

## 2013年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

参考公式：

样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的方差  $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ，其中  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 。

棱锥的体积公式： $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  是锥体的底面积， $h$  为高。

棱柱的体积公式： $V = Sh$ ，其中  $S$  是柱体的底面积， $h$  为高。

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分，请把答案填写在答题卡的相应位置上。

1、函数  $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{4})$  的最小正周期为     ▲    。

2、设  $z = (2 - i)^2$  ( $i$  为虚数单位)，则复数  $z$  的模为     ▲    。

3、双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  的两条渐近线的方程为     ▲    。

4、集合  $\{-1, 0, 1\}$  共有     ▲     个子集。

5、右图是一个算法的流程图，则输出的  $n$  的值是     ▲    。

6、抽样统计甲、乙两位射击运动员的5次训练成绩（单位：环），结果如下：

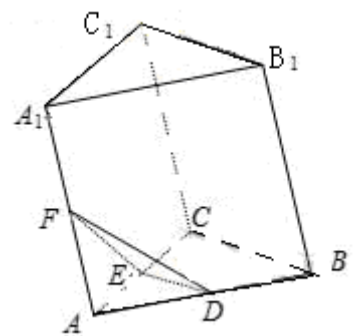
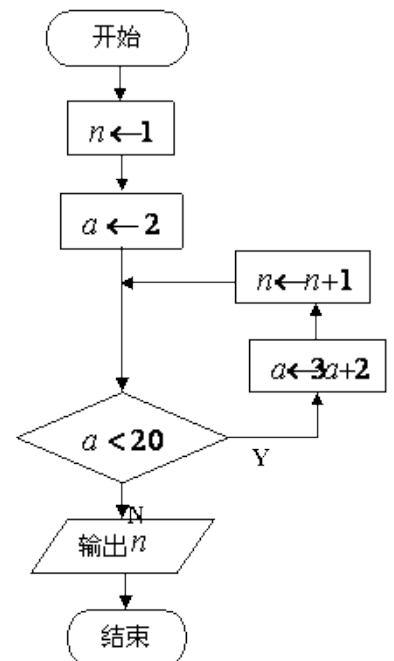
运动员	第1次	第2次	第3次	第4次	第5次
甲	87	91	90	89	93
乙	89	90	91	88	92

则成绩较为稳定(方差较小)的那位运动员成绩的方差为     ▲    。

7、现有某类病毒记作为  $X_m Y_n$ ，其中正整数  $m, n (m \leq 7, n \leq 9)$  可以任意选取，则  $m, n$  都取到奇数的概率为     ▲    。

8、如图，在三棱柱  $A_1 B_1 C_1 - ABC$  中， $D, E, F$  分别为  $AB, AC, A_1 A$  的中点，设三棱锥  $F-ADE$  的体积为  $V_1$ ，三棱柱  $A_1 B_1 C_1 - ABC$  的体积为  $V_2$ ，则  $V_1 : V_2 =$      ▲    。

9、抛物线  $y = x^2$  在  $x = 1$  处的切线与坐标轴围成三角形区域为  $D$  (包含三角



形内部与边界)。若点 $P(x, y)$ 是区域 $D$ 内的任意一点, 则 $x+2y$ 的取值范围是 ▲。

10、设 $D$ 、 $E$ 分别是 $\triangle ABC$ 的边 $AB$ 、 $BC$ 上的点, 且 $AD = \frac{1}{2}AB, BE = \frac{2}{3}BC$ 。若

$\overrightarrow{DE} = \lambda_1 \overrightarrow{AB} + \lambda_2 \overrightarrow{AC}$  ( $\lambda_1, \lambda_2$  均为实数), 则 $\lambda_1 + \lambda_2$  的值为 ▲。

11、已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数。当 $x > 0$ 时,  $f(x) = x^2 - 4x$ , 则不等式 $f(x) > x$ 的解集用区间表示为 ▲。

12、在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 椭圆 $C$ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 右焦点为 $F$ , 右准线为 $l$ , 短轴的一个端点为 $B$ 。设原点到直线 $BF$ 的距离为 $d_1$ ,  $F$ 到 $l$ 的距离为 $d_2$ 。若 $d_2 = \sqrt{6}d_1$ , 则椭圆 $C$ 的离心率为 ▲。

13、在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 设定点 $A(a, a)$ ,  $P$ 是函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 图象上的一动点。若点 $P$ 、 $A$ 之间的最短距离为 $2\sqrt{2}$ , 则满足条件的实数 $a$ 的所有值为 ▲。

14、在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中,

$a_5 = \frac{1}{2}, a_6 + a_7 = 3$ , 则满足 $a_1 + a_2 + \dots + a_n > a_1 a_2 \dots a_n$ 的最大正整数 $n$ 的值为 ▲。

二、解答题: 本大题共6小题, 共计90分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明或演算步骤。

15、(本小题满分14分)

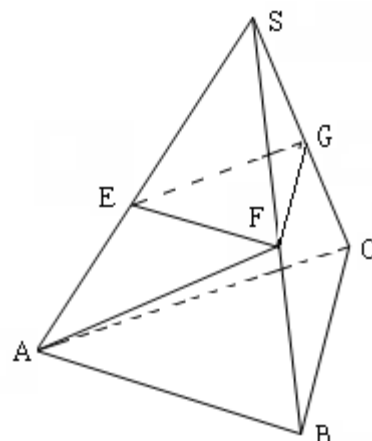
已知向量 $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha), \vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta), 0 < \beta < \alpha < \pi$ 。

(1) 若 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}$ , 求证:  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ;

(2) 设 $\vec{c} = (0, 1)$ , 若 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ , 求 $\alpha, \beta$ 的值。

16、(本小题满分14分)

如图，在三棱锥S-ABC中，平面SAB ⊥ 平面SBC, AB ⊥ BC, AS=AB。过A作 AF ⊥ SB, 垂足为F, 点E、G分别为线段SA、SC的中点。

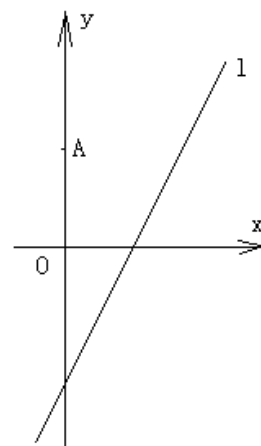


求证：（1）平面EFG // 平面ABC；  
（2）BC ⊥ SA。

17、（本小题满分14分）

如图，在平面直角坐标系xoy中，点A(0,3)，直线l:  $y = 2x - 4$ ，设圆C的半径为1，圆心在直线l上。

- （1）若圆心C也在直线  $y = x - 1$  上，过点A作圆C的切线，求切线的方程；
- （2）若圆C上存在点M，使  $MA = 2MO$ ，求圆心C的横坐标  $a$  的取值范围。



18、（本小题满分16分）

如图，游客从某旅游景区的景点A处下山至C处有两种路径。一种是从A沿直线步行到C，另

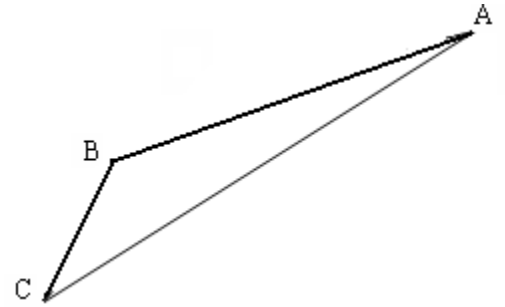
一种是从A沿索道乘缆车到B，然后从B沿直线步行到C。

现有甲、乙两位游客从A处下山，甲沿AC匀速步行，速度为50米/分钟。在甲出发2分钟后，乙从A乘坐缆车到B，在B处停留1分钟后，再从B匀速步行到C。假设缆车速度为130米/分钟，山路AC的长为1260米，经测量， $\cos A = \frac{12}{13}$ ， $\cos C = \frac{3}{5}$ 。

（1）求索道AB的长；

（2）问乙出发多少分钟后，乙在缆车上与甲的距离最短？

（3）为使两位游客在C处互相等待的时间不超过3分钟，乙步行的速度应控制在什么范围内？



19、（本小题满分16分）

设  $\{a_n\}$  是首项为  $a$ 、公差为  $d$  的等差数列 ( $d \neq 0$ )， $S_n$  为其前  $n$  项和。记

$$b_n = \frac{nS_n}{n^2 + c}, n \in N^*, \text{ 其中 } c \text{ 为实数。}$$

（1）若  $c=0$ ，且  $b_1, b_2, b_4$  成等比数列，证明： $S_{nk} = n^2 S_k (n, k \in N^*)$

（2）若  $\{b_n\}$  为等差数列，证明： $c=0$ 。

20、（本小题满分16分）

设函数  $f(x) = \ln x - ax, g(x) = e^x - ax$ ，其中  $a$  为实数。

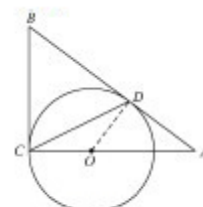
- (1) 若  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上是单调减函数, 且  $g(x)$  在  $(1, +\infty)$  上有最小值, 求  $a$  的取值范围;
- (2) 若  $g(x)$  在  $(-1, +\infty)$  上是单调增函数, 试求  $f(x)$  的零点个数, 并证明你的结论。

21. [选做题] 本题包括A、B、C、D四小题, 请选定其中两题, 并在相应的答题区域内作答. 若多做, 则按作答的前两题评分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤

A. [选修4-1: 几何证明选讲] (本小题满分10分)

如图, AB和BC分别与圆O相切于点D、C, AC经过圆心O, 且 $BC=2OC$ .

求证:  $AC=2AD$ .



B. [选修4-2: 矩阵与变换] (本小题满分10分)

已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ , 求矩阵  $A^{-1}B$ .

C. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分10分)

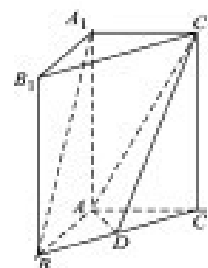
在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 曲线  $C$  的参数方程为

$\begin{cases} x = 2 \tan^2 \theta \\ y = 2 \tan \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数)。试求直线  $l$  和曲线  $C$  的普通方程, 并求出它们的公共点的坐标。

D. [选修4-5: 不等式选讲] (本小题满分10分)

已知  $a \geq b > 0$ , 求证:  $2a^3 - b^3 \geq 2ab^2 - a^2b$ 。

【必做题】第22题、第23题, 每题10分, 共计20分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.



22. (本小题满分10分)

如图, 在直三棱柱  $A_1B_1C_1 - ABC$  中,  $AB \perp AC$ ,  $AB=AC=2$ ,  $A_1A=4$ , 点D是BC的中点。

- (1) 求异面直线  $A_1B$  与  $C_1D$  所成角的余弦值;
- (2) 求平面  $ADC_1$  与平面  $ABA_1$  所成二面角的正弦值。

23. (本小题满分10分)

设数列  $\{a_n\}$ : 1, -2, -2, 3, 3, 3, -4, -4, -4, -4,  $\dots$ ,  $\overbrace{(-1)^{k-1}k, \dots, (-1)^{k-1}k}^{k \uparrow}, \dots$

即当  $\frac{(k-1)k}{2} < n \leq \frac{(k+1)k}{2}$  ( $k \in N^*$ ) 时,  $a_n = (-1)^{k-1}k$ 。记  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  ( $n \in N^*$ )。

对于  $l \in N^*$ , 定义集合  $P_l = \{n \mid S_n \text{ 为 } a_n \text{ 的整数倍, } n \in N^*, \text{ 且 } 1 \leq n \leq l\}$

(1) 求  $P_{11}$  中元素个数;

(2) 求集合  $P_{2000}$  中元素个数。

参考答案

1. 【答案】 $\pi$

【解析】 $T = \left| \frac{2\pi}{\omega} \right| = \left| \frac{2\pi}{2} \right| = \pi$ .

2. 【答案】5

【解析】 $z = 3 - 4i$ ,  $i^2 = -1$ ,  $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ .

3. 【答案】 $y = \pm \frac{3}{4}x$

【解析】令： $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 0$ , 得  $y = \pm \sqrt{\frac{9x^2}{16}} = \pm \frac{3}{4}x$ .

4. 【答案】8

【解析】 $2^3 = 8$ .

5. 【答案】3

【解析】 $n=1, a=2, a=4, n=2; a=10, n=3; a=28, n=4$ .

6. 【答案】2

【解析】易得乙较为稳定, 乙的平均值为:  $\bar{x} = \frac{89+90+91+88+92}{5} = 90$ .

方差为:  $S^2 = \frac{(89-90)^2 + (90-90)^2 + (91-90)^2 + (88-90)^2 + (92-90)^2}{5} = 2$ .

7.

【答案】 $\frac{20}{63}$

【解析】 $m$ 取到奇数的有1, 3, 5, 7共4种情况;  $n$ 取到奇数的有1, 3, 5, 7, 9共5种情况, 则  $m, n$  都取到奇数的概率为  $\frac{4 \times 5}{7 \times 9} = \frac{20}{63}$ .

8.

【答案】1: 24

【解析】三棱锥  $F-ADE$  与三棱锥  $A_1-ABC$  的相似比为1: 2, 故体积之比为1: 8. 又因三棱锥  $A_1-ABC$  与三棱柱  $A_1B_1C_1-ABC$  的体积之比为1: 3.

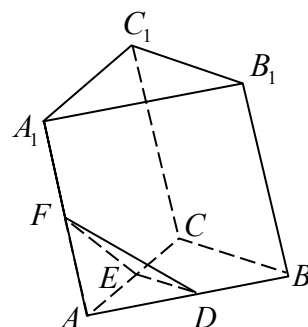
所以, 三棱锥  $F-ADE$  与三棱柱  $A_1B_1C_1-ABC$  的体积之比为1: 24.

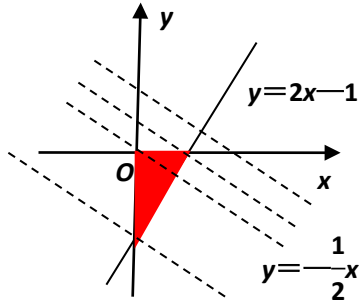
9.

【答案】 $[-2, \frac{1}{2}]$

【解析】抛物线  $y = x^2$  在  $x = 1$  处的切线易得为  $y = 2x - 1$ , 令  $z = x + 2y$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{z}{2}$ .

画出可行域如下, 易得过点(0, -1)时,  $z_{\min} = -2$ , 过点( $\frac{1}{2}$ , 0)时,  $z_{\max} = \frac{1}{2}$ .





10.

【答案】 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{【解析】 } \overrightarrow{DE} &= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \lambda_1\overrightarrow{AB} + \lambda_2\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

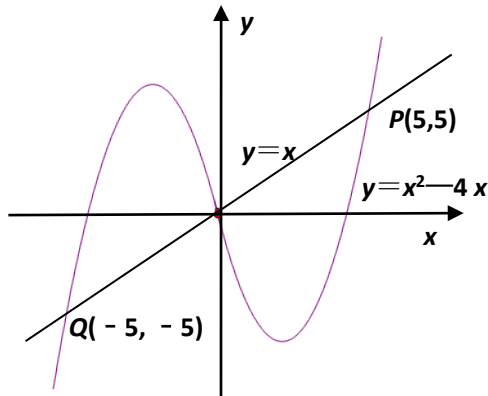
所以,  $\lambda_1 = -\frac{1}{6}$ ,  $\lambda_2 = \frac{2}{3}$ ,  $\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{2}$ .

11.

【答案】 $(-5, 0) \cup (5, +\infty)$

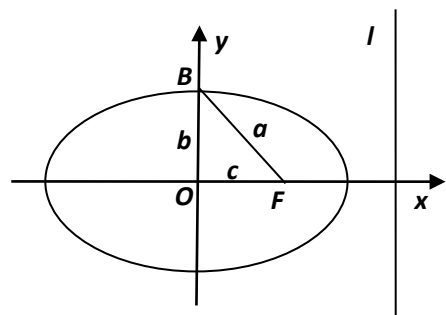
【解析】做出  $f(x) = x^2 - 4x$

( $x > 0$ )的图像, 如下图所示。由于  $f(x)$  是定义在  $R$  上的奇函数, 利用奇函数图像关于原点对称做出  $x < 0$  的图像。不等式  $f(x) > x$ , 表示函数  $y = f(x)$  的图像在  $y = x$  的上方, 观察图像易得: 解集为  $(-5, 0) \cup (5, +\infty)$ 。



12. 【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】如图,  $l: x = \frac{a^2}{c}$ ,  $d_2 = \frac{a^2}{c} - c = \frac{b^2}{c}$ , 由



等面积得：  $d_1 = \frac{bc}{a}$ 。若  $d_2 = \sqrt{6}d_1$ ，则  $\frac{b^2}{c} = \sqrt{6} \frac{bc}{a}$ ，整理得：  $\sqrt{6}a^2 - ab - \sqrt{6}b^2 = 0$

，两边同除以：  $a^2$ ，得：  $\sqrt{6}\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{b}{a}\right) + \sqrt{6} = 0$ ，解之得：  $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，所以，离心率

为：  $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

13.

【答案】 1或  $\sqrt{10}$

【解析】

14.

【答案】 12

【解析】 设正项等比数列  $\{a_n\}$  首项为  $a_1$ ，公比为  $q$ ，则： 
$$\begin{cases} a_1q_4 = \frac{1}{2} \\ a_1q_5(1+q) = 3 \end{cases}$$
，得：  $a_1 = \frac{1}{32}$

，  $q=2$ ，  $a_n=2^{6-n}$ 。记  $T_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{2^n - 1}{2^5}$ ，  $\Pi_n = a_1 a_2 \dots a_n = 2^{\frac{(n-1)n}{2}}$ 。

$T_n > \Pi_n$ ，则  $\frac{2^n - 1}{2^5} > 2^{\frac{(n-1)n}{2}}$ ，化简得：  $2^n - 1 > 2^{\frac{1}{2}n^2 - \frac{11}{2}n + 5}$ ，当  $n > \frac{1}{2}n^2 - \frac{11}{2}n + 5$  时，

$n = \frac{13 + \sqrt{121}}{2} \approx 12$ 。当  $n=12$  时，  $T_{12} > \Pi_{12}$ ，当  $n=13$  时，  $T_{13} < \Pi_{13}$ ，故  $n_{\max}=12$ 。

二、解答题：本大题共6小题，共计90分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.

解： (1)  $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (\cos\alpha - \cos\beta, \sin\alpha - \sin\beta)$ ，

$$|\mathbf{a} - \mathbf{b}|^2 = (\cos\alpha - \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2 = 2 - 2(\cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta) = 2,$$

所以，  $\cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta = 0$ ，

所以，  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 。

$$(2) \begin{cases} \cos\alpha + \cos\beta = 0 & \text{①} \\ \sin\alpha + \sin\beta = 1 & \text{②} \end{cases}, \text{①}^2 + \text{②}^2 \text{得: } \cos(\alpha - \beta) = -\frac{1}{2}.$$

所以，  $\alpha - \beta = \frac{2}{3}\pi$ ，  $\alpha = \frac{2}{3}\pi + \beta$ ，

带入②得:  $\sin(\frac{2}{3}\pi + \beta) + \sin\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta + \frac{1}{2}\sin\beta = \sin(\frac{\pi}{3} + \beta) = 1,$

所以,  $\frac{\pi}{3} + \beta = \frac{\pi}{2}.$

所以,  $\alpha = \frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{6}.$

16.

证: (1) 因为  $SA = AB$  且  $AF \perp SB,$

所以  $F$  为  $SB$  的中点.

又  $E, G$  分别为  $SA, SC$  的中点,

所以,  $EF \parallel AB, EG \parallel AC.$

又  $AB \cap AC = A, AB \subset \text{面} SBC, AC \subset \text{面} ABC,$

所以, 平面  $EFG \parallel$  平面  $ABC.$

(2) 因为平面  $SAB \perp$  平面  $SBC,$  平面  $SAB \cap$  平面  $SBC = BC,$

$AF \subset$  平面  $ASB, AF \perp SB.$

所以,  $AF \perp$  平面  $SBC.$

又  $BC \subset$  平面  $SBC,$

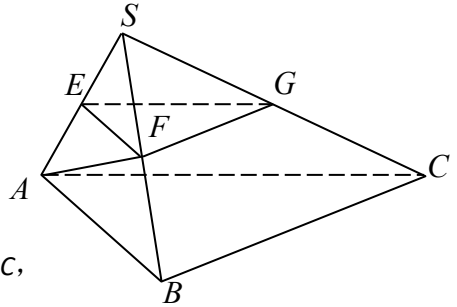
所以,  $AF \perp BC.$

又  $AB \perp BC, AF \cap AB = A,$

所以,  $BC \perp$  平面  $SAB.$

又  $SA \subset$  平面  $SAB,$

所以,  $BC \perp SA.$

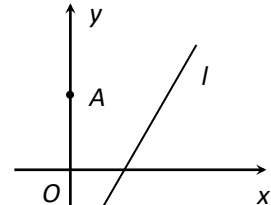


17. 解: (1) 联立:  $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$ , 得圆心为:  $C(3, 2).$

设切线为:  $y = kx + 3,$

$d = \frac{|3k + 3 - 2|}{\sqrt{1 + k^2}} = r = 1,$  得:  $k = 0$  or  $k = -\frac{3}{4}.$

故所求切线为:  $y = 0$  or  $y = -\frac{3}{4}x + 3.$



(2) 设点  $M(x, y),$  由  $MA = 2MO,$  知:  $\sqrt{x^2 + (y - 3)^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2},$

化简得:  $x^2 + (y + 1)^2 = 4,$

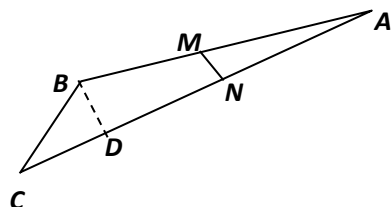
即: 点  $M$  的轨迹为以  $(0, 1)$  为圆心, 2 为半径的圆, 可记为圆  $D.$

又因为点  $M$  在圆  $C$  上, 故圆  $C$  圆  $D$  的关系为相交或相切.

故:  $1 \leq |CD| \leq 3,$  其中  $|CD| = \sqrt{a^2 + (2a - 3)^2}.$

解之得:  $0 \leq a \leq \frac{12}{5}.$

18.



解：（1）如图作  $BD \perp CA$  于点  $D$ ，

设  $BD = 20k$ ，则  $DC = 25k$ ， $AD = 48k$ ，

$AB = 52k$ ，由  $AC = 63k = 1260\text{m}$ ，

知： $AB = 52k = 1040\text{m}$ 。

（2）设乙出发  $x$  分钟后到达点  $M$ ，

此时甲到达  $N$  点，如图所示。

则： $AM = 130x$ ， $AN = 50(x+2)$ ，

由余弦定理得： $MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cos A = 7400x^2 - 14000x + 10000$ ，

其中  $0 \leq x \leq 8$ ，当  $x = \frac{35}{37}$  (min) 时， $MN$  最小，此时乙在缆车上与甲的距离最短。

（3）由（1）知： $BC = 500\text{m}$ ，甲到  $C$  用时： $\frac{1260}{50} = \frac{126}{5}$  (min)。

若甲等乙3分钟，则乙到  $C$  用时： $\frac{126}{5} + 3 = \frac{141}{5}$  (min)，在  $BC$  上用时： $\frac{86}{5}$  (min)。

此时乙的速度最小，且为： $500 \div \frac{86}{5} = \frac{1250}{43}$  m/min。

若乙等甲3分钟，则乙到  $C$  用时： $\frac{126}{5} - 3 = \frac{111}{5}$  (min)，在  $BC$  上用时： $\frac{56}{5}$  (min)。

此时乙的速度最大，且为： $500 \div \frac{56}{5} = \frac{625}{14}$  m/min。

故乙步行的速度应控制在  $[\frac{1250}{43}, \frac{625}{14}]$  范围内。

19.

证：（1）若  $c = 0$ ，则  $a_n = a + (n-1)d$ ， $S_n = \frac{n[(n-1)d + 2a]}{2}$ ， $b_n = \frac{(n-1)d + 2a}{2}$ 。

当  $b_1, b_2, b_4$  成等比数列， $b_2^2 = b_1 b_4$ ，

即： $\left(a + \frac{d}{2}\right)^2 = a\left(a + \frac{3d}{2}\right)$ ，得： $d^2 = 2ad$ ，又  $d \neq 0$ ，故  $d = 2a$ 。

由此： $S_n = n^2 a$ ， $S_{nk} = (nk)^2 a = n^2 k^2 a$ ， $n^2 S_k = n^2 k^2 a$ 。

故： $S_{nk} = n^2 S_k$  ( $k, n \in N^*$ )。

$$\begin{aligned} (2) \quad b_n &= \frac{nS_n}{n^2 + c} = \frac{n^2 \frac{(n-1)d + 2a}{2}}{n^2 + c}, \\ &= \frac{n^2 \frac{(n-1)d + 2a}{2} + c \frac{(n-1)d + 2a}{2} - c \frac{(n-1)d + 2a}{2}}{n^2 + c} \\ &= \frac{(n-1)d + 2a}{2} - \frac{c \frac{(n-1)d + 2a}{2}}{n^2 + c}. \quad (*) \end{aligned}$$

若  $\{b_n\}$  是等差数列，则  $b_n = An + Bn$  型。

观察(\*)式后一项, 分子幂低于分母幂,

$$\text{故有: } \frac{c \frac{(n-1)d+2a}{2}}{n^2+c} = 0, \text{ 即 } c \frac{(n-1)d+2a}{2} = 0, \text{ 而 } \frac{(n-1)d+2a}{2} \neq 0,$$

故  $c = 0$ .

经检验, 当  $c = 0$  时  $\{b_n\}$  是等差数列.

20.

解: (1)  $f'(x) = \frac{1}{x} - a \leq 0$  在  $(1, +\infty)$  上恒成立, 则  $a \geq \frac{1}{x}, x \in (1, +\infty)$ .

故:  $a \geq 1$ .

$$g'(x) = e^x - a,$$

若  $1 \leq a \leq e$ , 则  $g'(x) = e^x - a \geq 0$  在  $(1, +\infty)$  上恒成立,

此时,  $g(x) = e^x - ax$  在  $(1, +\infty)$  上是单调增函数, 无最小值, 不合;

若  $a > e$ , 则  $g(x) = e^x - ax$  在  $(1, \ln a)$  上是单调减函数, 在  $(\ln a, +\infty)$  上是单

调增函数,  $g_{\min}(x) = g(\ln a)$ , 满足.

故  $a$  的取值范围为:  $a > e$ .

(2)  $g'(x) = e^x - a \geq 0$  在  $(-1, +\infty)$  上恒成立, 则  $a \leq e^x$ ,

$$\text{故: } a \leq \frac{1}{e}.$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - a = \frac{1-ax}{x} \quad (x > 0).$$

(i) 若  $0 < a \leq \frac{1}{e}$ , 令  $f'(x) > 0$  得增区间为  $(0, \frac{1}{a})$ ;

令  $f'(x) < 0$  得减区间为  $(\frac{1}{a}, +\infty)$ .

当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) \rightarrow -\infty$ ; 当  $x \rightarrow +\infty$  时,  $f(x) \rightarrow -\infty$ ;

当  $x = \frac{1}{a}$  时,  $f(\frac{1}{a}) = -\ln a - 1 \geq 0$ , 当且仅当  $a = \frac{1}{e}$  时取等号.

故: 当  $a = \frac{1}{e}$  时,  $f(x)$  有 1 个零点; 当  $0 < a < \frac{1}{e}$  时,  $f(x)$  有 2 个零点.

(ii) 若  $a = 0$ , 则  $f(x) = -\ln x$ , 易得  $f(x)$  有 1 个零点.

(iii) 若  $a < 0$ , 则  $f'(x) = \frac{1}{x} - a > 0$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立,

即:  $f(x) = \ln x - ax$  在  $(0, +\infty)$  上是单调增函数,

当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) \rightarrow -\infty$ ; 当  $x \rightarrow +\infty$  时,  $f(x) \rightarrow +\infty$ .

此时,  $f(x)$  有 1 个零点.

综上所述：当  $a = \frac{1}{e}$  或  $a < 0$  时， $f(x)$  有 1 个零点；当  $0 < a < \frac{1}{e}$  时， $f(x)$  有 2 个零点。