

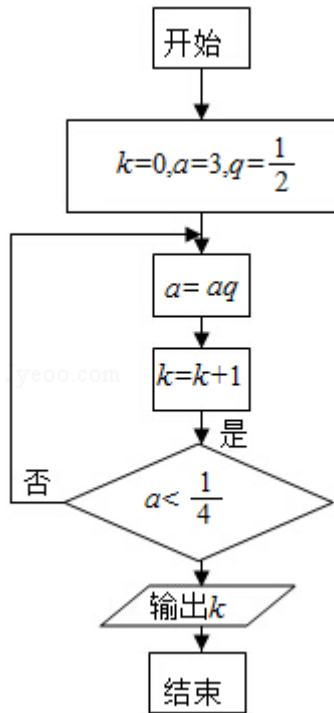
2015年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题（每小题5分,共40分）

1. （5分）若集合 $A=\{x \mid -5 < x < 2\}$ ， $B=\{x \mid -3 < x < 3\}$ ，则 $A \cap B=$ （ ）
- A. $\{x \mid -3 < x < 2\}$ B. $\{x \mid -5 < x < 2\}$
C. $\{x \mid -3 < x < 3\}$ D. $\{x \mid -5 < x < 3\}$
2. （5分）圆心为 $(1, 1)$ 且过原点的圆的标准方程是（ ）
- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$ D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$
3. （5分）下列函数中为偶函数的是（ ）
- A. $y=x^2 \sin x$ B. $y=x^2 \cos x$ C. $y=|\ln x|$ D. $y=2^{-x}$
4. （5分）某校老年、中年和青年教师的人数见如表，采用分层插样的方法调查教师的身体状况，在抽取的样本中，青年教师有320人，则该样本的老年教师人数为（ ）

类别	人数
老年教师	900
中年教师	1800
青年教师	1600
合计	4300

- A. 90 B. 100 C. 180 D. 300
5. （5分）执行如图所示的程序框图，输出的k值为（ ）

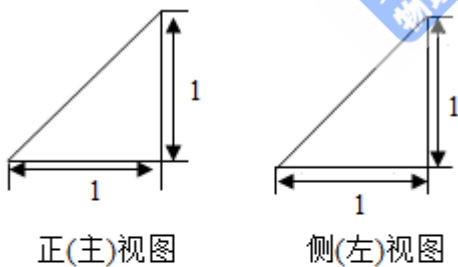


- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

6. (5分) 设 \vec{a} , \vec{b} 是非零向量, “ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ”的 ()

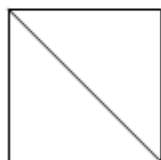
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥最长棱的棱长为 ()



正(主)视图

侧(左)视图



俯视图

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

8. (5分) 某辆汽车每次加油都把油箱加满, 下表记录了该车相邻两次加油时的情况

加油时间	加油量（升）	加油时的累计里程（千米）
2015年5月1日	12	35000
2015年5月15日	48	35600

注：“累计里程”指汽车从出厂开始累计行驶的路程，在这段时间内，该车每100千米平均耗油量为（ ）

- A. 6升 B. 8升 C. 10升 D. 12升

二、填空题

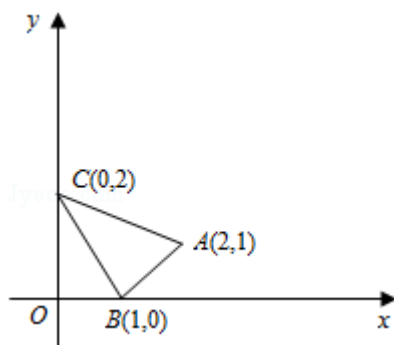
9. （5分）复数 $i(1+i)$ 的实部为_____.

10. （5分） 2^{-3} , $\frac{1}{3^2}$, $\log_2 5$ 三个数中最大数的是_____.

11. （5分）在 $\triangle ABC$ 中, $a=3$, $b=\sqrt{6}$, $\angle A=\frac{2\pi}{3}$, 则 $\angle B=_____$.

12. （5分）已知 $(2, 0)$ 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$)的一个焦点, 则 $b=_____$

13. （5分）如图, $\triangle ABC$ 及其内部的点组成的集合记为 D , $P(x, y)$ 为 D 中任意一点, 则 $z=2x+3y$ 的最大值为_____.

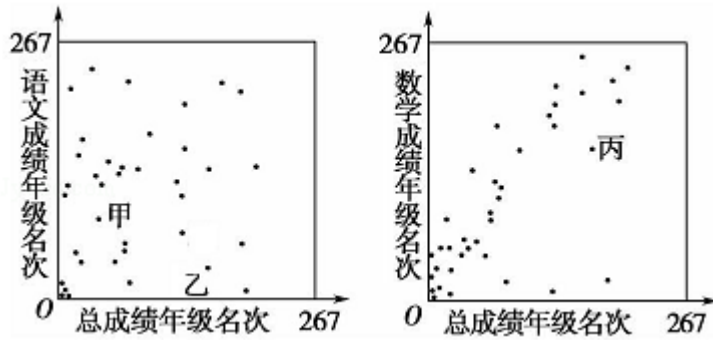


14. （5分）高三年级267位学生参加期末考试, 某班37位学生的语文成绩, 数学成绩与总成绩在全年级的排名情况如图所示, 甲、乙、丙为该班三位学生

从这次考试成绩看,

①在甲、乙两人中, 其语文成绩名次比其总成绩名次靠前的学生是_____;

②在语文和数学两个科目中, 丙同学的成绩名次更靠前的科目是_____.



三、解答题（共80分）

15. （13分）已知函数 $f(x) = \sin x - 2\sqrt{3}\sin^2 \frac{x}{2}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期；
- (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{2\pi}{3}]$ 上的最小值.

16. （13分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 10$, $a_4 - a_3 = 2$

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_2 = a_3$, $b_3 = a_7$, 问: b_6 与数列 $\{a_n\}$ 的第几项相等?

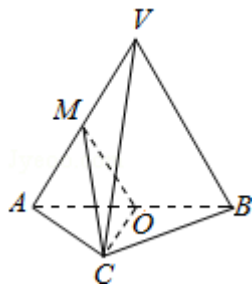
17. (13分) 某超市随机选取1000位顾客, 记录了他们购买甲、乙、丙、丁四种商品的情况, 整理成如下统计表, 其中“√”表示购买, “×”表示未购买.

	甲	乙	丙	丁
100	√	×	√	√
217	×	√	×	√
200	√	√	√	×
300	√	×	√	×
85	√	×	×	×
98	×	√	×	×

- (1) 估计顾客同时购买乙和丙的概率;
- (2) 估计顾客在甲、乙、丙、丁中同时购买3种商品的概率;
- (3) 如果顾客购买了甲, 则该顾客同时购买乙、丙、丁中哪种商品的可能性最大?

18. (14分) 如图, 在三棱锥 $V-ABC$ 中, 平面 $VAB \perp$ 平面 ABC , $\triangle VAB$ 为等边三角形, $AC \perp BC$ 且 $AC=BC=\sqrt{2}$, O, M 分别为 AB, VA 的中点.

- (1) 求证: $VB \parallel$ 平面 MOC ;
- (2) 求证: 平面 $MOC \perp$ 平面 VAB
- (3) 求三棱锥 $V-ABC$ 的体积.



19. (13分) 设函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - k \ln x$, $k > 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(2) 证明: 若 $f(x)$ 存在零点, 则 $f(x)$ 在区间 $(1, \sqrt{e}]$ 上仅有一个零点.

20. (14分) 已知椭圆 $C: x^2 + 3y^2 = 3$, 过点 $D(1, 0)$ 且不过点 $E(2, 1)$ 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, 直线 AE 与直线 $x=3$ 交于点 M .

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(2) 若 AB 垂直于 x 轴, 求直线 BM 的斜率;

(3) 试判断直线 BM 与直线 DE 的位置关系, 并说明理由.