

2009年江西高考文科数学试题

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页，第II卷3至4页，共150分。

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第II卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答。在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

参考公式

如果事件 A, B 互斥，那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B ，相互独立，那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ，那么

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

第I卷

一. 选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列命题是真命题的为

A. 若 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ ，则 $x = y$

B. 若 $x^2 = 1$ ，则 $x = 1$

C. 若 $x = y$, 则 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ D. 若 $x < y$, 则 $x^2 < y^2$

2. 函数 $y = \frac{\sqrt{-x^2 - 3x + 4}}{x}$ 的定义域为

A. $[-4, 1]$ B. $[-4, 0)$ C. $(0, 1]$ D. $[-4, 0) \cup (0, 1]$

3. 50

名学生参加甲、乙两项体育活动，每人至少参加了一项，参加甲项的学生有30名，参加乙项的学生有25名，则仅参加了一项活动的学生人数为

A. 50 B. 45 C. 40 D. 35

4. 函数 $f(x) = (1 + \sqrt{3} \tan x) \cos x$ 的最小正周期为

A. 2π B. $\frac{3\pi}{2}$ C. π D. $\frac{\pi}{2}$

5. 已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数，若对于 $x \geq 0$ ，都有 $f(x+2) = f(x)$ ，且当

$x \in [0, 2)$ 时， $f(x) = \log_2(x+1)$ ，则 $f(-2008) + f(2009)$ 的值为

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

6. 若 $C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$ 能被7整除，则 x, n 的值可能为

A. $x = 4, n = 3$ B. $x = 4, n = 4$ C. $x = 5, n = 4$ D. $x = 6, n = 5$

7. 设 F_1 和 F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两个焦点，

若 $F_1, F_2, P(0, 2b)$ 是正三角形的三个顶点，则双曲线的离心率为

A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

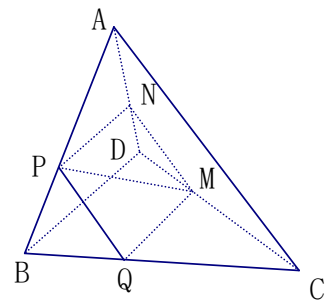
8. 公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 a_4 是 a_3 与 a_7 的等比中项，

$S_8 = 32$ ，则 S_{10} 等于

A. 18 B. 24 C. 60 D. 90

9. 如图，在四面体 $ABCD$ 中，截面 $PQMN$ 是正方形，则在下列命题中，错误的为

A. $AC \perp BD$ B. $AC \parallel$ 截面 $PQMN$

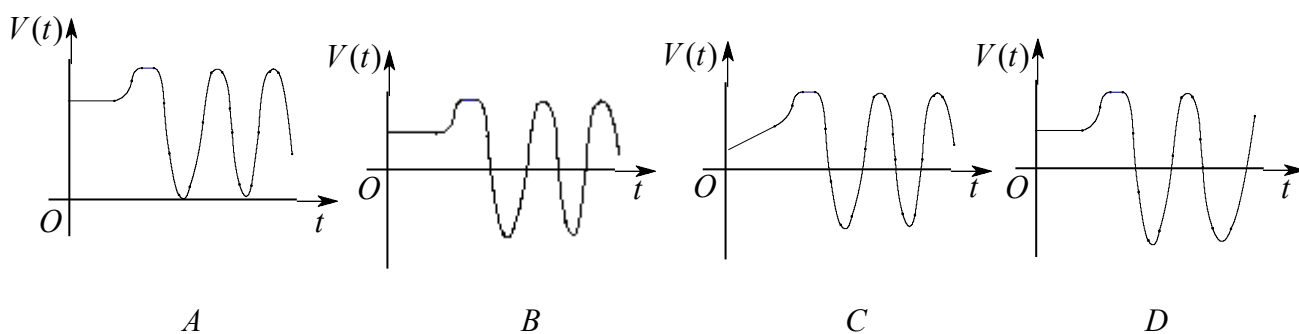
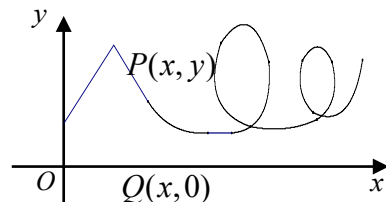


C. $AC = BD$ D. 异面直线 PM 与 BD 所成的角为 45°

10. 甲、乙、丙、丁 4 个足球队参加比赛，假设每场比赛各队取胜的概率相等，现任意将这 4 个队分成两个组（每组两个队）进行比赛，胜者再赛，则甲、乙相遇的概率为

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

11. 如图所示，一质点 $P(x, y)$ 在 xOy 平面上沿曲线运动，速度大小不变，其在 x 轴上的投影点 $Q(x, 0)$ 的运动速度 $V = V(t)$ 的图象大致为



12. 若存在过点 $(1, 0)$ 的直线与曲线 $y = x^3$ 和 $y = ax^2 + \frac{15}{4}x - 9$ 都相切，则 a 等于

- A. -1 或 $-\frac{25}{64}$ B. -1 或 $\frac{21}{4}$ C. $-\frac{7}{4}$ 或 $-\frac{25}{64}$ D. $-\frac{7}{4}$ 或

7

第II卷

注意事项：

第II卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题上作答，答案无效。

二. 填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。请把答案填在答题卡上

13. 已知向量 $\vec{a} = (3, 1)$ ， $\vec{b} = (1, 3)$ ， $\vec{c} = (k, 2)$ ，若 $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$ 则 $k =$ _____.

14. 体积为 8 的一个正方体，其全面积与球 O 的表面积相等，则球 O 的体积等于_____.

15. 若不等式 $\sqrt{4 - x^2} \leq k(x + 1)$ 的解集为区间 $[a, b]$ ，且 $b - a = 1$ ，则

$k =$ _____.

16. 设直线系 $M: x \cos \theta + (y - 2) \sin \theta = 1 (0 \leq \theta \leq 2\pi)$, 对于下列四个命题:

- A. 存在一个圆与所有直线相交
- B. 存在一个圆与所有直线不相交
- C. 存在一个圆与所有直线相切
- D. M 中的直线所能围成的正三角形面积都相等

其中真命题的代号是_____ (写出所有真命题的代号).

三. 解答题: 本大题共6小题, 共74分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分12分)

设函数 $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - a$

- (1) 对于任意实数 x , $f'(x) \geq m$ 恒成立, 求 m 的最大值;
- (2) 若方程 $f(x) = 0$ 有且仅有一个实根, 求 a 的取值范围

18. (本小题满分12分)

某公司拟资助三位大学生自主创业, 现聘请两位专家, 独立地对每位大学生的创业方案进行评审. 假设评审结果为“支持”或“不支持”的概率都是 $\frac{1}{2}$. 若某人获得两个“支持”, 则给予10万元的创业资助; 若只获得一个“支持”, 则给予5万元的资助; 若未获得“支持”, 则不予资助. 求:

- (1) 该公司的资助总额为零的概率;
- (2) 该公司的资助总额超过15万元的概率.

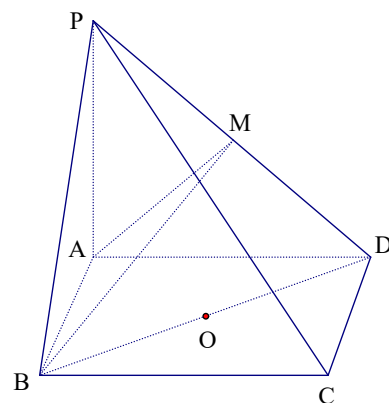
19. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $A = \frac{\pi}{6}$, $(1 + \sqrt{3})c = 2b$.

- (1) 求 C ;
- (2) 若 $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 1 + \sqrt{3}$, 求 a, b, c .

20. (本小题满分12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AD = 4$, $AB = 2$. 以 BD 的中点 O 为球心、 BD 为直径的球面交 PD 于点 M .



- (1) 求证: 平面 $ABM \perp$ 平面 PCD ;
- (2) 求直线 PC 与平面 ABM 所成的角;
- (3) 求点 O 到平面 ABM 的距离.

21. (本小题满分12分)

数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n = n^2(\cos^2 \frac{n\pi}{3} - \sin^2 \frac{n\pi}{3})$, 其前 n 项和为 S_n .

- (1) 求 S_n ;
- (2) $b_n = \frac{S_{3n}}{n \cdot 4^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. (本小题满分14分)

如图, 已知圆 $G: (x-2)^2 + y^2 = r^2$ 是椭圆 $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$ 的内接 $\triangle ABC$ 的内切圆, 其中

A 为椭圆的左顶点

- (1) 求圆 G 的半径 r ;
- (2) 过点 $M(0,1)$ 作圆 G 的两条切线交椭圆于 E, F 两点, 证明: 直线 EF 与圆 G 相切.

