

2012年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（文科）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷第1至2页，第Ⅱ卷第3至第4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

考生注意事项：

1. 务必在试题卷、答题卡 自己的姓名、座位号，并认真 粘贴的条形码中姓名 座位号是否一致。务必 面规定的地方填写姓名和座位号后两位。
2. 答第Ⅰ卷时，每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第Ⅱ卷时，必须使用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置画出，确认后再用0.5毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交。

试卷总评：安徽卷的试题在整体上题目比去年容易很多，注重了学生对基础知识、基本技能的全面考查，试题难易程度适中，布局比较合理，适合与对中等生的能力选拔应试。对学生应试发挥有一个好的心态，但对于最后的难题的区分度不大。

第Ⅰ卷（选择题 共50分）

一、 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 复数 z 满足 $(z-i)i=2+i$ ，则 $z=(\quad)$

- (A) $-1-i$ (B) $1-i$ (C) $-1+3i$ (D) $1-2i$

[答案] B

[解析]由 $(z-i)i=2+i$ 得 $zi=1+i$ ，所以 $z=\frac{1+i}{i}=1-i$ ，选 B.

[考点定位]考查复数的概念与运算。

(2) 设集合 $A=\{x|-3\leq 2x-1\leq 3\}$ ，集合 B 为函数 $y=\lg(x-1)$ 的定义域，则 $A\cap B=(\quad)$

- (A) $(1, 2)$ (B) $[1, 2]$ (C) $[1, 2)$ (D) $(1, 2]$

[答案] D

[解析]因 $A=\{x|-3\leq 2x-1\leq 3\}=\{x|-1\leq x\leq 2\}$ ， $B=\{x|x>1\}$ ，故 $A\cap B=(1, 2]$ ，选

D.

[考点定位]考查几何的运算

(3) $(\log_2 9)\cdot(\log_3 4)=(\quad)$

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 4

[答案] D

[解析]因 $(\log_2 9) \cdot (\log_3 4) = \frac{\lg 9}{\lg 2} \cdot \frac{\lg 4}{\lg 3} = 2 \times 2 = 4$ ，选 D。

[考点定位]考查对数的运算。

(4) 命题“存在实数 x ，使 $x > 1$ ”的否定是 ()

- (A) 对任意实数 x ，都有 $x > 1$ (B) 不存在实数 x ，使 $x \leq 1$
(C) 对任意实数 x ，都有 $x \leq 1$ (D) 存在实数 x ，使 $x \leq 1$

[答案]C

[解析] 特称命题的否定是全称命题，否定结论的同时需要改变量词。

[考点定位]考查特称命题的否定。

(5) 公比为 2 的等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数，且 $a_3 a_{11} = 16$ ，则 $a_5 =$ ()

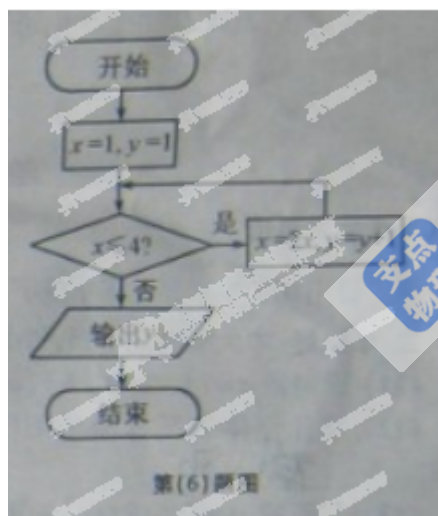
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8

[答案]A

[解析]因 $a_3 a_{11} = 16 = a_7^2$ ， $a_n > 0$ ，所以 $a_7 = 4$ ，故 $a_5 = \frac{a_7}{q^2} = 1$ ，选 A。

[考点定位]考查等比数列的性质。

(6) 如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是 ()



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 8

[答案]B

[解析]由框图可知 $x=1, y=1$ ，① $1 \leq 4$ ，满足条件，则 $x=2, y=2$ ；② $2 \leq 4$ ，满足条件，则 $x=3, y=3$ ；③ $3 \leq 4$ ，满足条件，则 $x=4, y=4$ ；④ $4 \leq 4$ ，不满足条件，输出 $y=4$ ；选 B。

[考点定位]考查程序框图的推理运算。

(7) 要得到函数 $y = \cos(2x+1)$ 的图象，只要将函数 $y = \cos 2x$ 的图象 ()

- (A) 向左平移 1 个单位 (B) 向右平移 1 个单位

- (C) 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位 (D) 向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位

[答案]C

[解析]因 $y = \cos(2x+1) = \cos 2(x+\frac{1}{2})$, 故需要将 $y = \cos 2x$ 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位。选 C。

[考点定位]考查三角函数的图像平移。

- (8) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+2y \geq 3 \\ 2x+y \leq 3 \end{cases}$ 则 $z = x - y$ 的最小值是 ()

- (A) -3 (B) 0 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 3

[答案]A

[解析]画出可行域可得约束条件对应 $\triangle ABC$ 边界及内的区域: $A(0, 3), B(0, \frac{3}{2}), C(1, 1)$, 故

$z = x - y$ 在点 $(0, 3)$ 处取得最小值 -3 , 即选 A。

[考点定位]考查线性规划问题的最优解。

- (9) 若直线 $x - y + 1 = 0$ 与圆 $(x - a)^2 + y^2 = 2$ 有公共点, 则实数 a 取值范围是 ()

- (A) $[-3, -1]$ (B) $[-1, 3]$ (C) $[-3, 1]$ (D) $(-\infty - 3] \cup [1, +\infty)$

[答案]C

[解析]由圆心到直线的距离为 $d = \frac{|a+1|}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{2}$, 得 $|a+1| \leq 2$, 解得 $-3 \leq a \leq 1$, 选 C。

[考点定位]考查直线与圆的位置关系

- (10) 袋中共有 6 个除了颜色外完全相同的球, 其中有 1 个红球, 2 个白球和 3 个黑球, 从袋中任取两球, 两球颜色为一白一黑的概率等于 ()

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

[答案]B

[解析]法一: (组选法) 总的取法有 $C_6^2 = 15$, 要求一白一黑的取法有 $C_2^1 C_3^1 = 6$, 故所求概率

为 $P = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$, 选 B。

法二: (列举法) 不妨记 1 个红球, 2 个白球和 3 个黑球记为 $a_1, b_1, b_2, c_1, c_2, c_3$, 则从袋中任取两球共有

$(a_1, b_1); (a_1, b_2); (a_1, c_1); (a_1, c_2); (a_1, c_3); (b_1, b_2); (b_1, c_1); (b_1, c_2);$

$(b_1, c_3); (b_2, c_1); (b_2, c_2); (b_2, c_3); (c_1, c_2); (c_1, c_3); (c_2, c_3)$ 共 15 种，其中满足两球颜色为一白一黑有 $(b_1, c_1); (b_1, c_2); (b_1, c_3); (b_2, c_1); (b_2, c_2); (b_2, c_3)$ 共 6 种，故所求概率等于 $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ 。选

B。

[考点定位] 考查古典概型概率计算。

第 II 卷（非选择题 共 100 分）

考生注意事项：

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。

二. 填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡的相应位置。

(11) 设向量 $a = (1, 2m), b = (m+1, 1), c = (2, m)$. 若 $(a+c) \perp b$, 则 $|a| =$ _____.

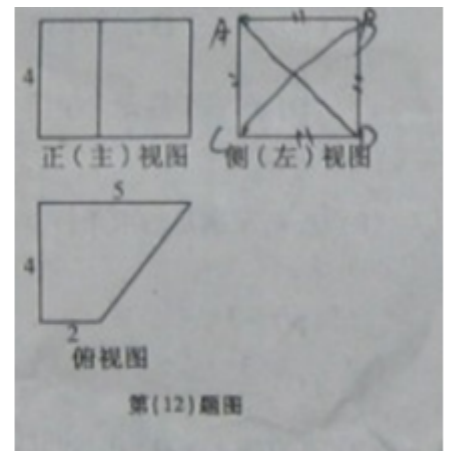
b , 则 $|a| =$ _____.

[答案] $\sqrt{2}$

[解析] 因 $\bar{a} + \bar{c} = (3, 3m)$, 由 $(\bar{a} + \bar{c}) \perp \bar{b}$ 得 $3(m+1) + 3m = 0$,

解得 $m = -\frac{1}{2}$, 故 $|\bar{a}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

[考点定位] 考查平面向量的坐标运算。



(12) 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积等于_____.

[答案] 56

[解析] 由三视图可知，原几何体是一个底面为直角梯形的四棱柱，所求体积为

$$V = S \cdot h = \frac{(2+5) \times 4}{2} \times 4 = 56.$$

[考点定位] 考查三视图和体积计算

(13) 若函数 $f(x) = |2x + a|$ 的单调递增区间是 $[3, +\infty)$, 则 $a =$ _____.

[答案] -6

[解析] 由题可知要使函数 $f(x) = |2x + a|$ 的单调递增区间是 $[3, +\infty)$, 则 $-\frac{a}{2} = 3$, 解得

$a = -6$.

[考点定位] 考查函数性质单调性。

(14) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A, B 两点，若 $|AF| = 3$, 则

$|BF| =$ _____.

[答案] $\frac{3}{2}$

[解析]

法一：由题可知焦点 $F(1,0)$ ，设点 $A(x_A, y_A)$ ， $B(x_B, y_B)$ 由 $|AF|=3$ ，则 $x_A=2$ ，即

$A(2, 2\sqrt{2})$ ，故直线 $AB: y=2\sqrt{2}(x-1)$ ，联立方程可得 $2x^2-5x+2=0$ ，解得 $x_B=\frac{1}{2}$ ，
即 $|BF|=\frac{3}{2}$ 。

法二：设 $\angle AFx=\theta(0<\theta<\pi)$ 及 $|BF|=m$ ；则点 A 到准线 $l: x=-1$ 的距离为 3

得： $3=2+3\cos\theta \Leftrightarrow \cos\theta=\frac{1}{3}$ 又 $m=2+m\cos(\pi-\theta) \Leftrightarrow m=\frac{2}{1+\cos\theta}=\frac{3}{2}$ 。

[考点定位]考查抛物线的焦半径。

(15)若四面体 $ABCD$ 的三组对棱分别相等，即 $AB=CD$ ， $AC=BD$ ， $AD=BC$ ，则_____

。(写出所有正确结论编号)

①四面体 $ABCD$ 每组对棱相互垂直

②四面体 $ABCD$ 每个面的面积相等

③从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱两两夹角之和大于 90° 而小于 180°

④连接四面体 $ABCD$ 每组对棱中点的线段互垂直平分

⑤从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱的长可作为一个三角形的三边长

[答案] ②④⑤

[解析]由题，可知四面体 $ABCD$ 可看成是一个长方体截掉 4 个顶角后剩下的部分，由此可以判定②④⑤。①不一定对，如果是正四面体则对，③不对，取特例可知正四面体则夹角和为 180° 。可以论证从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱两两夹角之和等于 180° 。

[考点定位]考查空间几何体中点线面的位置关系。

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，解答写在答题卡上的指定区域内。

(16) (本小题满分 12 分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 所对边的长分别为 a 、 b 、 c ，且有

$$2\sin B \cos A = \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

(I) 求角 A 的大小；

(II) 若 $b=2$ ， $c=1$ ， D 为 BC 的中点，求 AD 的长。

[解析] (1) 由题， $2\sin B \cos A = \sin A \cos C + \cos A \sin C$ ，则

$$2\sin B \cos A = \sin(A+C)，故 \cos A = \frac{1}{2}，即 A = \frac{\pi}{3}。$$

(2) 因 $b=2$ ， $c=1$ ，因 D 为 BC 的中点，故 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ，则

$$|\overline{AD}|^2 = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC})^2 = \frac{1}{4}(1+4+2 \times 1 \times 2 \times \cos \frac{\pi}{3}) = \frac{7}{4}, \text{ 所以 } AD = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

[考点定位]考查三角恒等变换与解三角形，考查平面向量的模的运算。

(17) (本小题满分 12 分) .

设定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x) = ax + \frac{1}{ax} + b (a > 0)$

(I) 求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = \frac{3}{2}x$, 求 a, b 的值.

[解析] (I) 因 $x \in (0, +\infty), a > 0$, 故 $f(x) = ax + \frac{1}{ax} + b \geq 2 + b$, 取等号的条件是 $ax = 1$,

即 $x = \frac{1}{a}$. 即 $x = \frac{1}{a}$ 时 $f(x)$ 的最小值为 $2 + b$.

(II) 因 $f'(x) = a - \frac{1}{ax^2}$, 由 $f'(1) = a - \frac{1}{a} = \frac{3}{2}$, 求得 $a = 2$,

又由 $f(1) = \frac{3}{2}$, 可得 $2 + \frac{1}{2} + b = \frac{3}{2}$, 解得 $b = -1$.

[考点定位]考查了基本不等式, 导数和切线方程.

(18) (本小题满分 13 分)

若某产品的直径长与标准值的差的绝对值不超过 1mm 时, 则视为合格品, 否则视为不合格品. 在近期一次产品抽样检查中, 从某厂生产的此种产品中, 随机抽取 5000 件进行检测, 结果发现有 50 件不合格品. 计算这 50 件不合格品的直径长与标准值的差 (单位: mm), 将所得数据分组, 得到如下频率分布表:

| 分组 | 频数 | 频率 |
|------------|----|------|
| $[-3, -2)$ | | 0.10 |
| $[-2, -1)$ | 8 | |
| $(1, 2]$ | | 0.50 |
| $(2, 3]$ | 10 | |
| $(3, 4]$ | | |
| 合计 | 50 | 1.00 |

(I) 将上面表格中缺少的数据填在答题卡的相应位置;

(II) 估计该厂生产的此种产品中, 不合格品的直径长与标准值的差落在区间 $(1, 3]$ 内的概率;

(III) 现对该厂这种产品的某个批次进行检查, 结果发现有 20 件不合格品. 据此估算这批产品中的合格品的件数.

[解析]

(I)

| 分组 | 频数 | 频率 |
|------------|----|------|
| $[-3, -2)$ | 5 | 0.10 |
| $[-2, -1)$ | 8 | 0.16 |

| | | |
|--------|----|------|
| (1, 2] | 25 | 0.50 |
| (2, 3] | 10 | 0.2 |
| (3, 4] | 2 | 0.04 |
| 合计 | 50 | 1.00 |

(II) 根据频率分布表可知, 落在区间 (1, 3] 内频数为 35, 故所求概率为 0.7.

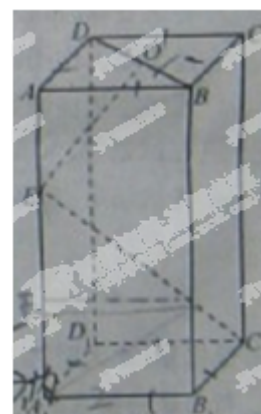
(III) 由题可知不合格的概率为 $\frac{50}{5000} = 0.01$, 故可求得这批产品总共有 2000, 故合格的产品有 1980 件。

答: (II) 不合格品的直径长与标准值的差落在区间 (1, 3] 内的概率为 0.7; (III) 合格品的件数为 1980 (件)。

[考点定位] 考查频率分布表和概率与统计的基础知识。

(19) (本小题满分 12 分)

如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $A_1B_1C_1D_1$ 是正方形, O 是 BD 的中点, E 是棱 AA_1 上任意一点。



(I) 证明: $BD \perp EC_1$;

(II) 如果 $AB = 2, AE = \sqrt{2}, OE \perp EC_1$, 求 AA_1 的长。

20. (本小题满分 13 分)

[解析]

(I) 因底面是正方形, 故 $B_1D_1 \perp A_1C_1$, 又侧棱垂直底面, 可得 $AA_1 \perp B_1D_1$, 而

$AA_1 \cap A_1C_1 = A_1$, 所以 $B_1D_1 \perp$ 面 AA_1C_1 , 因 $B_1D_1 \parallel BD$, 所以 $BD \perp$ 面 AA_1C_1 , 又 $EC_1 \subset$ 面 AA_1C_1 , 所以 $BD \perp EC_1$;

(II) 法一: (利用勾股定理) 因 $AB = 2, AE = \sqrt{2}$, 可得 $AO = \sqrt{2}, A_1C_1 = 2\sqrt{2}$, 设 $A_1A = x$, 由 $OE \perp EC_1$ 得 $OE^2 + EC_1^2 = OC_1^2$, 即 $4 + (x - \sqrt{2})^2 + 8 = x^2 + 2$, 解得 $x = 3\sqrt{2}$, 即 AA_1 的长为 $3\sqrt{2}$ 。

法二: (利用三角形相似) 在矩形 ACC_1A_1 中, $OE \perp EC_1 \Rightarrow \triangle OAE \sim \triangle EA_1C_1$ 得:

$$\frac{AE}{AO} = \frac{A_1C_1}{EA_1} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{AA_1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow AA_1 = 3\sqrt{2}.$$

[考点定位] 考查线线垂直关系的证明, 考查相似三角形或是几何长度的有关计算。

如图, F_1F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、

右焦点, A 是椭圆 C 的顶点, B 是直线 AF_2 与椭圆 C 的另一个

交点, $\angle F_1 A F_2 = 60^\circ$.

(I) 求椭圆 C 的离心率;

(II) 已知 $\triangle A F_1 B$ 的面积为 $40\sqrt{3}$, 求 a, b 的值.



[解析] (I) 由题 $\angle F_1 A F_2 = 60^\circ$, 则 $\frac{OF_2}{AF_2} = \frac{c}{a} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, 即椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

(II) 法一: 因 $\triangle A F_1 B$ 的面积为 $40\sqrt{3}$, 设 $B(x_B, y_B)$, 又面积公式

$$S = \frac{1}{2} \times 2c \times (y_A - y_B) = c \times (y_A - y_B) = 40\sqrt{3}, \text{ 又直线 } AB: y = -\sqrt{3}(x - c),$$

又由 (I) 知 $c = \frac{1}{2}a, b^2 = \frac{3}{4}a^2$, 联立方程可得 $b^2x^2 + 3a^2(x - c)^2 = a^2 \cdot b^2$, 整理得

$$\frac{3}{4}a^2x^2 + 3a^2(x - \frac{1}{2}a)^2 = a^2 \cdot \frac{3}{4}a^2, \text{ 解得 } x_B = \frac{4a}{5}, y_B = -\frac{3\sqrt{3}a}{10}, \text{ 所以}$$

$$\frac{a}{2} \times (\frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{3\sqrt{3}}{10}a) = 40\sqrt{3}, \text{ 解得 } a = 10, b = 5\sqrt{3}.$$

法二: 设 $|BF_2| = m$; 则 $|BF_1| = 2a - m$, 则在 $\triangle BF_1F_2$ 中, 由余弦定理可得

$$|BF_1|^2 = |BF_2|^2 + |F_1F_2|^2 - 2|BF_2| \times |F_1F_2| \times \cos 120^\circ,$$

$$\text{即 } (2a - m)^2 = m^2 + a^2 + am \Leftrightarrow m = \frac{3}{5}a.$$

$$\text{又 } \triangle A F_1 B \text{ 面积 } S = \frac{1}{2} \times |F_2F_1| \times |AB| \times \sin 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times a \times (a + \frac{3}{5}a) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3},$$

$$\text{解得 } a = 10, c = 5, b = 5\sqrt{3}.$$

[考点定位] 考查椭圆离心率和方程, 考查直线与椭圆的位置关系, 焦点三角形的面积.

(21) (本小题满分 13 分)

设函数 $f(x) = \frac{x}{2} + \sin x$ 的所有正的极小值点从小到大排成的数列为 $\{x_n\}$.

(I) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式.

(II) 设 $\{x_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 $\sin S_n$.

[解析] (I) $f'(x) = \frac{1}{2} + \cos x$, 令 $f'(x) = \frac{1}{2} + \cos x = 0$, 可得 $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z$,

又由极小值点定义 $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2k\pi - \frac{2\pi}{3} < x < 2k\pi + \frac{2\pi}{3} (k \in Z)$,

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2k\pi + \frac{2\pi}{3} < x < 2k\pi + \frac{4\pi}{3} (k \in Z),$$

所以可判定 $x_n = -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi, n \in N_+$.

(II) 由 (I) 知 $S_n = -\frac{2\pi}{3}n + 2\pi \times \frac{(n+1)n}{2} = (n+1)n\pi - \frac{2n}{3}\pi$,

所以 $\sin S_n = \sin((n+1)n\pi - \frac{2n}{3}\pi) = \sin(-\frac{2n}{3}\pi)$,

$$\text{即 } \sin S_n = \sin(-\frac{2n}{3}\pi) = \begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2}, n = 3k+1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}, n = 3k+2, k \in N \\ 0, n = 3k \end{cases}$$

[考点定位] 考查三角函数诱导公式, 导数与极值, 数列通项与求和.