

2010年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（文科）

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：1. 答卷时，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 作答选作题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。
5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 是锥体的底面积， h 是锥体的高。

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{0,1,2,3\}$ ， $B = \{1,2,4\}$ 则集合 $A \cup B =$

A. $\{0,1,2,3,4\}$ B. $\{1,2,3,4\}$ C. $\{1,2\}$ D. $\{0\}$
2. 函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是

A. $(2, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$
3. 若函数 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ 与 $g(x) = 3^x - 3^{-x}$ 的定义域均为 \mathbb{R} ，则

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 与均为偶函数 B. $f(x)$ 为奇函数， $g(x)$ 为偶函数
C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 与均为奇函数 D. $f(x)$ 为偶函数， $g(x)$ 为奇函数
4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列， S_n 是它的前 n 项和。若 $a_2 \cdot a_3 = 2a_1$ 且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{5}{4}$ ，则 $S_5 =$

A. 35 B. 33 C. 31 D. 29
5. 若向量 $\vec{a} = (1,1)$ ， $\vec{b} = (2,5)$ ， $\vec{c} = (3,x)$ 满足条件 $(8\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 30$ ，则 $x =$

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

6. 若圆心在 x 轴上、半径为 $\sqrt{5}$ 的圆 O 位于 y 轴左侧, 且与直线 $x+2y=0$ 相切, 则圆 O 的方程是

- A. $(x-\sqrt{5})^2+y^2=5$ B. $(x+\sqrt{5})^2+y^2=5$
 C. $(x-5)^2+y^2=5$ D. $(x+5)^2+y^2=5$

7. 若一个椭圆长轴的长度、短轴的长度和焦距成等差数列, 则该椭圆的离心率是

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

8. “ $x > 0$ ” 是 “ $\sqrt[3]{x^2} > 0$ ” 成立的

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
 C. 非充分非必要条件 D. 充要条件

9. 如图, 为正三角形, 平面且, 则多面体的正视图 (也称主视图) 是

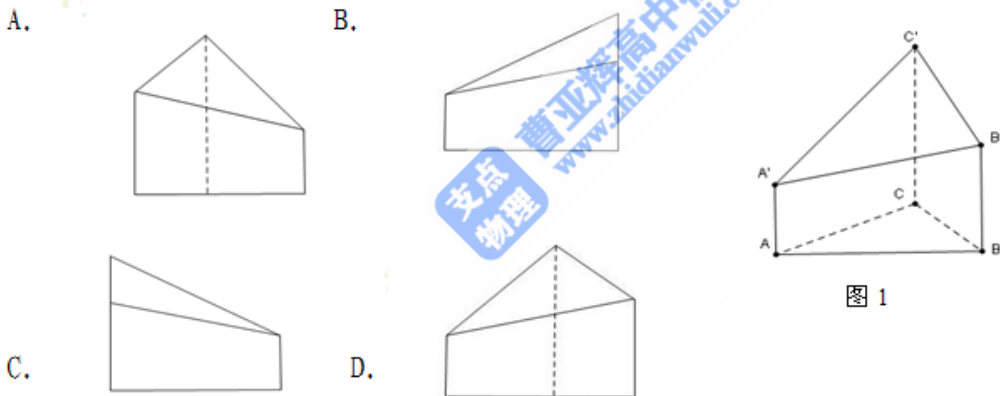


图 1

10. 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上定义两种运算 \oplus 和 \otimes 如下

\oplus	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	b
c	c	b	c	b
d	d	b	b	d

那么 $d \otimes (a \oplus c) =$

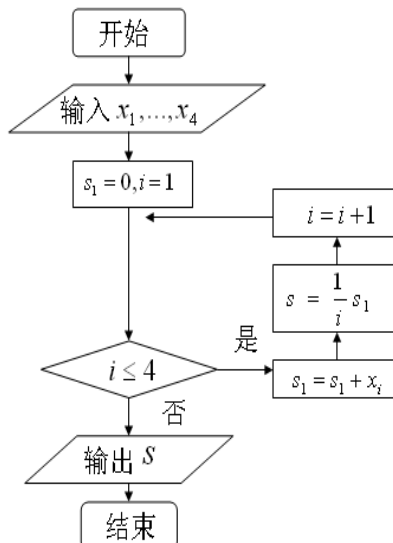
- A. a B. b C. c D. d

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20分。

(一) 必做题 (11~13题)

11. 某城市缺水问题比较突出，为了制定节水管理办法，对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查，其中4位居民的月均用水量分别为 (单位：吨)。根据图2所示的程序框图，若分别为1, 1.5, 1.5, 2, 则输出的结果 s 为_____。

- 第一 ($i=1$) 步: $s_1 = s_1 + x_i = 0 + 1 = 1$
- 第二 ($i=2$) 步: $s_1 = s_1 + x_i = 1 + 1.5 = 2.5$
- 第三 ($i=3$) 步: $s_1 = s_1 + x_i = 2.5 + 1.5 = 4$
- 第四 ($i=4$) 步: $s_1 = s_1 + x_i = 4 + 2 = 6$, $s = \frac{1}{4} \times 6 = \frac{3}{2}$
- 第五 ($i=5$) 步: $i = 5 > 4$, 输出 $s = \frac{3}{2}$



12. 某市居民 2005~2009 年家庭年平均收入 (单位: 万元) 与年平均支出 (单位: 万元) 的统计资料如下表所示:

年份	2005	2006	2007	2008	2009
收入 x	11.5	12.1	13	13.3	15
支出 Y	6.8	8.8	9.8	10	12

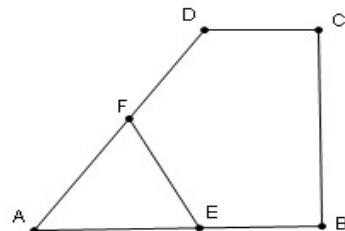
根据统计资料，居民家庭年平均收入的中位数是 13，家庭年平均收入与年平均支出有 $Y = x - 3$ 线性相关关系。

13. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边，若 $a=1$,

$b = \sqrt{3}$, $A+C=2B$, 则 $\sin A = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$.

(二) 选做题 (14、15题, 考生只能从中选做一题)

14. (几何证明选讲选做题) 如图3, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB, CB \perp AB, AB=AD=a, CD = \frac{a}{2}$, 点 E, F 分别为线段 AB, AD 的中点, 则 $EF = \underline{\quad}$



15. (坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系 (ρ, θ) ($0 \leq \theta < 2\pi$) 中, 曲线 $\rho(\cos \theta + \sin \theta) = 1$ 与 $\rho(\cos \theta - \sin \theta) = 1$ 的交点的极坐标为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 80 分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16. (本小题满分 14 分)

设函数 $f(x) = 3 \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$, $\omega > 0, x \in (-\infty, +\infty)$, 且以 $\frac{\pi}{2}$ 为最小正周期.

(1) 求 $f(0)$;

(2) 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $f(\frac{\alpha}{4} + \frac{\pi}{12}) = \frac{9}{5}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

17. (本小题满分 12 分)

某电视台在一次对收看文艺节目和新闻节目观众的抽样调查中, 随机抽取了 100 名电视观众, 相关的数据如下表所示:

	文艺节目	新闻节目	总计
20至40岁	40	18	58
大于40岁	15	27	42
总计	55	45	100

(1) 由表中数据直观分析, 收看新闻节目的观众是否与年龄有关?

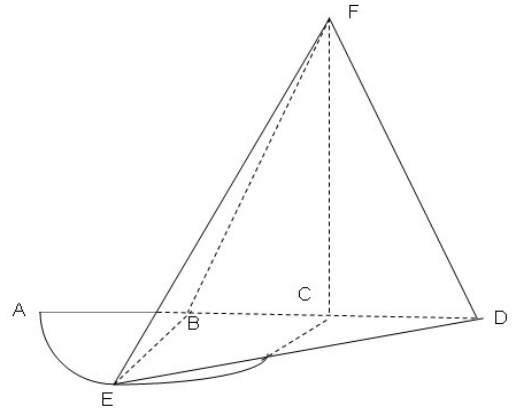
(2) 用分层抽样方法在收看新闻节目的观众中随机抽取 5 名, 大于 40 岁的观众应该抽取几名?

(3) 在上述抽取的 5 名观众中任取 2 名, 求恰有 1 名观众的年龄为 20 至 40 岁的概率.

18. (本小题满分14分)

如图4, 弧AEC是半径为 a 的半圆, AC为直径, 点E为弧AC的中点, 点B和点C为线段AD的三等分点, 平面AEC外一点F满足 $FC \perp$ 平面BED, $FB = \sqrt{5}a$

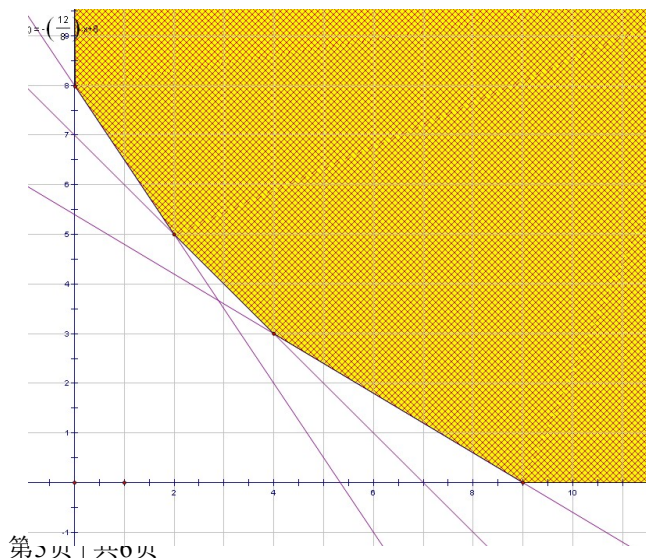
- (1) 证明: $EB \perp FD$
- (2) 求点B到平面FED的距离.
- (1) 证明: \because 点E为弧AC的中点



19. (本题满分12分)

某营养师要求为某个儿童预订午餐和晚餐. 已知一个单位的午餐含12个单位的碳水化合物, 6个单位的蛋白质和6个单位的维生素C; 一个单位的晚餐含8个单位的碳水化合物, 6个单位的蛋白质和10个单位的维生素C. 另外, 该儿童这两餐需要的营养中至少含64个单位的碳水化合物和42个单位的蛋白质和54个单位的维生素C.

如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是2.5元和4元, 那么要满足上述的营养要求, 并且花费最少, 应当为该儿童分别预订多少个单位的午餐和晚餐?

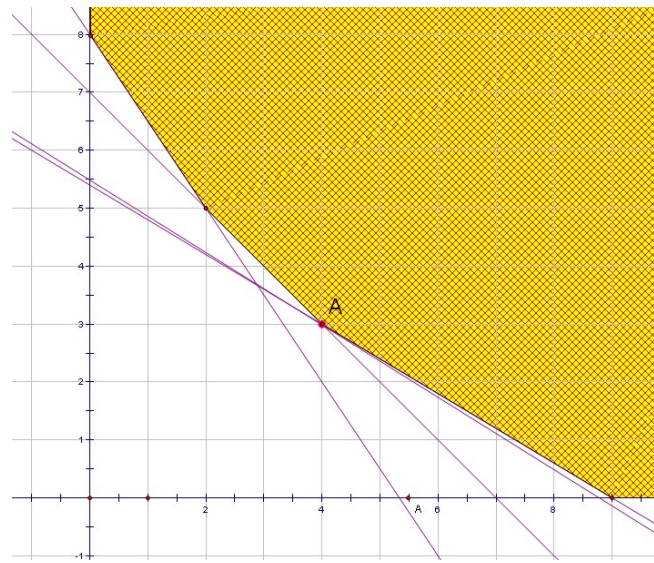


20. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x)$ 对任意实数 x 均有 $f(x) = kf(x+2)$, 其中 k 常数为负数, 且 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上有表达式 $f(x) = x(x-2)$

- (1) 求 $f(-1), f(2.5)$ 的值;
- (2) 写出 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的表达式, 并讨论函数 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的单调性
- (3) 求出 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最小值与最大值, 并求出相应的自变量的取值.

(



21. (本小题满分14分)

已知曲线 $C_n: y = nx^2$, 点 $P_n(x_n, y_n)$ ($x_n > 0, y_n > 0$) 是曲线 C_n 上的点 ($n = 1, 2, \dots$),

- (1) 试写出曲线 C_n 在 P_n 点处的切线 l_n 的方程, 并求出 l_n 与 y 轴的交点 Q_n 的坐标;
- (2) 若原点 $O(0,0)$ 到 l_n 的距离与线段 P_nQ_n 的长度之比取得最大值, 试求点 P_n 的坐标 (x_n, y_n) ;
- (3) 设 m 与 k 为两个给定的不同的正整数, x_n 与 y_n 是满足 (2) 中条件的点 P_n 的坐标,