2008 年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)

理科数学(非延考卷)

说明：2008 年是四川省高考自主命题的第三年，因突遭特大地震灾害，四川六市州 40 县延考，本卷为非延考卷.

一、选择题：（$5'\times 12=60'$）

1．若集合$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则$C_U(A\cap B)=$（　　）

A．$\{2,3\}$　　B．$\{1,4,5\}$　　C．$\{4,5\}$　　D．$\{1,5\}$

2．复数$2i(1+i)^2=$（　　）

A．-4　　B．4　　C．$-4i$　　D．$4i$

3．$(\tan x+\cot x)\cos^2 x=$（　　）

A．$\tan x$　　B．$\sin x$　　C．$\cos x$　　D．$\cot x$

4．直线$y=3x$绕原点逆时针旋转$90°$，再向右平移 1 个单位后所得的直线为（　　）

A．$y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$　　B．$y=-\frac{1}{3}x+1$　　C．$y=3x-3$　　D．$y=\frac{1}{3}x+1$

5．若$0\le\alpha<2\pi$，$\sin\alpha>\sqrt{3}\cos\alpha$，则$\alpha$的取值范围是（　　）

A．$(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$　　B．$(\frac{\pi}{3},\pi)$　　C．$(\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3})$　　D．$(\frac{\pi}{3},\frac{3\pi}{2})$

6．从包括甲、乙共 10 人中选 4 人去参加公益活动，要求甲、乙至少有 1 人参加，则不同的选法有（　　）

A．70　　B．112　　C．140　　D．168

7．已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=1$，则该数列前三项和S_3的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-1]$　　B．$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　　C．$[3,+\infty)$

D．$(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$

8．设M、N是球O的半径OP上的两点，且$NP=MN=OM$，分别过N、M、O作垂直于OP的面截球得三个圆，则这三个圆的面积之比为（　　）

A．3：5：6　　B．3：6：8　　C．5：7：9　　D．5：8：9

9．设直线$l\subset$平面α，过平面α外一点A且与l、α都成$30°$角的直线有且只有（　　）

A．1 条　　B．2 条　　C．3 条　　D．4 条

10．设$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，其中$\varphi>0$，则函数$f(x)$是偶函数的充分必要条件是

（　　）

A． $f(0)=0$　　　　B． $f(0)=1$　　　　C． $f'(0)=1$　　　　D． $f'(0)=0$

11．定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足：$f(x)\cdot f(x+2)=13$，$f(1)=2$，则 $f(99)=$（　　）

A． 13　　B． 2　　C． $\dfrac{13}{2}$　　D． $\dfrac{2}{13}$

12． 设抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 F，准线与 x 轴相交于点 K，点 A 在 C 上且 $|AK|=\sqrt{2}|AF|$，则 ΔAFK 的面积为（　　）

A． 4　　B． 8　　C． 16　　D． 32

二、填空题：（$4'\times 4=16'$）

13． $(1+2x)^3(1-x)^4$ 的展开式中 x^2 项的系数是________

14． 已知直线 $l:x-y+6=0$，圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=2$，则圆 C 上各点到直线 l 的距离的最小值是______

15． 已知正四棱柱的一条对角线长为 $\sqrt{6}$，且与底面所成的角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则该正四棱柱的体积是_______.

16． 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n， $S_4\ge 10$， $S_5\le 15$，则 a_4 的最大值是___________.

三、解答题：（$12'+12'+12'+12'+12'+14'=76'$）解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17． 求函数 $y=7-4\sin x\cos x+4\cos^2 x-4\cos^4 x$ 的最大值和最小值.

18．设进入某商场的每一位顾客购买甲商品的概率 0.5，购买乙商品的概率为 0.6，且顾客购买甲商品与购买乙商品相互独立，每位顾客间购买商品也相互独立.

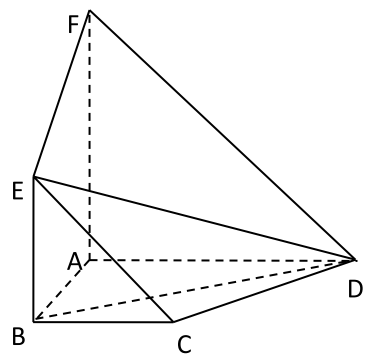
（Ⅰ）求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率；

（Ⅱ）求进入商场的 1 位顾客至少购买甲、乙两种商品中的一种的概率；

（Ⅲ）设ξ是进入商场的 3 位顾客至少购买甲、乙商品中一种的人数，求ξ的分布列及期望.

19．如图，面 $ABEF\perp$ 面 $ABCD$，四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形，

$\angle BAD=\angle BAF=90^{\circ}$， $BC\underline{/\!/}\dfrac{1}{2}AD$， $BE\underline{/\!/}\dfrac{1}{2}AF$．



（Ⅰ）求证：C、D、E、F 四点共面；

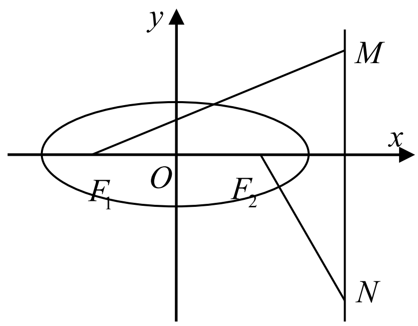
（Ⅱ）若 $BA=BC=BE$，求二面角 $A-ED-B$ 的大小．

20．设数列$\{a_n\}$满足：$ba_n-2^n=(b-1)S_n$．

（Ⅰ）当$b=2$时，求证：$\{a_n-n\cdot 2^{n-1}\}$是等比数列；

（Ⅱ）求a_n通项公式．

21．设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别是$F_1$、$F_2$，离心率$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，右准线$l$上的两动点$M$、$N$，且$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$．



（Ⅰ）若$\left|\overrightarrow{F_1M}\right|=\left|\overrightarrow{F_2N}\right|=2\sqrt{5}$，求$a$、$b$的值；

（Ⅱ）当$\left|\overrightarrow{MN}\right|$最小时，求证$\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}$与$\overrightarrow{F_1F_2}$共线.

22．已知$x=3$是函数$f(x)=a\ln(1+x)+x^2-10x$的一个极值点．

（Ⅰ）求a的值；

（Ⅱ）求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅲ）当直线$y=b$与函数$y=f(x)$的图像有3个交点，求b的取值范围．

2008年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)

理科数学

说明：2008年是四川省高考自主命题的第三年，因突遭特大地震灾害，四川六市州40县延考，本卷为非延考卷．

一、选择题：（$5'\times 12 = 60'$）

1、解析：选B．离散型集合的交并补，送分题．难度为三年来最低，究其原因，盖汶川地震之故．

2、解析：选A．计算题，无任何陷阱，徒送分耳．2008四川考生因祸得福．

3、解析：

原式

$$=(\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x})\cos^2 x=\sin x\cos x+\frac{\cos^3 x}{\sin x}$$

$$=\frac{\sin^2 x\cos x+\cos^3 x}{\sin x}=\frac{\cos x(\sin^2 x+\cos^2 x)}{\sin x}$$

$$=\frac{\cos x}{\sin x}=\cot x,$$

选D．同角三角函数基本关系式，切化弦技巧等，属三角恒等变换范畴，辅以常规的代数变形．中等生无忧．

4、解析：本题有新意，审题是关键．

旋转90°则与原直线垂直，故旋转后斜率为$-\frac{1}{3}$．再右移1得$y=-\frac{1}{3}(x-1)$．选A．

本题一考两直线垂直的充要条件，二考平移法则．辅以平几背景之旋转变换．

5、解析：$\sin\alpha>\sqrt{3}\cos\alpha$，即$\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha>0$，即$2\sin(\alpha-\frac{\pi}{3})>0$，即$\sin(\alpha-\frac{\pi}{3})>0$；

又由$0\le\alpha<2\pi$，得$-\frac{\pi}{3}\le\alpha-\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{3}$；

综上，$0\le\alpha-\frac{\pi}{3}<\pi$，即$\frac{\pi}{3}\le\alpha<\frac{4\pi}{3}$．选C．本题考到了正弦函数的正负

区间．

除三角函数的定义域、值域和最值、单调性、奇偶性、周期性之外，还要记对称轴、对称中心、正负区间．

3，4，5 题是本卷第一个坡，是中差生需消耗时间的地方．

6、解析：审题后针对题目中的至少二字，首选排除法．$C_{10}^4-C_8^4=210-70=140$．选 C．本题应注意解题策略．

7、解析：$S_3=x+1+\dfrac{1}{x}\ (x\neq 0)$．由双勾函数 $y=x+\dfrac{1}{x}$ 的图象知，$x+\dfrac{1}{x}\geq 2$ 或 $x+\dfrac{1}{x}\leq -2$，故本题选 D．本题主要考查等比数列的相关概念和双勾函数的图象和性质．以上诸题，基本功扎实的同学耗时不多．

8、解析：由题知，M 、N 是 OP 的三等分点，三个圆的面积之比即为半径的平方之比．在球的轴载面图中易求得：

$R^2-(\dfrac{R}{3})^2=\dfrac{8R^2}{9}$，$R^2-(\dfrac{2R}{3})^2=\dfrac{5R^2}{9}$，故三个圆的半径的平方之比为：$R^2:\dfrac{8}{9}R^2:\dfrac{5}{9}R^2$，故本题选 D．本题着意考查空间想象能力．

9、解析：所求直线在平面 α 内的射影必与直线 l 平行，这样的直线只有两条，选 B．本题考查空间角的概念和空间想象能力．

10、解析：本题考查理性思维和综合推理能力．函数 $f(x)$ 是偶函数，则 $\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$，$f(0)=\pm 1$，故排除 A，B．

又 $f'(x)=\omega\cos(\omega x+\varphi)$，$\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$，$f'(0)=0$．选 D．此为一般化思路．也可走特殊化思路，取 $\omega=1$，$\varphi=\pm\dfrac{\pi}{2}$ 验证．

11、解析：由 $f(x)\cdot f(x+2)=13$，知 $f(x+2)\cdot f(x+4)=13$，所以 $f(x+4)=f(x)$，即 $f(x)$ 是周期函数，

周期为 4．所以 $f(99)=f(3+4\times 24)=f(3)=\dfrac{13}{f(1)}=\dfrac{13}{2}$．选 C．题着意考查抽象函

数的性质．赋值、迭代、构造是解抽象函数问题不可或缺的三招．本题看似艰深，实为抽象函数问题中的常规题型，优生要笑了．

12、解析：解几常规题压轴，不怕．边读题边画图．$y^2=8x$的焦点$F(2,0)$，准线$x=-2$，$K(-2,0)$．设$A(x,y)$，由$|AK|=\sqrt{2}|AF|$，得$\sqrt{(x+2)^2+y^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x-2)^2+y^2}$，即$(x+2)^2+y^2=2[(x-2)^2+y^2]$．化简得：$y^2=-x^2+12x-4$，与$y^2=8x$联立求解，解得：$x=2$，$y=\pm 4$．$S_{\Delta AFK}=\frac{1}{2}\cdot|FK|\cdot|y_A|=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4=8$，选 B．

本题的难度仅体现在对运算的准确性和快捷性上．

二、填空题：（$4'\times 4=16'$）

13、答案：-6．

解析：二项式定理再现，难度高于文科。

．$(1+2x)^3(1-x)^4=(1+C_3^1\cdot 2x+C_3^2\cdot 4x^2+\cdots)(1-C_4^1x+C_4^2x^2+\cdots)$

x^2项的系数是$C_4^2-2C_3^1C_4^1+4C_3^2=6-24+12=-6$．这是中档略偏难的常规题．中差生在准确性和快捷性上有缺陷．

14、答案：$2\sqrt{2}$．

解析：由数想形，所求最小值＝圆心到到直线的距离－圆的半径．圆心$(1,1)$到直线$x-y+6=0$的距离$d=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$．故最小值为$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$．

15、答案：2．

解析：由题意，$\begin{cases}a^2+a^2+h^2=6\\ \cos\theta=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}$，$\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ h=2\end{cases}$，$\Rightarrow V=a^2h=2$

16、答案：4．

解析：由题意，$\begin{cases}4a_1+\frac{4\times 3}{2}d\ge 10\\ 5a_1+\frac{5\times 4}{2}d\le 15\end{cases}$，即$\begin{cases}4a_1+6d\ge 10\\ 5a_1+10d\le 15\end{cases}$，$\begin{cases}2a_1+3d\ge 5\\ a_1+2d\le 3\end{cases}$，

$a_4=a_1+3d$．

这是加了包装的线性规划，有意思．建立平面直角坐标系a_1od，画出可行域$\begin{cases}2a_1+3d\ge 5\\ a_1+2d\le 3\end{cases}$（图略），画出目标函数即直线$a_4=a_1+3d$，由图知，当直线$a_4=a_1+3d$过可行域内$(1,1)$点时截距最大，此时目标函数取最大值$a_4=4$．本题明为数列，实为线性规划，着力考查了转化化归和数形结合思想．掌握线性规划问题＂画－移－求－答＂四步曲，理解线性规划解题程序的实质是根本．这是本题的命题意图．

因约束条件只有两个，本题也可走不等式路线．设$a_1+3d=\lambda_1(2a_1+3d)+\lambda_2(a_1+2d)$，由$\begin{cases}2\lambda_1+\lambda_2=1\\ 3\lambda_1+2\lambda_2=3\end{cases}$解得$\begin{cases}\lambda_1=-1\\ \lambda_2=3\end{cases}$，∴$a_1+3d=-(2a_1+3d)+3(a_1+2d)$，由不等式的性质得：$\begin{cases}2a_1+3d\ge 5\\ a_1+2d\le 3\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}-(2a_1+3d)\le -5\\ 3(a_1+2d)\le 9\end{cases}$ $\Rightarrow -(2a_1+3d)+3(a_1+2d)\le 4$，即$a_4=a_1+3d\le 4$，$a_4$的最大值是 4．

从解题效率来看，不等式路线为佳，尽管命题者的意图为线性规划路线．本题解题策略的选择至关重要．

三、解答题：（$12'+12'+12'+12'+12'+14'=76'$）解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17、解析：$y=7-4\sin x\cos x+4\cos^2 x-4\cos^4 x$

$=8-4\sin x\cos x-1+4\cos^2 x-4\cos^4 x$

$=8-4\sin x\cos x-(1-2\cos^2 x)^2$

$=8-2\sin 2x-\cos^2 2x$

$=8-2\sin 2x-(1-\sin^2 2x)$

$=7-2\sin 2x+\sin^2 2x$

$=6+(1-\sin 2x)^2$

$y_{\max}=10$，$y_{\min}=6$．

解析：$y=7-4\sin x\cos x+4\cos^2 x-4\cos^4 x$

$=7-2\sin 2x+4\cos^2 x(1-\cos^2 x)$

$=7-2\sin 2x+4\cos^2 x\sin^2 x$

$=7-2\sin 2x+\sin^2 2x$

$=6+(1-\sin 2x)^2$

$y_{\max}=10$， $y_{\min}=6$．

18、解析：题目这么容易，估计今年的评分标准要偏严了．

（Ⅰ）$P=0.5\times(1-0.6)+(1-0.5)\times 0.6=0.2+0.3=0.5$

（Ⅱ）$P=1-(1-0.5)(1-0.6)=0.8$

（Ⅲ）ξ 可取 0，1，2，3．

$P(\xi=0)=C_3^0\times(1-0.8)^3=0.008$

$P(\xi=1)=C_3^1\times(1-0.8)^2\times 0.8=0.096$

$P(\xi=2)=C_3^2\times(1-0.8)\times 0.8^2=0.384$　　$P(\xi=3)=C_3^3\times 0.8^3=0.512$

ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	0.008	0.096	0.384	0.512

$\xi\sim B(3,0.8)$

$E\xi=3\times 0.8=2.4$．

19、解析：不是会不会的问题，而是熟不熟的问题，答题时间是最大问题．

（Ⅰ）∵面 $ABEF\perp$ 面 $ABCD$， $AF\perp AB=90°$

∴ $AF\perp$ 面 $ABCD$．

∴以 A 为原点，以 AB， AD， AF 所在直线为 x 轴， y 轴， z 轴，

建立如图所示的空间直角坐标系 $A-xyz$．

不妨设 $AB=a$， $AD=2b$， $AF=2c$，则

$A(0,0,0)$，$B(a,0,0)$，$C(a,b,0)$，$D(0,2b,0)$，$E(a,0,c)$，$F(0,0,2c)$.

$\therefore \overrightarrow{DF}=(0,-2b,2c)$，$\overrightarrow{CE}=(0,-b,c)$，$\therefore \overrightarrow{DF}=2\overrightarrow{CE}$，

$\therefore \overrightarrow{DF}//\overrightarrow{CE}$，

$\because E\notin DF$，$\therefore DF//CE$，

$\therefore C$、D、E、F 四点共面.

（Ⅱ）设 $AB=1$，则 $BC=BE=1$，$\therefore B(1,0,0)$，$D(0,2,0)$，$E(1,0,1)$.

设平面 AED 的法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，

由 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AE}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AD}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x_1+z_1=0\\ 2y_1=0\end{cases}$，$\overrightarrow{n_1}=(1,0,-1)$

设平面 BED 的法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$

由 $\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{BE}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BD}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}z_2=0\\ -x_2+2y_2=0\end{cases}$，$\overrightarrow{n_2}=(2,1,0)$

$\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

由图知，二面角 $A-ED-B$ 为锐角，$\therefore$其大小为 $\arccos\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

20、解析：由题意，在 $ba_n-2^n=(b-1)S_n$ 中，令 $n=1$，得 $ba_1-2=(b-1)a_1$，$a_1=2$.

由 $ba_n-2^n=(b-1)S_n$

得 $ba_{n-1}-2^{n-1}=(b-1)S_{n-1}\ (n\geq 2,n\in N^*)$

两式相减得：$b(a_n-a_{n-1})-2^{n-1}=(b-1)a_n$

即 $a_n=ba_{n-1}+2^{n-1}\ (n\geq 2,n\in N^*)$ …………①

（Ⅰ）当 $b=2$ 时，由①知，$a_n=2a_{n-1}+2^{n-1}$

于是$a_n-n\cdot 2^{n-1}=2a_{n-1}-(n-1)\cdot 2^{n-1}$

$$=2[a_{n-1}-(n-1)\cdot 2^{n-2}]\ (n\geq 2,n\in N^*)$$

又$a_1-1\cdot 2^{1-1}=1\neq 0$，所以$\{a_n-n\cdot 2^{n-1}\}$是首项为 1，公比为 2 的等比数列.

（Ⅰ）变：当$b=2$时，求a_n的通项公式．解法如下：

解：当$b=2$时，由①知，$a_n=2a_{n-1}+2^{n-1}$

两边同时除以2^n得$\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\dfrac{1}{2}\ (n\geq 2,n\in N^*)$

$$\frac{a_n}{2^n}-\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}=\frac{1}{2}\ (n\geq 2,n\in N^*)$$

$\therefore \{\dfrac{a_n}{2^n}\}$是等差数列，公差为$\dfrac{1}{2}$，首项为$\dfrac{a_1}{2}=1$

$$\therefore \frac{a_n}{2^n}=1+\frac{1}{2}(n-1)=\frac{1}{2}(n+1)$$

$\therefore a_n=(n+1)2^{n-1}$ （$\therefore a_n-n\cdot 2^{n-1}=2^{n-1}$，$\therefore \{a_n-n\cdot 2^{n-1}\}$是等比数列，首项为 1，公比为 2）

（Ⅱ）当$b=2$时，由（Ⅰ）知，$a_n-n\cdot 2^{n-1}=2^{n-1}$，即$a_n=(n+1)\cdot 2^{n-1}$

当$b\neq 2$时，由①：$a_n=ba_{n-1}+2^{n-1}$

两边同时除以2^n得$\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{b}{2}\cdot\dfrac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\dfrac{1}{2}$

可设$\dfrac{a_n}{2^n}+\lambda=\dfrac{b}{2}\cdot(\dfrac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\lambda)$ …………②

展开②得$\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{b}{2}\cdot\dfrac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\dfrac{b-2}{2}\cdot\lambda$，与$\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{b}{2}\cdot\dfrac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\dfrac{1}{2}$比较，

得$\dfrac{b-2}{2}\cdot\lambda=\dfrac{1}{2}$，$\therefore \lambda=\dfrac{1}{b-2}$.

$$\therefore \frac{a_n}{2^n}+\frac{1}{b-2}=\frac{b}{2}\cdot(\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\frac{1}{b-2})$$

$\therefore \{\frac{a_n}{2^n}+\frac{1}{b-2}\}$是等比数列，公比为$\frac{b}{2}$，首项为$1+\frac{1}{b-2}=\frac{b-1}{b-2}$

$\therefore \frac{a_n}{2^n}+\frac{1}{b-2}=\frac{b-1}{b-2}\cdot(\frac{b}{2})^{n-1}$

$\therefore \frac{a_n}{2^n}=\frac{b-1}{b-2}\cdot(\frac{b}{2})^{n-1}-\frac{1}{b-2}$

$\therefore a_n=2^n\left[\frac{b-1}{b-2}\cdot(\frac{b}{2})^{n-1}-\frac{1}{b-2}\right]=\frac{2(b-1)b^{n-1}-2^n}{b-2}$

21、解析：数列和解几位列倒数第三和第二，意料之中．开始挤牙膏吧．

（Ⅰ）由已知，$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$．由$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{c^2}{a^2}=\frac{1}{2}$，$\therefore a^2=2c^2$．

又$a^2=b^2+c^2$，$\therefore b^2=c^2$，$a^2=2b^2$．

$\therefore l$：$x=\frac{a^2}{c}=\frac{2c^2}{c}=2c$，$M(2c,y_1)$，$N(2c,y_2)$．

延长NF_2交MF_1于P，记右准线l交x轴于Q．

$\because \overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$，$\therefore \overrightarrow{F_1M}\perp\overrightarrow{F_2N}$．$F_1M\perp F_2N$

由平几知识易证$Rt\Delta MQF_1\cong Rt\Delta F_2QN$

$\therefore |QN|=|F_1Q|=3c$，$|QM|=|F_2Q|=c$

即$|y_1|=c$，$|y_2|=3c$．

$\because |\overrightarrow{F_1M}|=|\overrightarrow{F_2N}|=2\sqrt{5}$，

$\therefore 9c^2+c^2=20$，$c^2=2$，$b^2=2$，$a^2=4$．

$\therefore a=2$，$b=\sqrt{2}$．

（Ⅰ）另解：$\because \overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$，$\therefore (3c,y_1)\cdot(c,y_2)=0$，$y_1y_2=-3c^2<0$．

又$|\overrightarrow{F_1M}|=|\overrightarrow{F_2N}|=2\sqrt{5}$

联立 $\begin{cases} y_1y_2=-3c^2 \\ 9c^2+y_1{}^2=20 \\ c^2+y_2{}^2=20 \end{cases}$，消去 y_1、y_2 得：$(20-9c^2)(20-c^2)=9c^2$，

整理得：$9c^4-209c^2+400=0$，$(c^2-2)(9c^2-200)=0$．解得 $c^2=2$．但解此方程组要考倒不少人．

（Ⅱ）$\because \overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=(3c,y_1)\cdot(c,y_2)=0$，$\therefore y_1y_2=-3c^2<0$．

$\left|\overrightarrow{MN}\right|^2=\left|y_1-y_2\right|^2=y_1{}^2+y_2{}^2-2y_1y_2\ge -2y_1y_2-2y_1y_2=-4y_1y_2=12c^2$．

当且仅当 $y_1=-y_2=\sqrt{3}c$ 或 $y_2=-y_1=\sqrt{3}c$ 时，取等号．此时 $\left|\overrightarrow{MN}\right|$ 取最小值 $2\sqrt{3}c$．

此时 $\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}=(3c,\pm\sqrt{3}c)+(c,\mp\sqrt{3}c)=(4c,0)=2\overrightarrow{F_1F_2}$．

$\therefore \overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}$ 与 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 共线．

（Ⅱ）另解：$\because \overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$，$\therefore (3c,y_1)\cdot(c,y_2)=0$，$y_1y_2=-3c^2$．

设 MF_1，NF_2 的斜率分别为 k，$-\dfrac{1}{k}$．

由 $\begin{cases} y=k(x+c) \\ x=2c \end{cases}\Rightarrow y_1=3kc$，由 $\begin{cases} y=-\dfrac{1}{k}(x-c) \\ x=2c \end{cases}\Rightarrow y_2=-\dfrac{c}{k}$

$\left|\overrightarrow{MN}\right|=\left|y_1-y_2\right|=c\cdot\left|3k+\dfrac{1}{k}\right|\ge 2\sqrt{3}c$．当且仅当 $3k=\dfrac{1}{k}$ 即 $k^2=\dfrac{1}{3}$，$k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 时取等号．

即当 $\left|\overrightarrow{MN}\right|$ 最小时，$k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

此时 $\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}=(3c,3kc)+(c,-\dfrac{c}{k})=(3c,\pm\sqrt{3}c)+(c,\mp\sqrt{3}c)=(4c,0)=2\overrightarrow{F_1F_2}$．

$\therefore \overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}$ 与 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 共线．

22、解析：似曾相识．通览后三题，找感觉，先熟后生，先易后难，分步得

分．本卷后三难中，压轴题最熟最易入手．

（Ⅰ）$f(x)=a\ln(1+x)+x^2-10x$

$f'(x)=\dfrac{a}{1+x}+2x-10$

$x=3$ 是函数 $f(x)=a\ln(1+x)+x^2-10x$ 的一个极值点．

$f'(3)=\dfrac{a}{4}-4=0$

$a=16$

（Ⅱ）由（Ⅰ）$f(x)=16\ln(1+x)+x^2-10x$，$x\in(-1,+\infty)$．

$f'(x)=\dfrac{16}{1+x}+2x-10=\dfrac{2x^2-8x+6}{x+1}=\dfrac{2(x-1)(x-3)}{x+1}$

令 $f'(x)=0$，得 $x=1$，$x=3$．

$f'(x)$ 和 $f(x)$ 随 x 的变化情况如下：

x	$(-1,1)$	1	$(1,3)$	3	$(3,+\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	增	极大值	减	极小值	增

$f(x)$ 的增区间是 $(-1,1)$，$(3,+\infty)$；减区间是 $(1,3)$．

（Ⅲ）由（Ⅱ）知，$f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递增，在 $(3,+\infty)$ 上单调递增，在 $(1,3)$ 上单调递减．

$\therefore f(x)_{极大}=f(1)=16\ln2-9$，$f(x)_{极小}=f(3)=32\ln2-21$．

又 $x\to-1^+$ 时，$f(x)\to-\infty$；$x\to+\infty$ 时，$f(x)\to+\infty$；

可据此画出函数 $y=f(x)$ 的草图（图略），由图可知，

当直线 $y=b$ 与函数 $y=f(x)$ 的图像有 3 个交点时，b 的取值范围为 $(32\ln2-21,16\ln2-9)$．