

绝密★启用前

2011年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题(56分)

1. 若全集 $U = R$, 集合 $A = \{x | x \geq 1\}$, 则 $C_U A =$ _____。

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{3n}{n+3}) =$ _____。

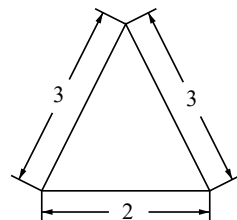
3. 若函数 $f(x) = 2x + 1$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(-2) =$ _____。

4. 函数 $y = 2 \sin x - \cos x$ 的最大值为_____。

5. 若直线 l 过点 $(3, 4)$, 且 $(1, 2)$ 是它的一个法向量, 则 l 的方程为_____。

6. 不等式 $\frac{1}{x} < 1$ 的解为_____。

7. 若一个圆锥的主视图(如图所示)是边长为3, 3, 2的三角形, 则该圆锥的侧面积是_____。



8. 在相距2千米的 A 、 B 两点处测量目标 C , 若 $\angle CAB = 75^\circ$, $\angle CBA = 60^\circ$, 则 A 、 C 两点之间的距离是_____千米。

9. 若变量 x 、 y 满足条件 $\begin{cases} 3x - y \leq 0 \\ x - 3y + 5 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最大值为_____。

10. 课题组进行城市空气质量调查, 按地域把24个城市分成甲、乙、丙三组, 对应城市数分别为4、12、8。若用分层抽样抽取6个城市, 则丙组中应抽取的城市数为_____。

11. 行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ($a, b, c, d \in \{-1, 1, 2\}$) 的所有可能值中, 最大的是_____。

12、在正三角形 ABC 中, D 是 BC 上的点, $AB=3, BD=1$, 则 $\overline{AB} \cdot \overline{AD} =$ _____。

13、随机抽取9个同学中, 至少有2个同学在同一月出生的概率是_____

(默认每月天数相同, 结果精确到0.001)。

14、设 $g(x)$ 是定义在 R 上、以1为周期的函数, 若 $f(x) = x + g(x)$ 在 $[0,1]$ 上的值域为 $[-2,5]$, 则 $f(x)$ 在区间 $[0,3]$ 上的值域为_____。

二、选择题 (20分)

15、下列函数中, 既是偶函数, 又是在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的函数为【答】 ()

A $y = x^{-2}$ B $y = x^{-1}$ C $y = x^2$ D $y = x^{\frac{1}{3}}$

16、若 $a, b \in R$, 且 $ab > 0$, 则下列不等式中, 恒成立的是【答】 ()

A $a^2 + b^2 > 2ab$ B $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ C $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{\sqrt{ab}}$ D $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

17、若三角方程 $\sin x = 0$ 与 $\sin 2x = 0$ 的解集分别为 E 和 F , 则【答】 ()

A $E \cap F = \emptyset$ B $E \cup F = \emptyset$ C $E = F$ D $E \cap F = \emptyset$

18、设 A_1, A_2, A_3, A_4 是平面上给定的4个不同的点, 则使 $\overline{MA_1} + \overline{MA_2} + \overline{MA_3} + \overline{MA_4} = \vec{0}$ 成立的点 M 的个数为【答】 ()

A 0 B 1 C 2 D 4

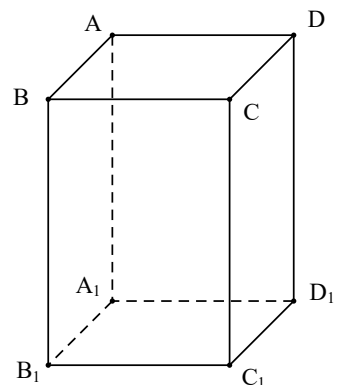
三、解答题 (74分)

19、(12分) 已知复数 z_1 满足 $(z_1 - 2)(1 + i) = 1 - i$ (i 为虚数单位), 复数 z_2 的虚部为2, $z_1 \cdot z_2$ 是实数, 求 z_2 。

20、(14分) 已知 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是底面边长为1的正四棱柱, 高 $AA_1 = 2$ 。求:

(1) 异面直线 BD 与 AB_1 所成的角的大小 (结果用反三角函数表示);

(2) 四面体 AB_1D_1C 的体积。



21、（14分）已知函数 $f(x) = a \cdot 2^x + b \cdot 3^x$ ，其中常数 a, b 满足 $ab \neq 0$ 。

(1) 若 $ab > 0$ ，判断函数 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $ab < 0$ ，求 $f(x+1) > f(x)$ 时 x 的取值范围。

22、（16分）已知椭圆 $C: \frac{x^2}{m^2} + y^2 = 1$ （常数 $m > 1$ ），点 P 是 C 上的动点， M 是右顶点，定点 A 的坐标为 $(2, 0)$ 。

(1) 若 M 与 A 重合，求 C 的焦点坐标；

(2) 若 $m = 3$ ，求 $|PA|$ 的最大值与最小值；

(3) 若 $|PA|$ 的最小值为 $|MA|$ ，求 m 的取值范围。

23、（18分）已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = 3n + 6$ ， $b_n = 2n + 7$ （ $n \in \mathbb{N}^*$ ），将集合

$\{x \mid x = a_n, n \in \mathbb{N}^*\} \cup \{x \mid x = b_n, n \in \mathbb{N}^*\}$ 中的元素从小到大依次排列，构成数列

$c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$ 。

(1) 求三个最小的数，使它们既是数列 $\{a_n\}$ 中的项，又是数列 $\{b_n\}$ 中的项；

(2) $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{40}$ 中有多少项不是数列 $\{b_n\}$ 中的项？说明理由；

(3) 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $4n$ 项和 S_{4n} （ $n \in \mathbb{N}^*$ ）。

