2012年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

文科数学试题和答案（详细解析版）

本试题共4页，21小题，满分150分，考试用时120分钟。

参考公式：锥体的体积公式$V=\frac{1}{3}Sh$，其中S为柱体的底面积，h为柱体的高.

球的体积$V=\frac{4}{3}\pi R^3$，其中R为球的半径。

一组数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$的标准差

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]},$$

其中$\bar{x}$表示这组数据的平均数。

一．选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.设i为虚数单位，则复数$\frac{3+4i}{i}=$

A. $-4i-3i$　B. $-4i+3i$　C. $4+3i$　D. $4-3i$

2.设集合U={1.2.3.4.5.6}，M={1.3.5}，则$\complement_U M=$

A.{2.4.6}　B.{1.3.5}　C.{1.2.4}　D.U

3.若向量$\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{BC}=(3,4)$，则$\overrightarrow{AC}=$

A.（4.6）　B.（-4,-6）　C.（-2，-2）　D.（2，2）

4.下列函数为偶函数的是

$A.y=\sin x$　$B.y=x^3$　$C.y=e^x$　$D.y=\ln\sqrt{x^2+1}$

5.已知变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y\le 1\\ x-y\le 1\\ x+1\ge 0\end{cases}$.则z=x+2y的最小值为

A．3　　　B.1　　　C.-5　　　D.-6

6.在$\triangle ABC$中，若$\angle A$=60°, ∠B=45°，BC=$3\sqrt{2}$，则AC=

A．$4\sqrt{3}$　　　B $2\sqrt{3}$　　　C. $\sqrt{3}$　　　D $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7．某几何的三视图如图1所示，它的体积为

A．72π　B 48π　C.30π　D.24π

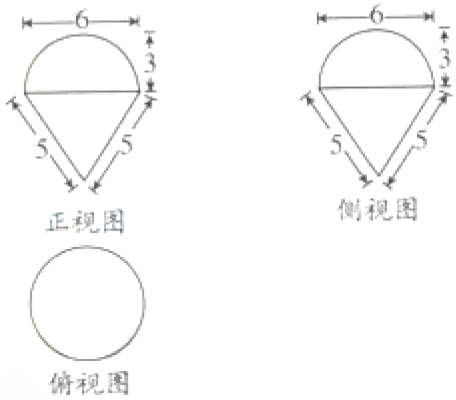

图 1

8．在平面直角坐标系xOy中，直线3x+4y-5=0与圆x^2+y^2=4相交A、B两点，则弦AB的长等于

A．$3\sqrt{3}$　　　B$2\sqrt{3}$　　　C$\sqrt{3}$　　　D 1

9．执行如图2所示的程序图，若输入n的值为6，则输出s的值为

A．105　　B．16　　C．15　　D．1

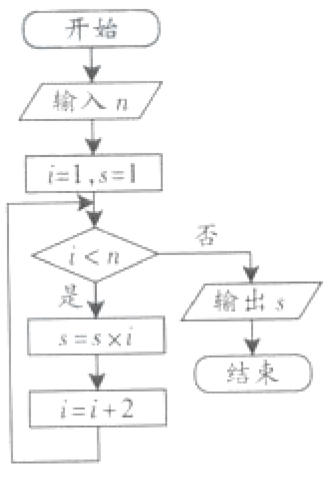

图 2

10．对任意两个非零的平面向量α和β，定义

$\alpha\circ\beta=\frac{\alpha\bullet\beta}{\beta\bullet\beta}$.

若两个非零的平面向量a，b满足a与b的夹角$\theta\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$，且$a.b$和$b.a$都在集合$\left\{\frac{n}{2}|n\in Z\right\}$中，则$a.b$=

A．$\frac{5}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．1　　D．$\frac{1}{2}$

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20

分。

（一）必做题（11~13题）

11.函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域为____.

12.若等比数列$\{a_n\}$满足 $a_2a_4=\dfrac{1}{2}$, 则 $a_1a_3^2a_5=$_______.

13.由正整数组成的一组数据 x_1,x_2,x_3,x_4, 其平均数和中位数都是2，且标准差等于1，则这组数据为_____.（从小到大排列）

（二）（坐标系与参数方程选做题）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 和 C_2 的参数方程分别为 $\left\{\dfrac{n}{2}|n\in Z\right\}\left\{\dfrac{n}{2}|n\in Z\right\}$（$\theta$为参数，$(0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2})$ $\begin{cases}x=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（t为参数），则曲线 C_1 和 C_2 的交点坐标为_____.

15.（几何证明选讲选做题）如图3所示，直线PB与圆O相切于点B,D是玄AC上的点，$\angle PBA=\angle DBA$.若AD=m,AC=n,则AB=_____.

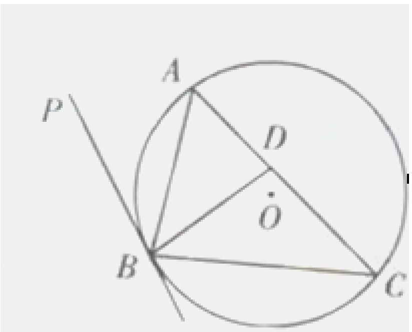

图 3

三、解答题：本大题共6小题，满分80分.解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=A\cos(\frac{x}{4}+\frac{\pi}{6}), x\in R$，且$f(\frac{\pi}{3})=\sqrt{2}$.

（1）求A的值；

（2）设 $\alpha,\beta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right], f(4\alpha+\frac{4}{3}\pi)=-\frac{30}{17}, f(4\beta-\frac{2}{3}\pi)=\frac{8}{5}.$ 求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值.

17.（本小题满分13分）

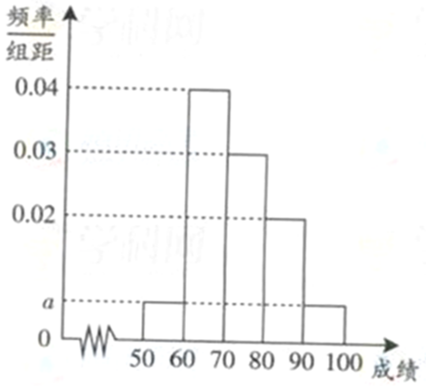

图 4

某校100名学生期中考试语文成绩的频率分布直方图如图4所示，其中成绩分组区间是：

$[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),[90,100]$.

（1）求图中α的值；

（2）根据频率分布直方图，估计这100名学生语文成绩的平均分.

（3）若这100名学生语文成绩某些份数段的人数（x）与数学成绩相应分数段的人数（y）之比如下表所示，求数学成绩在$[50,90)$之外的人数.

分数段	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)
$x:y$	1 : 1	2 : 1	3 : 4	4 : 5

18（本小题满分13分）

如图5所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\perp$平面PAD, $AB//CD$, $PD=AD$, E 是 PB 的中点，F 是 CD 上的点，且 $DF=\frac{1}{2}AB$，

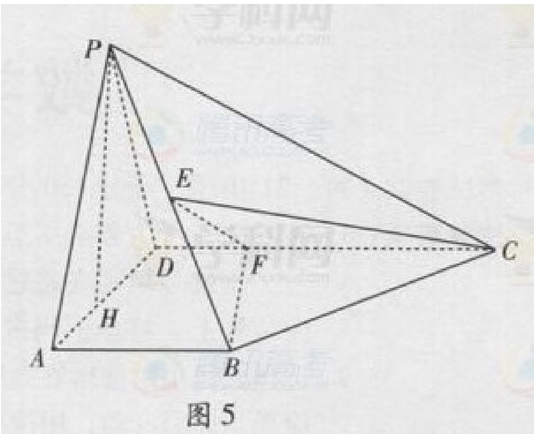

图 5

PH 为 ΔPAD 中 AD 边上的高。

（1）证明：$PH\perp 平面ABCD$；

（2）若 $PH=1$，$AD=\sqrt{2}$，$FC=1$, 求三棱锥 $E-BCF$ 的体积；

（3）证明：$EF\perp 平面PAB$.

19.（本小题满分14分）

设数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，数列 $\{S_n\}$ 前 n 项和为 T_n，满足 $T_n=2S_n-n^2$，$n\in N^*$.

(1)求 a_1 的值；

（2）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20.（本小题满分14分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左焦点为 $F_1(-1,0)$, 且点 $P(0,1)$ 在 C_1.

（1）求椭圆 C_1 的方程；

（2）设直线 l 同时与椭圆 C_1 和抛物线 $C_2:y^2=4x$ 相切，求直线 l 的方程.

21.（本小题满分14分）

设 $0<a<1$，集合 $A=\{x\in R\,|\,x>0\}$, $B=\{x\in R\,|\,2x^2-3(1+a)x+6a>0\}$, $D=A\cap B$.

(1) 求集合 D (用区间表示)

(2) 求函数 $f(x)=2x^3-3(1+a)x^2+6ax$ 在 D 内的极值点.

2012年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（文科）答案（详细解析版）

1、【解析】选D 依题意：$\frac{3+4i}{i}=\frac{(3+4i)i}{i^2}=4-3i$

2． 【解析】选A $C_U M=\{2,4,6\}$

3. 【解析】选A $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(4,6)$

4. 【解析】选D $y=\sin x$与$y=x^3$是奇函数，$y=e^x$是非奇非偶函数

5. 【解析】选C 约束条件对应ΔABC边际及内的区域：$A(1,0),B(-1,2),C-1,-2)$

则$z=x+2y\in[-5,3]$

6. 【解析】选B

由正弦定理得：$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=\frac{AC}{\sin 45^\circ}\Leftrightarrow AC=2\sqrt{3}$

【解析】选C 几何体是半球与圆锥叠加而成

它的体积为$V=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\times 3^3+\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times\sqrt{5^2-3^2}=30\pi$

8. 【解析】选B

圆$x^2+y^2=4$的圆心$O(0,0)$到直线$3x+4y-5=0$的距离$d=\frac{|-5|}{5}=1$

弦AB的长$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{3}$

9. 【解析】选C

s	1	1	3	15
i	1	3	5	7

10、【解析】选A

$\vec{a}\circ\vec{b}=\dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}\cos\theta>0,\vec{b}\circ\vec{a}=\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\cos\theta>0\Rightarrow(\vec{a}\circ\vec{b})\times(\vec{b}\circ\vec{a})=\cos^2\theta\in(0,\dfrac{1}{2})$

$\vec{a}\circ\vec{b},\vec{b}\circ\vec{a}$都在集合$\left\{\dfrac{n}{2}|n\in Z\right\}$中得：

$(\vec{a}\circ\vec{b})\times(\vec{b}\circ\vec{a})=\dfrac{n_1n_2}{4}(n_1,n_2\in N^*)\Rightarrow\vec{a}\circ\vec{b}=\dfrac{1}{2}$

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20分。

（一）必做题（11-13题）

11.【解析】定义域为______$[-1,0)\cup(0,+\infty)$

$y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$中的x满足：$\begin{cases}x+1\geq 0\\ x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1\leq x<0$或$x>0$

12. 【解析】$a_1a_3^2a_5=$______$\dfrac{1}{4}$

$a_2a_4=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow a_3^2=\dfrac{1}{2},a_1a_3^2a_5=a_3^4=\dfrac{1}{4}$

13. 【解析】这组数据为__________$1,1,3,3$

不妨设$x_1\leq x_2\leq x_3\leq x_4$得：

$x_2+x_3=4, x_1+x_2+x_3+x_4=8 \Rightarrow x_1+x_4=4$

$s^2=1 \Leftrightarrow (x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2+(x_4-2)^2=4 \Rightarrow |x_i-2|=0,1,2$

①如果有一个数为0或4；则其余数为2，不合题意

②只能取$|x_i-2|=1$；得：这组数据为$1,1,3,3$

（二）选做题（14 － 15题，考生只能从中选做一题）

14. 【解析】它们的交点坐标为________$(2,1)$

$C_1: x^2+y^2=5(x,y\ge 0), C_2: y=x-1$ 解得：交点坐标为$(2,1)$

15.（【解析】$AB=$________$\sqrt{mn}$

$\angle PBA=\angle DBA=\angle ACB, \angle BAD=\angle CAB \Rightarrow \Delta BAD \sim \Delta CAB$

得：$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AD}{AB} \Leftrightarrow AB^2=AC\times AD=mn \Leftrightarrow AB=\sqrt{mn}$

三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答需写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. （本小题满分12分）

【解析】（1）$f(\dfrac{\pi}{3})=\sqrt{2} \Leftrightarrow A\cos\dfrac{\pi}{4}=\sqrt{2} \Leftrightarrow A=2$

（2）$f(4\alpha+\dfrac{4\pi}{3})=-\dfrac{30}{17} \Leftrightarrow \cos(\alpha+\dfrac{\pi}{2})=-\dfrac{15}{17} \Leftrightarrow \sin\alpha=\dfrac{15}{17}, \cos\alpha=\dfrac{8}{17}$

$f(4\beta-\dfrac{2\pi}{3})=\dfrac{8}{5} \Leftrightarrow \cos\beta=\dfrac{4}{5}, \sin\beta=\dfrac{3}{5}$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{8}{17}-\dfrac{3}{5}\times\dfrac{15}{17}=-\dfrac{13}{85}$

17.【解析】（1）$(2a+0.02+0.03+0.04)\times 10=1 \Leftrightarrow a=0.005$

（2）平均分为$55\times 0.05+65\times 0.4+75\times 0.3+85\times 0.2+95\times 0.05=73$

（3）数学成绩在$[50,90)$内的人数为

$(0.005+\dfrac{1}{2}\times 0.04+\dfrac{4}{3}\times 0.03+\dfrac{5}{4}\times 0.02)\times 10\times 100=90$人

数学成绩在$[50,90)$外的人数为$100-90=10$人

答：（1）$a=0.005$ （2）这100名学生语文成绩的平均分为73

（3）数学成绩在$[50,90)$外的人数为10人。

18.【解析】（1）$AB\perp$平面PAD，$PH\subset$面$PAD\Rightarrow PH\perp AB$

又$PH\perp AD, AD\cap AB=A\Rightarrow PH\perp$面$ABCD$

（2）E是PB中点$\Rightarrow$点E到面BCF的距离$h=\frac{1}{2}PH=\frac{1}{2}$

三棱锥$E-BCF$的体积

$V=\frac{1}{3}S_{\Delta BCF}\times h=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times FC\times AD\times h=\frac{1}{6}\times 1\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$

（3）取PA的中点为G，连接DG,EG

$PD=AD\Rightarrow DG\perp PA$，又$AB\perp$平面$PAD\Rightarrow$面$PAD\perp$面$PAB\Rightarrow DG\perp$面$PAB$

点E,G是棱PB,PA的中点

$\Rightarrow EG\underline{\underline{//}}\frac{1}{2}AB, DF\underline{\underline{//}}\frac{1}{2}AB\Rightarrow EG\underline{\underline{//}}DF\Rightarrow DG//EF$

得：$EF\perp$平面PAB

19.（本小题满分14分）

【解析】（1）在$T_n=2S_n-n^2$，$n\in N^*$中，令$n=1\Rightarrow a_1=2a_1-1\Leftrightarrow a_1=1$

（2）$T_n=2S_n-n^2$，$T_{n+1}=2S_{n+1}-(n+1)^2$，相减得：$S_{n+1}=2S_n+(2n+1)$

$S_{n+1}=2S_n+(2n+1)$，$S_{n+2}=2S_{n+1}+(2n+3)$，相减得：$a_{n+2}=2a_{n+1}+2$

$a_1=1\Rightarrow S_2=2S_1+3\Leftrightarrow a_2=4$，得$a_{n+1}=2a_n+2$

$a_{n+1}=2a_n+2\Leftrightarrow a_{n+1}+2=2(a_n+2)$

得：数列$\{a_n+2\}$是以$a_1+2=3$为首项，公比为2的等比数列

$$a_n+2=3\times 2^{n-1}\Leftrightarrow a_n=3\times 2^{n-1}-2$$

20.（本小题满分14分）

【解析】（1）由题意得：$b=1,c=\sqrt{a^2-b^2}=1\Leftrightarrow a=\sqrt{2},b=c=1$

故椭圆C_1的方程为：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$

（2）①设直线$l:x=m$，直线l与椭圆C_1相切$\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$

直线与抛物线$C_2: y^2=4x$相切$\Leftrightarrow m=0$，得：m不存在

②设直线$l: y=kx+m$

直线l与椭圆C_1相切$\Leftrightarrow (1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$两根相等

$$\Leftrightarrow \Delta_1=0 \Leftrightarrow m^2=2k^2+1$$

直线与抛物线$C_2: y^2=4x$相切$\Leftrightarrow k^2x^2+2(km-2)x+m^2=0$两根相等

$$\Leftrightarrow \Delta_2=0 \Leftrightarrow km=1$$

解得：$k=\dfrac{\sqrt{2}}{2}, m=\sqrt{2}$或$k=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, m=-\sqrt{2} \Rightarrow l: y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x+2)$

21.（本小题满分14分）

【解析】（1）对于方程$2x^2-3(1+a)x+6a=0$

判别式$\Delta=9(1+a)^2-48a=3(a-3)(3a-1)$

因为$a<1$，所以$a-3<0$

① 当$1>a>\dfrac{1}{3}$时，$\Delta<0$，此时$B=R$，所以$D=A$；

② 当$a=\dfrac{1}{3}$时，$\Delta=0$，此时$B=\{x \mid x\neq 1\}$，所以$D=(0,1)\cup(1,+\infty)$；

当$a<\dfrac{1}{3}$时，$\Delta>0$，设方程$2x^2-3(1+a)x+6a=0$的两根为x_1, x_2且$x_1<x_2$，则

$$x_1=\frac{3(1+a)-\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4}，\quad x_2=\frac{3(1+a)+\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4}$$

$B=\{x \mid x<x_1或x>x_2\}$

③ 当$0<a<\dfrac{1}{3}$时，$x_1+x_2=\dfrac{3}{2}(1+a)>0$，$x_1x_2=3a>0$，所以$x_1>0, x_2>0$

此时，$D=(x,x_1)\cup(x_2,+\infty)$

$=(0,\dfrac{3(1+a)-\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4})\cup(\dfrac{3(1+a)+\sqrt{3(a-3)(3a-1)}}{4},+\infty)$

（2） $f'(x)=6x^2-6(1+a)x+6a=6(x-1)(x-a)$， $a<1$

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[a,1]$ 上为减函数，在区间 $(-\infty,a]$ 和 $[1,+\infty)$ 上为增函数

① $x=1$ 是极点 $\Leftrightarrow 1\in B\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}<a<1$

② $x=a$ 是极点 $\Leftrightarrow a\in A,a\in B\Leftrightarrow 0<a<1$

得：

$0<a\leq\dfrac{1}{3}$ 时，函数 $f(x)$ 极值点为 a， $\dfrac{1}{3}<a<1$ 时，函数 $f(x)$ 极值点为 1 与 a