

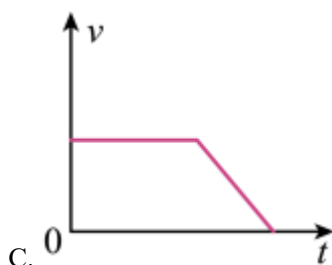
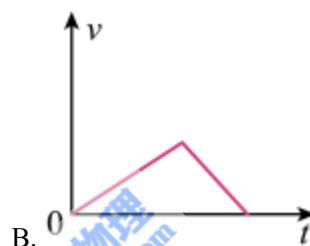
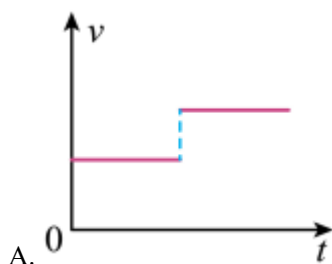
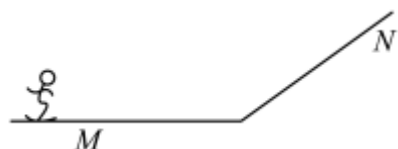
重庆市 2024 年普通高等学校统一招生考试

物理试卷

一、选择题：共 43 分

(一) 单项选择题：共 7 题，每题 4 分，共 28 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图所示，某滑雪爱好者经过 M 点后在水平雪道滑行。然后滑上平滑连接的倾斜雪道，当其达到 N 点时速度如果当 0，水平雪道上滑行视为匀速直线运动，在倾斜雪道上的运动视为匀减速直线运动。则 M 到 N 的运动过程中，其速度大小 v 随时间 t 的变化图像可能是 ()



【答案】C

【解析】

【详解】滑雪爱好者在水平雪道上做匀速直线运动，滑上平滑连接（没有能量损失，速度大小不变）的倾斜雪道，在倾斜雪道上做匀减速直线运动。

故选 C。

2. 2024 年 5 月 3 日，嫦娥六号探测成功发射，开启月球背面采样之旅，探测器的着陆器上升器组合体着陆月球要经过减速、悬停、自由下落等阶段。则组合体着陆月球的过程中 ()

A. 减速阶段所受合外力为 0

B. 悬停阶段不受力

C. 自由下落阶段机械能守恒

D. 自由下落阶段加速度大小 $g = 9.8\text{m/s}^2$

【答案】C

【解析】

【详解】A. 组合体在减速阶段有加速度，合外力不为零，故 A 错误；

B. 组合体在悬停阶段速度为零，处于平衡状态，合力为零，仍受重力和升力，故 B 错误；

C. 组合体在自由下落阶段只受重力，机械能守恒，故 C 正确；

D. 月球表面重力加速度不为 9.8m/s^2 ，故 D 错误。

故选 C。

3. 某救生手环主要由高压气罐密闭。气囊内视为理想气体。密闭气囊与人一起上浮的过程中。若气囊内气体温度不变，体积增大，则（ ）

- A. 外界对气囊内气体做正功
B. 气囊内气体压强增大
C. 气囊内气体内能增大
D. 气囊内气体从外界吸热

【答案】D

【解析】

【详解】AB. 气囊上浮过程，密闭气体温度不变，由玻意耳定律

$$pV = C$$

可知，体积变大，则压强变小，气体对外做功，故 AB 错误；

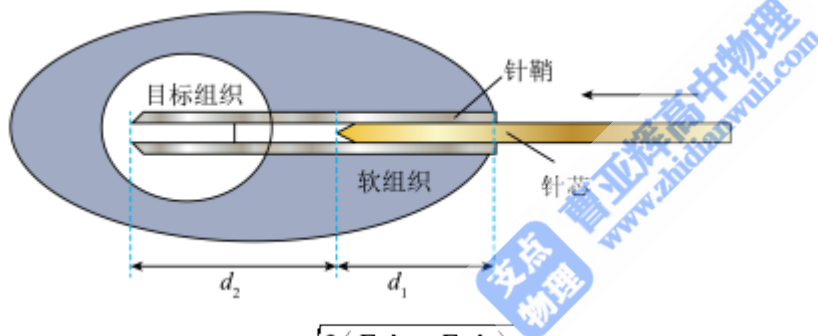
CD. 气体温度不变，内能不变，气体对外做功， $W < 0$ ，由热力学第一定律

$$\Delta U = Q + W$$

则 $Q > 0$ ，需要从外界吸热，故 C 错误，D 正确。

故选 D。

4. 活检针可用于活体组织取样，如图所示。取样时，活检针的针蕊和针鞘被瞬间弹出后仅受阻力。针鞘在软组织中运动距离 d_1 后进入目标组织，继续运动 d_2 后停下来。若两段运动中针鞘整体受到阻力均视为恒力。大小分别为 F_1 、 F_2 ，则针鞘（ ）



- A. 被弹出时速度大小为 $\sqrt{\frac{2(F_1d_1 + F_2d_2)}{m}}$
B. 到达目标组织表面时的动能为 F_1d_1
C. 运动 d_2 过程中，阻力做功为 $(F_1 + F_2)d_2$
D. 运动 d_2 的过程中动量变化量大小为 $\sqrt{mF_2d_2}$

【答案】A

【解析】

【详解】A. 根据动能定理有

$$F_1d_1 + F_2d_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{2(F_1d_1 + F_2d_2)}{m}}$$

故 A 正确；

B. 针鞘到达目标组织表面后，继续前进 d_2 减速至零，有

$$E_k = F_2d_2$$

故 B 错误；

C. 针鞘运动 d_2 的过程中，克服阻力做功为 $F_2 d_2$ ，故 C 错误；

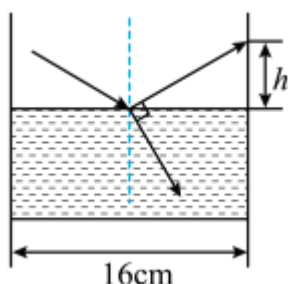
D. 针鞘运动 d_2 的过程中，动量变化量大小

$$\Delta p = \sqrt{2mE_k} = \sqrt{2mF_2 d_2}$$

故 D 错误。

故选 A。

5. 某同学设计了一种测量液体折射率的方案。容器过中心轴线的剖面图如图所示，其宽度为 16cm，让单色光在此剖面内从空气入射到液体表面的中心。调整入射角，当反射光与折射光垂直时，测出竖直器壁上的反射光点与液体表面的距离 h ，就能得到液体的折射率 n 。忽略气壁厚度，由该方案可知（ ）



A. 若 $h = 4\text{cm}$ ，则 $n = \sqrt{3}$

B. 若 $h = 6\text{cm}$ ，则 $n = \frac{4}{3}$

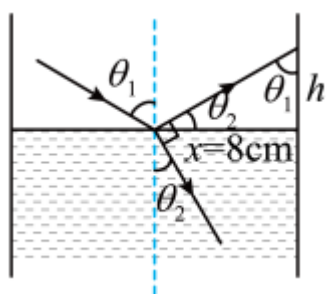
C. 若 $n = \frac{5}{4}$ ，则 $h = 10\text{cm}$

D. 若 $n = \frac{3}{2}$ ，则 $h = 5\text{cm}$

【答案】B

【解析】

【详解】根据几何关系画出光路图，如图所示



标注入射角 θ_1 ，折射角 θ_2 ，根据折射定律可得

$$n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{x}{h} = \frac{8\text{cm}}{h}$$

A. 若 $h = 4\text{cm}$ ，则 $n = 2$ ，故 A 错误；

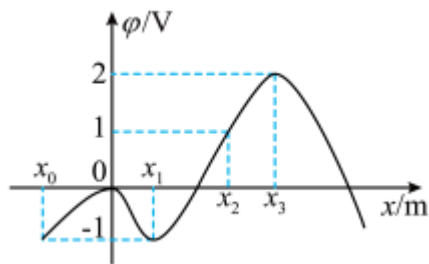
B. 若 $h = 6\text{cm}$ ，则 $n = \frac{4}{3}$ ，故 B 正确；

C. 若 $n = \frac{5}{4}$ ，则 $h = \frac{5}{32}\text{cm}$ ，故 C 错误；

D. 若 $n = \frac{3}{2}$ ，则 $h = \frac{16}{3}\text{cm}$ ，故 D 错误。

故选 B。

6. 沿空间某直线建立 x 轴，该直线上的静电场方向沿 x 轴，其电势的 φ 随位置 x 变化的图像如图所示，一电荷都为 e 带负电的试探电荷，经过 x_2 点时动能为 $1.5eV$ ，速度沿 x 轴正方向若该电荷仅受电场力。则其将 ()



- A. 不能通过 x_3 点
 B. 在 x_3 点两侧往复运动
 C. 能通过 x_0 点
 D. 在 x_1 点两侧往复运动

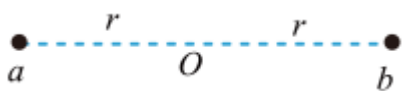
【答案】B

【解析】

【详解】带负电的试探电荷在 x_2 处动能为 $1.5eV$ ，电势能为 $-1eV$ ，总能量为 $0.5eV$ ，且试探电荷速度沿 x 轴正方向，在 $x_2 \sim x_3$ 区域试探电荷受到沿 x 轴正方向的静电力，做加速运动，在 x_3 处速度最大，试探电荷继续运动到 x_3 右侧，做减速运动，当速度为零时，电势能为 $0.5eV$ ，即运动到电势为 $-0.5V$ 处减速到零，开始向 x 轴负方向运动，后反向回到 x_2 处动能仍为 $1.5eV$ ，继续向左运动，在电势为 $-0.5V$ 处减速到零又反向，不会运动到 x_0 、 x_1 处，即试探电荷在 x_3 点两侧往复运动。

故选 B。

7. 在万有引力作用下，太空中的某三个天体可以做相对位置不变的圆周运动，假设 a 、 b 两个天体的质量均为 M ，相距为 $2r$ ，其连线的中点为 O ，另一天体（图中未画出）质量为 m ($m \ll M$)，若 c 处于 a 、 b 连线的垂直平分线上某特殊位置， a 、 b 、 c 可视为绕 O 点做角速度相同的匀速圆周，且相对位置不变，忽略其他天体的影响。引力常量为 G 。则 ()



- A. c 的线速度大小为 a 的 $\sqrt{3}$ 倍
 B. c 的向心加速度大小为 b 的一半
 C. c 在一个周期内的路程为 $2\pi r$
 D. c 的角速度大小为 $\sqrt{\frac{GM}{8r^3}}$

【答案】A

【解析】

【详解】D. a 、 b 、 c 三个天体角速度相同，由于 $m \ll M$ ，则对 a 天体有

$$G \frac{MM}{(2r)^2} = M \omega^2 r$$

解得

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{4r^3}}$$

故 D 错误；

A. 设 c 与 a 、 b 的连线与 a 、 b 连线中垂线的夹角为 α ，对 c 天体有

$$2G \frac{Mm}{\left(\frac{r}{\sin \alpha}\right)^2} \cos \alpha = m\omega^2 \frac{r}{\tan \alpha}$$

解得

$$\alpha = 30^\circ$$

则 c 的轨道半径为

$$r_c = \frac{r}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}r$$

由 $v = \omega r$ ，可知 c 的线速度大小为 a 的 $\sqrt{3}$ 倍，故 A 正确；

B. 由 $a = \omega^2 r$ ，可知 c 的向心加速度大小是 b 的 $\sqrt{3}$ 倍，故 B 错误；

C. c 在一个周期内运动的路程为

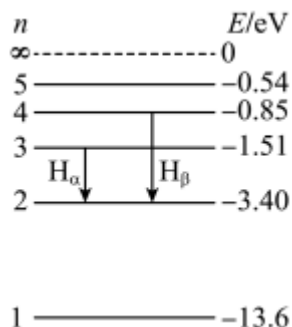
$$s = 2\pi r_c = 2\sqrt{3}\pi r$$

故 C 错误。

故选 A。

(二) 多项选择题:共 3 题，每题 5 分，共 15 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，选对但不全的得 3 分，有选错的得 0 分。

8. 我国太阳探测科学技术试验卫星“羲和号”在国际上首次成功实现空间太阳 H_α 波段光谱扫描成像。 H_α 和 H_β 分别为氢原子由 $n = 3$ 和 $n = 4$ 能级向 $n = 2$ 能级跃迁产生的谱线(如图)，则 ()



A. H_α 的波长比 H_β 的小

B. H_α 的频率比 H_β 的小

C. H_β 对应的光子能量为 3.4eV

D. H_β 对应的光子不能使氢原子从基态跃迁到激发态

【答案】BD

【解析】

【详解】AB. 氢原子 $n = 3$ 与 $n = 2$ 的能级差小于 $n = 4$ 与 $n = 2$ 的能级差，则 H_α 与 H_β 相比， H_α 的波长大、频率小，故 A 错误、B 正确；

C. H_β 对应的光子能量为

$$E = (-0.85)\text{eV} - (-3.40)\text{eV} = 2.55\text{eV}$$

故 C 错误；

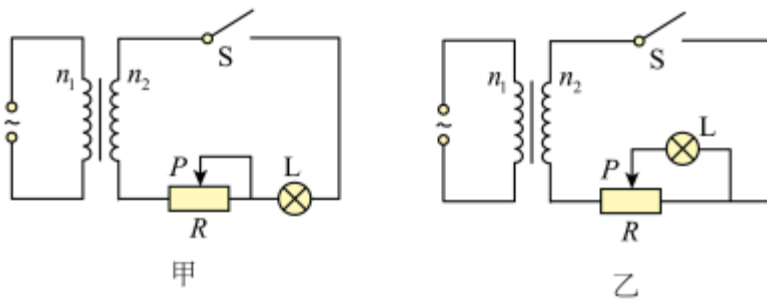
D. 氢原子从基态跃迁到激发态至少需要能量

$$E = (-3.40)\text{eV} - (-13.60)\text{eV} = 10.2\text{eV}$$

H_{β} 对应的光子不能使氢原子从基态跃迁到激发态，故 D 正确。

故选 BD。

9. 小明设计了台灯的两种调光方案，电路图分别如图甲、乙所示，图中额定电压为 6V 灯泡的电阻恒定， R 为滑动变阻器，理想变压器原、副线圈匝数分别为 n_1 、 n_2 。原线圈两端接电压为 220V 的交流电，滑片 P 可调节灯泡 L 的亮度， P 在 R 最左端时，甲、乙图中灯泡 L 均在额定功率下工作，则 ()



A. $n_1 : n_2 = 110 : 3$

B. 当 P 滑到 R 中点时，图甲中 L 功率比图乙中的小

C. 当 P 滑到 R 最左端时，图甲所示电路比图乙更节能

D. 图甲中 L 两端电压的可调范围比图乙中的大

【答案】AC

【解析】

【详解】A. 滑片 P 在最左端时，图甲、乙中变压器输出电压均为灯泡的额定电压 6V，因此

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{220}{6} = \frac{110}{3}$$

故 A 正确；

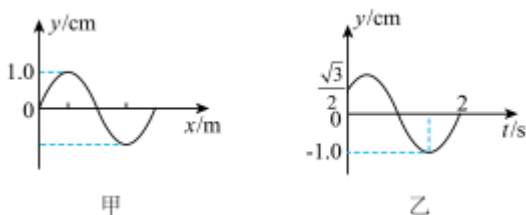
B. 当 P 滑到 R 中点时，图甲中总电阻为 P 左端电阻与灯泡电阻串联，图乙中总电阻为灯泡电阻与 P 右端的电阻并联后再与 P 左端电阻串联，由于并联电阻小于灯泡电阻，则图甲中灯泡电压大于图乙中灯泡电压，则图甲中灯泡功率比图乙中灯泡功率大，故 B 错误；

C. 当 P 滑到 R 最左端时，图甲中只有灯泡，图乙中 R 与灯泡并联，总电阻更小，输出功率更大，图甲比图乙更节能，故 C 正确；

D. 图乙中的灯泡两端电压在 0 到 6V 间变化，图甲中灯泡两端电压最高为 6V，最低达不到 0，则图乙中灯泡两端可调电压范围大，故 D 错误。

故选 AC。

10. 一列沿 x 轴传播的简谐波，在某时刻的波形图如图甲所示，一平衡位置与坐标原点距离为 3 米的质点从该时刻开始的振动图像如图乙所示，若该波的波长大于 3 米。则 ()



A. 最小波长 $\frac{10}{5}$ m

B. 频率 $\frac{5}{12}$ Hz

C. 最大波速 $\frac{15}{4}$ m/s

D. 从该时刻开始 2s 内该质点运动的路程为 $\left(4 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ cm

【答案】BD

【解析】

【详解】B. 根据乙图写出平衡位置与坐标原点距离为 3m 米的质点的振动方程

$$y = \sin(\omega t + \varphi)$$

带入点 $(0, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 和 $(2, 0)$ 解得

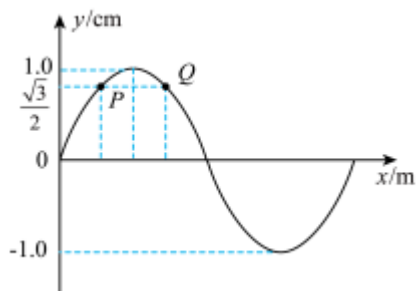
$$\varphi = \frac{\pi}{3}, \quad \omega = \frac{5\pi}{6}$$

可得

$$T = 2.4\text{s}, \quad f = \frac{5}{12}\text{Hz}$$

故 B 正确;

A. 在题图甲中标出位移为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm 的质点



若波沿 x 轴正方向传播则为 Q 点, 沿 x 轴负方向传播则为 P 点, 则波长可能为

$$\frac{1}{6}\lambda = 3\text{m}, \quad \text{即 } \lambda = 18\text{m}$$

$$\text{或 } \frac{1}{3}\lambda' = 3\text{m}, \quad \text{即 } \lambda' = 9\text{m}$$

故 A 错误;

C. 根据 $v = \frac{\lambda}{T}$, 可得

$$v = 7.5\text{m/s}, \quad v' = 3.75\text{m/s}$$

故 C 错误;

D. 根据题图乙计算该质点在 2s 内运动的路程为

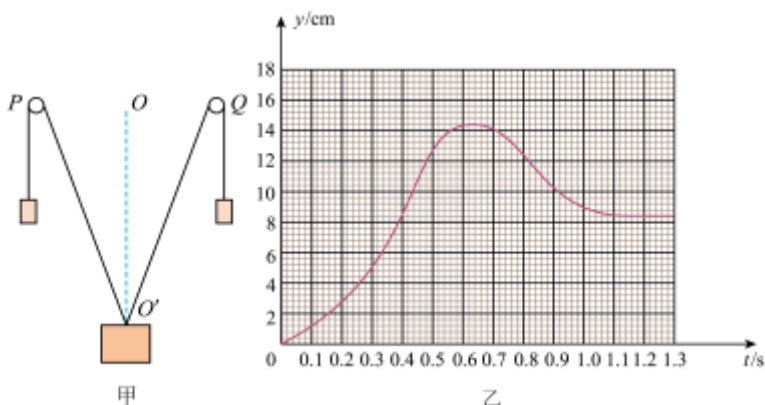
$$s = (1+1+1+1 - \frac{\sqrt{3}}{2})\text{cm} = (4 - \frac{\sqrt{3}}{2})\text{cm}$$

故 D 正确。

故选 BD。

二、非选择题:共 5 题, 共 57 分。

11. 元代王祯《农书》记载了一种人力汲水灌田农具——戽斗。某兴趣小组对戽斗汲水工作情况进行模型化处理, 设计了如图甲所示实验, 探究戽斗在竖直面内的受力与运动特点。该小组在位于同一水平线上的 P 、 Q 两点, 分别固定一个小滑轮, 将连结沙桶的细线跨过两滑轮并悬挂质量相同的砝码, 让沙桶在竖直方向沿线段 PQ 的垂直平分线 OO' 运动。当沙桶质量为 136.0g 时, 沙桶从 A 点由静止释放, 能到达最高点 B , 最终停在 C 点。分析所拍摄的沙桶运动视频, 以 A 点为坐标原点, 取竖直向上为正方向。建立直角坐标系, 得到沙桶位置 y 随时间 t 的图像如图乙所示。



(1) 若将沙桶上升过程中的某一段视为匀速直线运动, 则此段中随着连结沙桶的两线间夹角逐渐增大, 每根线对沙桶的拉力_____ (选填“逐渐增大”“保持不变”“逐渐减小”)。沙桶在 B 点的加速度方向_____ (选填“竖直向上”“竖直向下”)。

(2) 一由图乙可知, 沙桶从开始运动到最终停止, 机械能增加_____ J (保留两位有效数字, $g = 9.8\text{m/s}^2$)。

【答案】 (1) ①. 逐渐增大 ②. 竖直向下

(2) 0.11

【解析】

【小问 1 详解】

[1][2] 设细线与竖直方向夹角为 θ , 沙桶匀速上升

$$2T\cos\theta = Mg$$

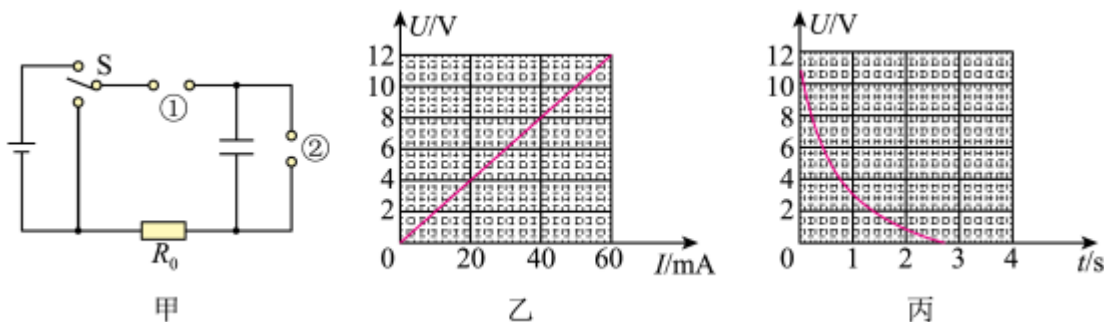
当 θ 逐渐增大时, T 逐渐增大, 沙桶上升到最高点 B 然后下落, 在最高点的加速度方向竖直向下。

【小问 2 详解】

沙桶从开始运动到静止上升高度为 8.4cm , 机械能增加量为

$$Mgh = 0.136 \times 9.8 \times 0.084\text{J} = 0.11\text{J}$$

12. 探究电容器充放电规律, 实验装置如图甲所示, 有电源 E , 定值电阻 R_0 , 电容器 C , 单刀双置开关 S 。



(1) 为测量电容器充放电过程电压 U 和电流 I 变化，需在①、②处接入测量仪器，位置②应该接入测_____（电流、电压）仪器。

(2) 接通电路并接通开关，当电压表示数最大时，电流表示数为_____。

(3) 根据测到数据，某过程中电容器两端电压 U 与电流 I 的关系图如图乙所示。该过程为_____（充电，放电）。放电过程中电容器两端电压 U 随时间 t 变化关系如图丙所示。0.2s 时 R_0 消耗的功率_____W。

【答案】 (1) 电压 (2) 0

(3) ①. 放电 ②. 0.32

【解析】

【小问 1 详解】

位置②与电容器并联，为测电压仪器。

【小问 2 详解】

电压表示数最大时，电容器充电完毕，电流表示数为零。

【小问 3 详解】

[1] 电容器放电时电压和电流都减小，图像逆向分析，该过程为电容器放电过程。

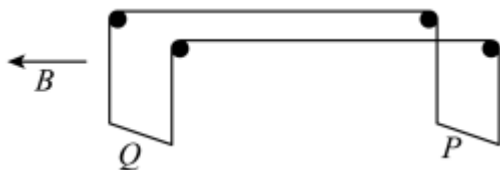
[2] 电容器充电完毕后的电压等于电源电动势，大小为 12V，由题图丙可知 $t = 0.2s$ 时电容器两端电压为 $U = 8V$ ，由题图乙可知当 $U = 8V$ 时，电流 $I = 40mA$ ，则电阻 R_0 消耗的功率为

$$P = 8 \times 40 \times 10^{-3} W = 0.32 W$$

13. 小明设计了如图所示的方案，探究金属杆在磁场中的运动情况，质量分别为 $2m$ 、 m 的金属杆 P、Q 用两根不可伸长的导线相连，形成闭合回路，两根导线的间距和 P、Q 的长度均为 L ，仅在 Q 的运动区域存在磁感应强度大小为 B 、方向水平向左的匀强磁场。Q 在垂直于磁场方向的竖直面内向上运动，P、Q 始终保持水平，不计空气阻力、摩擦和导线质量，忽略回路电流产生的磁场。重力加速度为 g ，当 P 匀速下降时，求

(1) P 所受单根导线拉力的大小；

(2) Q 中电流的大小。



【答案】 (1) mg ; (2) $\frac{mg}{BL}$

【解析】

【详解】(1) 由 P 匀速下降可知, P 处于平衡状态, 所受合力为 0, 设导线的拉力大小为 T , 对 P 有

$$2T = 2mg$$

解得

$$T = mg$$

(2) 设 Q 所受安培力大小为 F , 对 P、Q 整体受力分析, 有

$$mg + F = 2mg$$

又

$$F = BIL$$

解得

$$I = \frac{mg}{BL}$$

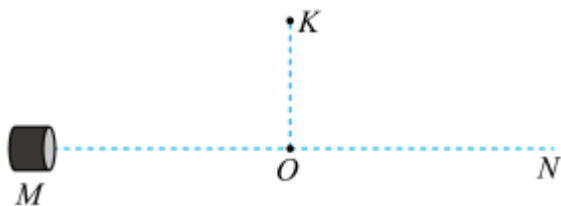
$$\frac{q}{m}$$

14. 有人设计了一粒种子收集装置。如图所示, 比荷为 $\frac{q}{m}$ 的带正电的粒子, 由固定于 M 点的发射枪, 以不同的速率射出后, 沿射线 MN 方向运动, 能收集各方向粒子的收集器固定在 MN 上方的 K 点, O 在 MN 上, 且 KO 垂直于 MN 。若打开磁场开关, 空间将充满磁感应强度大小为 B , 方向垂直于纸面向里的匀强磁场, 速率为 v_0 的粒子运动到 O 点时, 打开磁场开关, 该粒子全被收集, 不计粒子重点, 忽略磁场突变的影响。

(1) 求 OK 间的距离;

(2) 速率为 $4v_0$ 的粒子射出瞬间打开磁场开关, 该粒子仍被收集, 求 MO 间的距离;

(3) 速率为 $4v_0$ 的粒子射出后, 运动一段时间再打开磁场开关, 该粒子也能被收集。以粒子射出的时刻为计时 O 点。求打开磁场的那一时刻。



【答案】(1) $\frac{2mv_0}{qB}$

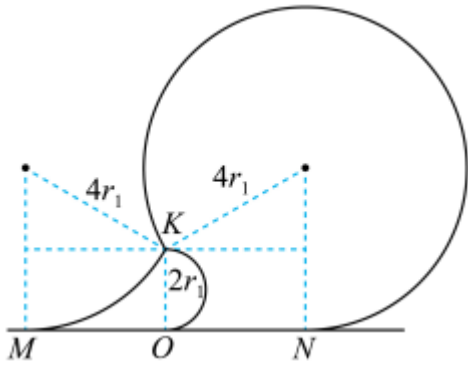
(2) $\frac{2\sqrt{3}mv_0}{qB}$

(3) $\frac{\sqrt{3}m}{qB}$

【解析】

【小问 1 详解】

(1) 当粒子到达 O 点时打开磁场开关, 粒子做匀速圆周运动, 设轨迹半径为 r_1 , 如图所示



由洛伦兹力提供向心力得

$$qv_0B = m \frac{v_0^2}{r_1}$$

其中

$$OK = 2r_1 = \frac{2mv_0}{qB}$$

【小问 2 详解】

速率为 $4v_0$ 的粒子射出瞬间打开磁场开关，则粒子在磁场中运动的轨迹半径

$$r_2 = 4r_1$$

如图所示，由几何关系有

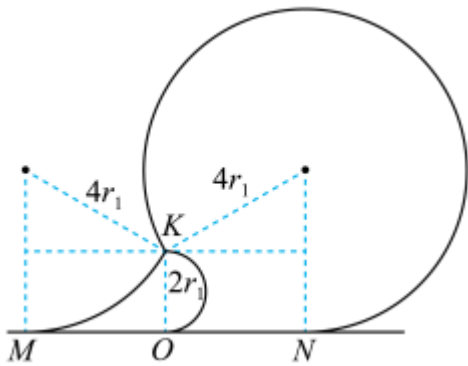
$$(4r_1 - 2r_1)^2 + MO^2 = (4r_1)^2$$

解得

$$MO = 2\sqrt{3}r_1 = \frac{2\sqrt{3}mv_0}{qB}$$

【小问 3 详解】

速率为 $4v_0$ 的粒子射出一段时间 t 到达 N 点，要使粒子仍然经过 K 点，则 N 点在 O 点右侧，如图所示



由几何关系有

$$(4r_1 - 2r_1)^2 + ON^2 = (4r_1)^2$$

解得

$$ON = 2\sqrt{3}r_1 = \frac{2\sqrt{3}mv_0}{qB}$$

粒子在打开磁场开关前运动时间为

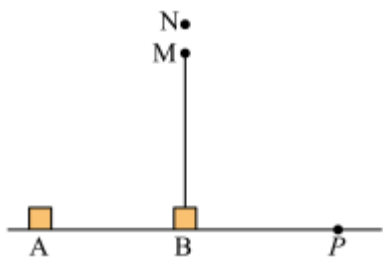
$$t = \frac{MO + NO}{4v_0}$$

解得

$$t = \frac{\sqrt{3}m}{qB}$$

15. 如图所示，M、N 两个钉子固定于相距 a 的两点，M 的正下方有不可伸长的轻质细绳，一端固定在 M 上，另一端连接位于 M 正下方放置于水平地面质量为 m 的小木块 B，绳长与 M 到地面的距离均为 $10a$ ，

质量为 $2m$ 的小木块 A，沿水平方向于 B 发生弹性碰撞，碰撞时间极短，A 与地面间摩擦因数为 $\frac{5}{48}$ ，重力加速为 g ，忽略空气阻力和钉子直径，不计绳被钉子阻挡和绳断裂时的机械能损失。



- (1) 若碰后，B 在竖直面内做圆周运动，且能经过圆周运动最高点，求 B 碰后瞬间速度的最小值；
- (2) 若改变 A 碰前瞬间的速度，碰后 A 运动到 P 点停止，B 在竖直面圆周运动旋转 2 圈，经过 M 正下方时细绳子断开，B 也来到 P 点，求 B 碰后瞬间的速度大小；
- (3) 若拉力达到 $12mg$ 细绳会断，上下移动 N 的位置，保持 N 在 M 正上方，B 碰后瞬间的速度与 (2) 间中的相同，使 B 旋转 n 圈。经过 M 正下的时细绳断开，求 MN 之间距离的范围，及在 n 的所有取值中，B 落在地面时水平位移的最小值和最大值。

【答案】 (1) $5\sqrt{2ga}$

(2) $4\sqrt{5ga}$

(3) $\frac{5a}{3n} \leq h \leq \frac{30a}{18n-11} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$, $s_{\min} = \frac{20\sqrt{11}a}{3}$, $s_{\max} = \frac{40\sqrt{33}a}{7}$

【解析】

【小问 1 详解】

碰后 B 能在竖直面内做圆周运动，轨迹半径为 $10a$ ，设碰后 B 的最小速度大小为 v_0 ，最高点速度大小为 v ，在最高点时由牛顿第二定律有

$$mg = m \frac{v^2}{10a}$$

B 从最低点到最高点由动能定理可得

$$-mg \times 2 \times 10a = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

解得

$$v_0 = 5\sqrt{2ga}$$

【小问 2 详解】

A 和 B 碰撞过程中动量守恒，设碰前 A 的速度大小为 v_1 碰后 A 的速度大小为 v_2 。碰后 B 的速度大小为 v_3 ，则有

$$2mv_1 = 2mv_2 + mv_3$$

$$\frac{1}{2} \times 2mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_3^2$$

碰后 A 减速到 0, 有

$$\mu \times 2mgL = \frac{1}{2} \times 2mv_3^2$$

碰后 B 做两周圆周运动, 绳子在 MN 间缠绕 2 圈, 缩短 $4a$, 在 M 点正下方时, 离 M 点 $6a$, 离地面 $4a$, 此时速度大小为 v_4 , 由功能关系得

$$mg \times 4a = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_4^2$$

B 随后做平抛运动, 有

$$4a = \frac{1}{2}gt^2$$

$$L = vt$$

解得

$$v_3 = 4\sqrt{5ga}$$

【小问 3 详解】

设 MN 间距离为 h , B 转 n 圈后到达 M 正下方速度大小为 v_5 , 绳缩短 $2nh$, 绳断开时, 以 M 为圆心, 由牛顿第二定律得

$$12mg - mg = m \frac{v_5^2}{10a - 2nh} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以 N 为圆心, 由牛顿第二定律得

$$12mg - mg = m \frac{v_5^2}{10a - 2(n - \frac{1}{2})h} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

从碰后到 B 转 n 圈后到达 M 正下方, 由功能关系得

$$mg \times 2nh = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_5^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

解得

$$\frac{5a}{3n} \leq h \leq \frac{30a}{18n - 11} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

绳断后, B 做平抛运动, 有

$$2nh = \frac{1}{2}gt^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$s = vst$$

可得

$$s = 4\sqrt{20anh - (nh)^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

由于

$$\frac{5a}{3} \leq nh \leq \frac{30na}{18n-11} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

则由数学分析可得

$$\text{当 } nh = \frac{5a}{3} \text{ 时, } s_{\min} = \frac{20\sqrt{11}a}{3}$$

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, } nh = \frac{30a}{7}, s_{\max} = \frac{40\sqrt{33}a}{7}$$