2007年辽宁高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

参考公式：

如果事件 A，B 互斥，那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A，B 相互独立，那么

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．若集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{1\}$　　B．$\{2\}$　　C．$\{3\}$　　D．$\{1,2,3,4\}$

2．若函数 $y=f(x)$ 的反函数图象过点 $(1,5)$，则函数 $y=f(x)$ 的图象必过点（　　）

A．$(5,1)$　　B．$(1,5)$　　C．$(1,1)$　　D．$(5,5)$

3．双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的焦点坐标为（　　）

A．$(-\sqrt{7},0)$，$(\sqrt{7},0)$　　B．$(0,-\sqrt{7})$，$(0,\sqrt{7})$

C．$(-5,0)$，$(5,0)$　　D．$(0,-5)$，$(0,5)$

4．若向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不共线，$\vec{a}\cdot\vec{b}\neq 0$，且 $\vec{c}=\vec{a}-\left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{a}}{\vec{a}\cdot\vec{b}}\right)\vec{b}$，则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 的夹角为（　　）

A．0　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{2}$

5．设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_3=9$，$S_6=36$，则 $a_7+a_8+a_9=$（　　）

A．63　　B．45　　C．36　　D．27

6．若m，n是两条不同的直线，α，β，γ是三个不同的平面，则下列命题中的真命题是（　　）

A．若$m\subset\beta$，$\alpha\perp\beta$，则$m\perp\alpha$　　B．若$m\perp\beta$，$m /\!/ \alpha$，则$\alpha\perp\beta$

C．若$\alpha\perp\gamma$，$\alpha\perp\beta$，则$\beta\perp\gamma$　　D．若$\alpha\cap\gamma=m$，$\beta\cap\gamma=n$，$m /\!/ n$，则$\alpha /\!/ \beta$

7．若函数$y=f(x)$的图象按向量$\boldsymbol{a}$平移后，得到函数$y=f(x-1)-2$的图象，则向量$\boldsymbol{a}=$（　　）

A．$(1,-2)$　　B．$(1,2)$　　C．$(1,-2)$　　D．$(-1,2)$

8．已知变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+2\leqslant 0,\\ x\geqslant 1,\\ x+y-7\leqslant 0,\end{cases}$ 则$\dfrac{y}{x}$的取值范围是（　　）

A．$\left[\dfrac{9}{5},6\right]$　　B．$\left(-\infty,\dfrac{9}{5}\right]\cup[6,+\infty)$

C．$(-\infty,3]\cup[6,+\infty)$　　D．$[3,6]$

9．函数$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+6)$的单调增区间为（　　）

A．$\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$　　B．$(3,+\infty)$　　C．$\left(-\infty,\dfrac{5}{2}\right)$　　D．$(-\infty,2)$

10．一个坛子里有编号为1，2，…，12的12个大小相同的球，其中1到6号球是红球，其余的是黑球．若从中任取两个球，则取到的都是红球，且至少有1个球的号码是偶数的概率为（　　）

A．$\dfrac{1}{22}$　　B．$\dfrac{1}{11}$　　C．$\dfrac{3}{22}$　　D．$\dfrac{2}{11}$

11．设p，q是两个命题：$p:|x|-3>0$，$q:x^2-\dfrac{5}{6}x+\dfrac{1}{6}>0$，则$p$是$q$的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

12．将数字1，2，3，4，5，6拼成一列，记第i个数为$a_i(\mathrm{i}=1,2,\cdots,6)$，若$a_1\neq 1$，$a_3\neq 3$，$a_5\neq 5$，$a_1<a_3<a_5$，则不同的排列方法种数为（　　）

A．18　　B．30　　C．36　　D．48

第Ⅱ卷（非选择题 共90分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．

13．已知函数 $y=f(x)$ 为奇函数，若 $f(3)-f(2)=1$，则 $f(-2)-f(-3)=$________．

14．$(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}})^x$ 展开式中含 x 的整数次幂的项的系数之和为________（用数字作答）．

15．若一个底面边长为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，棱长为 $\sqrt{6}$ 的正六棱柱的所有顶点都在一个球的面上，则此球的体积为________．

16．设椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 上一点 P 到左准线的距离为 10，F 是该椭圆的左焦点，若点 M 满足 $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF})$，则 $|\overrightarrow{OM}|=$________．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 12 分）

某公司在过去几年内使用某种型号的灯管 1000 支，该公司对这些灯管的使用寿命（单位：小时）进行了统计，统计结果如下表所示：

分组	[500,900)	[900，1100)	[1100，1300)	[1300，1500)	[1500，1700)	[1700，1900)	[1900，+∞)
频数	48	121	208	223	193	165	42
频率							

（I）将各组的频率填入表中；

（II）根据上述统计结果，计算灯管使用寿命不足 1500 小时的频率；

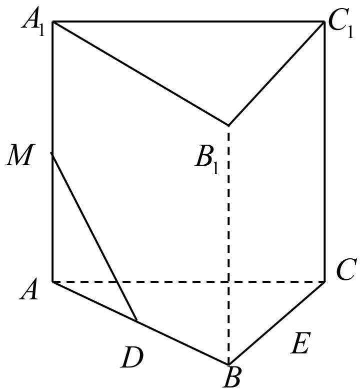
（III）该公司某办公室新安装了这种型号的灯管 3 支，若将上述频率作为概率，试求至少有 2 支灯管的使用寿命不足 1500 小时的概率．

18．（本小题满分 12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC=a$，D，E 分别为棱 AB，BC 的中点，M 为棱 AA_1 上的点，二面角 $M-DE-A$ 为 30°．

（I）证明：$A_1B_1\perp C_1D$；

（II）求 MA 的长，并求点 C 到平面 MDE 的距离．



19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)-2\cos^2\dfrac{\omega x}{2}$，$x\in\mathbf{R}$（其中 $\omega>0$）

（I）求函数 $f(x)$ 的值域；

（II）若函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=-1$ 的两个相邻交点间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，求函数 $y=f(x)$ 的单调增区间.

20.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 满足 $a_1=2$，$b_1=1$，且 $\begin{cases} a_n=\dfrac{3}{4}a_{n-1}+\dfrac{1}{4}b_{n-1}+1 \\ b_n=\dfrac{1}{4}a_{n-1}+\dfrac{3}{4}b_{n-1}+1 \end{cases}$（$n\geqslant 2$）

（I）令 $c_n=a_n+b_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式；

（II）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和公式 S_n.

21．（本小题满分 14 分）

已知正三角形OAB的三个顶点都在抛物线$y^2=2x$上，其中O为坐标原点，设圆C是$\triangle OAB$的内接圆（点C为圆心）

（I）求圆C的方程；

（II）设圆M的方程为$(x-4-7\cos\theta)^2+(y-7\sin\theta)^2=1$，过圆$M$上任意一点$P$分别作圆$C$的两条切线$PE$，$PF$，切点为$E$，$F$，求$\overrightarrow{CE},\overrightarrow{CF}$的最大值和最小值．

22．（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=x^3-9x^2\cos\alpha+48x\cos\beta+18\sin^2\alpha$，$g(x)=f'(x)$，且对任意的实数$t$均有$g(1+\cos t)\geqslant 0$，$g(3+\sin t)\leqslant 0$．

（I）求函数$f(x)$的解析式；

（II）若对任意的$m\in[-26,6]$，恒有$f(x)\geqslant x^2-mx-11$，求x的取值范围．

试题答案与评分参考

说明：

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。

二、对解答题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变试题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答较严重的错误，就不再给分。

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

一、选择题：本在题考查基本知识和基本运算。每小题 5 分，满分 60 分。

（1）C（2）A（3）C（4）D（5）B（6）B（7）C（8）A（9）D（10）D（11）A（12）B

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，共 16 分。

（13）1（14）72（15）$4\sqrt{3}\,n$ （16）2

三、解答题

（17）本小题主要考查频率、概率、总体分布的估计、独立重复试验等基础知识，考查运用统计的有关知识解决实际问题的能力，满分 12 分.

（Ⅰ）解：

分组	[500，900]	[900，1100]	[1100,1300]	[1300,1500]	[1500,1700]	[1700,1900]	[1900，+∞]
频数	48	121	208	223	193	165	42
频率	0.048	0.121	0.208	0.223	0.193	0.165	0.042

……4 分

（Ⅱ）解: 由（Ⅰ）可得 0.048+0.121+0.208+0.223＝0.6，所以灯管使用寿命不是 1500 小时的频率为 0.6.……8 分

（Ⅲ）解：由（Ⅱ）知：1 只灯管使用寿命不足 1500 小时的概率 P=0.6.根据在 n 次独立重复试验中事件恰好发生 k 次的概率公式可得

$$P_1(2)+P_3(3)=C_1^1\times 0.6^2\times 0.4+0.6^2=0.648$$ 。

所以至少有 2 支灯管的使用寿命不足 1500 小时的概率是 0.648.……12 分

（18）本小题主要考查空间中的线面关系、解三角形等基础知识，考查空间想象能力与思维能力。满分 12 分。

（Ⅰ）证明：连结 CD,

∵三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 是直三棱柱。

∴CC_1⊥平面 ABC,

∴CD 为 C_1D 在平面 ABC 内的射影，

∵△ABC 中，AC=BC，D 为 AB 中点。

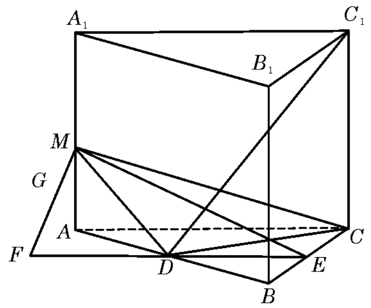
∴$AB\perp CD$,

∴$AB\perp C_1D$,

∵$A_1B_1\,//\,AB$,

∴$A_1B_1\perp C_1D$。

（Ⅱ）解法一：过点 A 作 CE 的平行线，交 ED 的延长线于 F，连结 MF.



∵D、E分别为AB、BC的中点。

∴$DE // AC$。

又∵$AF // CE$，$CE \perp AC$，

∴$AF \perp DE$。

∵$MA \perp$平面ABC，

∴AF为MF在平面ABC内的射影。

∴$MF \perp DE$，

∴$\angle MFA$为二面角$M\text{-}DE\text{-}A$的平面角，$\angle MFA = 30°$。

在Rt△MAF中，AF＝$\frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}, \angle MFA = 30°$，

∴$AM = \frac{\sqrt{3}}{6}a$.

作$AC \perp MF$，垂足为G。

∵$MF \perp DE, AF \perp DE$,

∴$DE \perp$平面AMF，

∴平面$MDE \perp$平面AMF.

∴$AG \perp$平面MDE

在Rt△GAF中，$\angle GFA = 30°$，AF=$\frac{a}{2}$，

∴$AG = \frac{a}{4}$，即A到平面MDE的距离为$\frac{a}{4}$。

∵$CA // DE$，∴$CA //$平面MDE，

∴C到平面MDE的距离与A到平面MDE的距离相等，为$\frac{a}{4}$。

解法二：过点A作CE的平行线，交ED的延长线于F，连结MF，

∵D、E分别为AB、CB的中点，

$DE // AC$，

又∵$AF // CE$，$CE \perp AC$，

∴$AF \perp DE$，

∵$MA \perp$平面ABC，

∴AF为MF在平面ABC内的射影，

∴$MF \perp DE$，

∴$\angle MFA$为二面角$M\text{-}DE\text{-}A$的平面角，$\angle MFA = 30°$。

在Rt△MAF中，AF=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{a}{2}, \angle MFA = 30°$，

$\therefore AM=\dfrac{\sqrt{3}}{6}a$. ……8 分

设 C 到平面 MDE 的距离为 h。

$\because V_{M-CDE}=V_{C-MOC}$,

$\therefore \dfrac{1}{3}S_{\Delta CDE}\cdot MA=\dfrac{1}{3}S_{\Delta MDE}\cdot h$,

$S_{\Delta CDE}=\dfrac{1}{2}CE\cdot DE=\dfrac{a^2}{8}, MA=\dfrac{\sqrt{3}}{6}a$,

$S_{\Delta MDE}=\dfrac{1}{2}CE\cdot MF=\dfrac{1}{2}DE\cdot\dfrac{AF}{\cos 30^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^2$,

$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{a^2}{8}\times\dfrac{\sqrt{3}}{6}a=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^2\times h$,

$\therefore h=\dfrac{a}{4}$，即 C 到平面 MDE 的距离为 $\dfrac{a}{4}$。……12 分

19. 本小题主要考查三角函数公式，三角函数图象和性质等基础知识，考查综合运用三角函数有关知识的能力。满分 12 分。

$$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x-(\cos x+1)$$

（Ⅰ）解：$=2(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\dfrac{1}{2}\cos x)-1$ ……5 分

$=2\sin(\cos-\dfrac{\pi}{6})-1.$

由 $-1\leqslant\sin(\cos x-\dfrac{\pi}{6})\leqslant 1$，得 $-3\leqslant 2\sin(\cos x-\dfrac{\pi}{6})-1\leqslant 1$。

可知函数 $f(x)$ 的值域为［-3, 1］. ……7 分

（Ⅱ）解：由题设条件及三角函数图象和性质可知，$y=f(x)$ 的周其为 w，又由 $w>0$，

得 $\dfrac{2\pi}{w}\pi$，即得 $w=2$。

于是有 $f(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})-1$，再由 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\le 2\pi-\dfrac{\pi}{6}\le 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in Z)$，解得

$k\pi-\dfrac{\pi}{6}\le x\le k\pi+\dfrac{\pi}{3}(k\in Z)$。

所以 $y=f(x)$ 的单调增区间为［$k\pi-\dfrac{\pi}{6}, k\pi-\dfrac{\pi}{3}(k\in Z)$］

（20）本小题主要考查等差数列、等比数列等基础知识，考查基本运算能力，满分 12 分。

（Ⅰ）解：由题设得 $a_n+b_n=(a_{n+1}+b_{n+1})+2(n\ge 2)$，即

（Ⅱ）解：由题设得$a_n-b_n=\frac{1}{2}(a_{n-1}-b_{n-1})(n\geq 2)$，令$d_n=a_n-b_n$，则

$d_n=\frac{1}{2}d_{n-1}(n\geq 2)$。

易知$\{d_n\}$是首项$a_n-b_n=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，通项公式为

$d_n=\frac{1}{2^{n-1}}$……8 分

由于$\begin{cases}a_n+b_n=2n+1,\\ a_n-b_n=\frac{1}{2^{n-1}}\end{cases}$解得

$a_n=\frac{1}{2^n}+n+\frac{1}{2}$。……10 分

求和得

$S_n=\frac{1}{2^n}+\frac{n^2}{2}+n+1$。……12 分

（21）本小题主要考查平面向量，圆与抛物线的方程及几何性质等基本知识，考查综合运用解析几何知识解决问题的能力。满分 14 分。

（Ⅰ）解法一：设 A、B 两点坐标分别为（$\frac{y_1^2}{2},y_1$），（$\frac{y_2^2}{2},y_2$），由题设知

$\sqrt{(\frac{y_1^2}{2})^2+y_1^2}=\sqrt{(\frac{y_2^2}{2})^2+y_2^2}=\sqrt{(\frac{y_1^2}{2}-\frac{y_2^2}{2})^2+(y_1-y_2)^2}$，

解得$y_1^2=y_2^2=12$，

所以 A（6，$2\sqrt{3}$），B（6，$-2\sqrt{3}$）或 A（6，$-2\sqrt{3}$），B（6，$2\sqrt{3}$）。

设圆心 C 的坐标为（r, 0），则$r=\frac{2}{3}\times 6=4$，所以圆 C 的方程为

$(x-4)^2+y^2=16.$……4 分

解法二：设 A、B 两点坐标分别为（x_1，y_1），（x_2，y_2），由题设知

$x_1^2+y_1^2=x_2^2+y_2^2$

又因为$y_1^2=2x_1,y_2^2=2x_2$，可得$x_1^2+2x_1=x_1^2+2x_2$，即

$(x_1+x_2)(x_1+x_2+2)=0$。

由$x_1>0$，$x_2>0$，可知 $x_1=0$，故 A、B 两点关于 x 轴对称，所以圆心 C 在 x 轴上，

设 C 点的坐标为（$r,0$），则 A 点的坐标为（$\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}r$），于是有 $(\frac{\sqrt{3}}{2}r)^2=2\times\frac{3}{2}r$，解得 r=4，所以圆 C 的方程为

$(x-4)^2+y^2=16$。……4 分

（Ⅱ）解：设∠ECF＝2a，则

$\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}=|\overrightarrow{CE}|\cdot|\overrightarrow{CF}|\cdot\cos 2a=32\cos^2 a-16$……8 分

在 Rt△PCE 中，$\cos a=\frac{r}{|PC|}=\frac{4}{|PC|}$，由圆的几何性质得