})$$

此过程 B 在摩擦力作用下减速到 0, 由运动学公式得:

$$0 = v_{B2} + a_B t_2 \text{-----} (1 \text{分})$$

$$\text{简谐运动周期公式: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m_C}{k}}$$

$$\text{解得: } k = \frac{3\pi^2}{2} \text{N/m} \text{-----} (1 \text{分})$$

(3) B 减速为 0 时, 设 A 得速度为  $v_{A2}$

$$v_{A2} = v_{A1} - a_A t_2$$

$$\text{解得: } v_{A2} = 3\text{m/s}$$

此后设经过  $t_3$  时间, A 与 B 二者共速

$$v_{\text{共}} = a_B t_3 = v_{A2} - a_A t_3 \text{-----} (1 \text{分})$$

$$\text{解得: } t_3 = 1\text{s} \quad v_{\text{共}} = 1\text{m/s}$$

由对称性可知, 此时 B 右端恰好运动到 P 点并与 C 发生第二次弹性碰撞:

$$m_B v_{\text{共}} - m_C v_{C1} = m_B v_{B3} + m_C v_{C2} \text{⑨-----} (1 \text{分})$$

$$\frac{1}{2}m_B v_{共}^2 + \frac{1}{2}m_C v_{C1}^2 = \frac{1}{2}m_B v_{B3}^2 + \frac{1}{2}m_C v_{C2}^2 \text{ ⑩}$$

(⑨⑩写对任何一式给 1 分)

联立⑨⑩式得:  $v_{B3} = -2\text{m/s}$        $v_{C2} = 0$

B 与 C 第二次碰后到 A 与 B 第二次共速过程:

$$m_A v_{共} + m_B v_{B3} = (m_A + m_B) v'_{共} \text{ ----- (1 分)}$$

解得:  $v'_{共} = -1\text{m/s}$

从球与 A 碰后到 A 与 B 第二次共速过程, 运用能量守恒定律得:

$$\mu m_A g L = \frac{1}{2} m_A v_A^2 - \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_{共}'^2 \text{ ----- (2 分)}$$

解得:  $L = 19.5\text{m}$  ----- (1 分)