2007年陕西高考文科数学真题及答案

注意事项：

1.本试卷分第一部分和第二部分。第一部分为选择题，第二部分为非选择题。

2.考生领到试卷后，须按规定在试卷上填写姓名、准考证号，并在答题卡上填涂对应的试卷类型信息点。

3.所有答案必须在答题卡上指定区域内作答。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（共60分）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共12小题，每小题5分，共60分）。

1.已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合$A=\{2,3,6\}$，则集合$\complement_{u}A$等于

（A）{1，4}　　（B）{4，5}　　（C）{1，4，5}　　（D）{2，3，6}

2.函数$f(x)=\lg\sqrt{1-x^{2}}$的定义域为

（A）[0，1]　　（B）(-1，1)

（C）[-1，1]　　（D）(-∞，-1)∪(1，+∞)

3.抛物线$x^{2}=y$的准线方程是

（A）$4x+1=0$　　（B）$4y+1=0$

（C）$2x+1=0$　　（D）$2y+1=0$

4.已知$\sin\partial=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\sin^{4}\partial-\cos^{4}\partial$的值为

（A）$-\frac{3}{5}$　　（B）$-\frac{1}{5}$　　（C）$\frac{1}{5}$　　（D）$\frac{3}{5}$

5.等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_2=2,S_4=10,$则S_4等于

（A）12　　（B）18　　（C）24　　（D）42

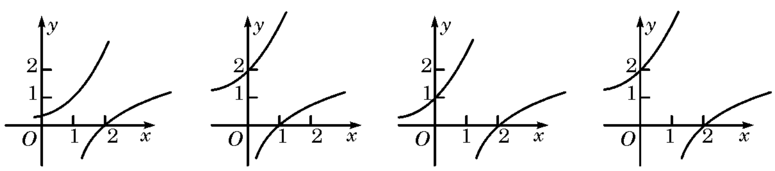
6.某商场有四类食品，其中粮食类、植物油类、动物性食品类及果蔬类分别有40种、10种、30种、20种，现从中抽取一个容量为20的样本进行食品安全检测。若采用分层抽样的方法抽取样本，则抽取的植物油类与果蔬类食品种数之和是

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）7

7.Rt△ABC的三个顶点在半径为13的球面上，两直角边的长分别为6和8，则球心到平面ABC的距离是

（A）5　　（B）6　　（C）10　　（D）12

8.设函数$f(x)=2+1(x\in R)$的反函数为$f^{-1}(x)$,则函数$y=f^{-1}(x)$的图象是



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

9. 已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}=\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$，以 C 的右焦点为圆心且与 C 的渐近线相切的圆的半径是

（A）a　　（B）b　　（C）$\sqrt{ab}$　　（D）$\sqrt{a^2+b^2}$

10. 已知 P 为平面 a 外一点，直线 $l\subset a$，点 $Q\in l$，记点 P 到平面 a 的距离为 a，点 P 到直线 l 的距离为 b，点 P、Q 之间的距离为 c，则

（A）$a\le b\le c$　　（B）$c\le a\le b$

（C）$a\le c\le b$　　（D）$b\le c\le a$

11. 给出如下三个命题：

①设 $a, b\in R$，且 $ab\neq 0$，若 $\frac{b}{a}>1$，则 $\frac{a}{b}<1$；

②四个非零实数 a、b、c、d 依次成等比数列的充要条件是 $ad=bc$；

③若 $f(x)=\log_i x$，则 $f(|x|)$ 是偶函数.

其中正确命题的序号是

（A）①②　　（B）②③　　（C）①③　　（D）①②③

12. 某生物生长过程中，在三个连续时段内的增长量都相等，在各时段内平均增长速度分别为 v_1，v_2，v_3，该生物在所讨论的整个时段内的平均增长速度为

（A）$\frac{v_1+v_2+v_3}{3}$　　（B）$\frac{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}{3}$

（C）$\sqrt[3]{v_1v_2v_3}$　　（D）$\frac{3}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}$

第二部分（共 90 分）

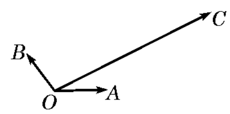
二、填空题 把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）.

13. $(1+2x)^5$ 的展开式中 x^2 项的系数是____________ .（用数字作答）

14. 已知实数 x 、 y 满足条件 $\begin{cases} x-2y+4\geq 0, \\ 3x-y-3\leq 0, \\ x\geq 0, y\geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最大值为___________.

15. 安排 3 名支教教师去 4 所学校任教，每校至多 2 人，则不同的分配方案共有种.（用数字作答）

16. 如图,平面内有三个向量 $\overrightarrow{OA}$ 、$\overrightarrow{OB}$ 、$\overrightarrow{OC}$,其中 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 120°，$\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角为 30 °，且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$ ，



$|\overrightarrow{OC}|=2\sqrt{2}$. 若 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}(\lambda,\mu\in \mathrm{R})$,则 $\lambda+\mu$ 的值为___________.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 74 分）.

17.（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=a$、b . 其中向量 $a=(m,\cos x), b=(1+\sin x,1), x\in \mathrm{R}$, 且 $f(\frac{\pi}{2})=2$.

（Ⅰ）求实数 m 的值;

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的最小值.

18.（本小题满分 12 分）

某项选拔共有四轮考核，每轮设有一个问题，能正确回答问题者进入下一轮考核，否则即被淘汰. 已知某选手能正确回答第一、二、三、四轮的问题的概率分别为 $\frac{4}{5}$ 、$\frac{3}{5}$ 、$\frac{2}{5}$ 、$\frac{1}{5}$ ，且各轮问题能否正确回答互不影响.

（Ⅰ）求该选手进入第四轮才被淘汰的概率;

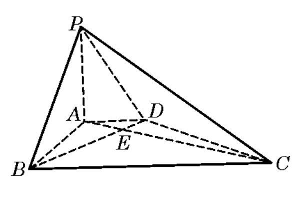
（Ⅱ）求该选手至多进入第三轮考核的概率.

（注：本小题结果可用分数表示）

19.(本小题满分 12 分)

如图, 在底面为直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD /\!/ BC$, $\angle ABC=90°$, $PA\perp$ 平面 v

$PA=3, AD=2, AB=2\sqrt{3}$, BC=6.



(Ⅰ)求证:BD $BD\perp$ 平面 PAC;

(Ⅱ)求二面角 $P-BD-A$ 的大小.

20.（本小题满分 12 分）

已知实数列 $\{a_n\}$ 是 等比数列, 其中 $a_7=1$, 且 $a_4, 4_5+1, a_5$ 成等差数列.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)数列$\{a_n\}$的前n项和记为S_n,证明: S_n,<128($n=1,2,3,\cdots$).

21. (本小题满分 12 分)

已知$f(x)=ax^3+bx^2+cx$在区间[0, 1]上是增函数,在区间$(-\infty,0),(1,+\infty)$上是减函数,又$f'(\frac{1}{2})=\frac{3}{2}$.

(Ⅰ)求$f(x)$的解析式;

(Ⅱ)若在区间$[0,m]$(m>0)上恒有$f(x)\leqslant x$成立,求m的取值范围.

22. (本小题满分 14 分)

已知椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$(a>b>0)的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$,短轴一个端点到右焦点的距离为$\sqrt{3}$.

(Ⅰ)求椭圆C的方程;

(Ⅱ)设直线l与椭圆C交于A、B两点,坐标原点O到直线l的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,求△AOB面积的最大值.

参考答案

一、选择题 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. C　2. B　3. B　4. A　5. C　6. C　7. D　8. A　9. B

10. A　11. C　12. D

二、填空题 把答案填在答题卡相应题号后的横线上(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分).

13. 40　14. 8　15. 60　16. 6

三、解答题:解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤(本大题共 6 小题,共 74 分)

17.(本小题满分 12 分)

解:(Ⅰ)$f(x)=\boldsymbol{a}\bullet\boldsymbol{b}=m(1+\sin x)+\cos x$,$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=m\left(1+\sin\frac{\pi}{2}\right)+\cos\frac{\pi}{2}=2$,得$m=1$.

(Ⅱ)由(Ⅰ)得$f(x)=\sin x+\cos x+1=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$,$\therefore$当$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$时,

$f(x)$的最小值为$1-\sqrt{2}$.

18.(本小题满分 12 分)

解:(Ⅰ)记"该选手能正确回答第i轮的问题"的事件为$A_i(i=1,2,3,4)$,则$P(A_1)=\frac{4}{5}$,

$P(A_2)=\dfrac{3}{5}$， $P(A_3)=\dfrac{2}{5}$， $P(A_4)=\dfrac{1}{5}$， $\therefore$该选手进入第四轮才被淘汰的概率

$P_4=P(A_1A_2A_3\overline{A_4})=P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(\overline{P_4})=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{96}{625}$.

（Ⅱ）该选手至多进入第三轮考核的概率

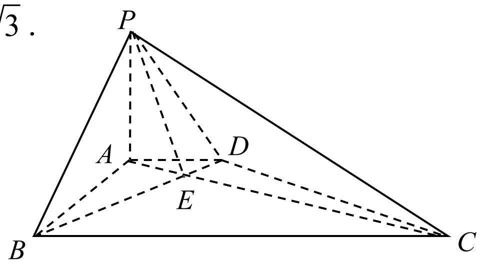
$P_3=P(\overline{A_1}+A_1\overline{A_2}+A_1A_2\overline{A_3})=P(\overline{A_1})+P(A_1)P(\overline{A_2})+P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3})$

$=\dfrac{1}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{2}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{101}{125}$.

19.（**本小题满分 12 分**）

解法一：（Ⅰ）$\because PA\perp$平面$ABCD$， $BD\subset$平面$ABCD$． $\therefore BD\perp PA$．

又$\tan ABD=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$， $\tan BAC=\dfrac{BC}{AB}=\sqrt{3}$．



$\therefore \angle ABD=30^\circ$， $\angle BAC=60^\circ$，

$\therefore \angle AEB=90^\circ$，即$BD\perp AC$．

又$PA\bigcap AC=A$． $\therefore BD\perp$平面PAC．

（Ⅱ）连接PE．

$\because BD\perp$平面PAC． $\therefore BD\perp PE$， $BD\perp AE$．

$\therefore \angle AEP$为二面角$P-BD-A$的平面角.

在$\mathrm{Rt}\triangle AEB$中， $AE=AB\bullet\sin ABD=\sqrt{3}$，

$\therefore \tan AEP=\dfrac{AP}{AE}=\sqrt{3}$， $\therefore \angle AEP=60^\circ$，

$\therefore$二面角$P-BD-A$的大小为60°．

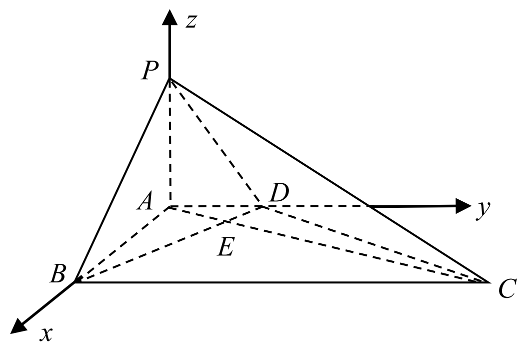
解法二：（Ⅰ）如图，建立坐标系，

则$A(0,0,0)$， $B(2\sqrt{3},0,0)$， $C(2\sqrt{3},6,0)$， $D(0,2,0)$， $P(0,0,3)$，

$\therefore \overrightarrow{AP}=(0,0,3)$， $\overrightarrow{AC}=(2\sqrt{3},6,0)$， $\overrightarrow{BD}=(-2\sqrt{3},2,0)$，

$\therefore \overrightarrow{BD}\bullet\overrightarrow{AP}=0$， $\overrightarrow{BD}\bullet\overrightarrow{AC}=0$． $\therefore BD\perp AP$， $BD\perp AC$，

又$PA\bigcap AC=A$， $\therefore BD\perp$面PAC．



（Ⅱ）设平面ABD的法向量为$\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，

设平面PBD的法向量为$\boldsymbol{n}=(x，y,1)$，

则$\boldsymbol{n}\bullet\overrightarrow{BP}=0$， $\boldsymbol{n}\bullet\overrightarrow{BD}=0$，

$\therefore \begin{cases} -2\sqrt{3}x+3=0, \\ -2\sqrt{3}x+2y=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \\ y=\dfrac{3}{2}, \end{cases}$ $\therefore \boldsymbol{n}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},1\right)$.

$\therefore \cos<\boldsymbol{m}$， $\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\bullet\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\bullet|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{1}{2}$. $\therefore$ 二面角 $P-BD-A$ 的大小为 60°.

20．（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q(q\in\mathbf{R})$，

由 $a_7=a_1q^6=1$，得 $a_1=q^{-6}$，从而 $a_4=a_1q^3=q^{-3}$， $a_5=a_1q^4=q^{-2}$， $a_6=a_1q^5=q^{-1}$.

因为 a_4， a_5+1， a_6 成等差数列，所以 $a_4+a_6=2(a_5+1)$，

即 $q^{-3}+q^{-1}=2(q^{-2}+1)$， $q^{-1}(q^{-2}+1)=2(q^{-2}+1)$.

所以 $q=\dfrac{1}{2}$. 故 $a_n=a_1q^{n-1}=q^{-6}\bullet q^{n-1}=64\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$.

（Ⅱ） $S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{64\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\dfrac{1}{2}}=128\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right]<128$.

21．**（本小题满分 12 分）**

解：（Ⅰ） $f'(x)=3ax^2+2bx+c$，由已知 $f'(0)=f'(1)=0$，

即 $\begin{cases} c=0, \\ 3a+2b+c=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} c=0, \\ b=-\dfrac{3}{2}a. \end{cases}$

$\therefore f'(x)=3ax^2-3ax$， $\therefore f'\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3a}{4}-\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3}{2}$， $\therefore a=-2$， $\therefore f(x)=-2x^3+3x^2$.

（Ⅱ）令 $f(x)\leqslant x$，即 $-2x^3+3x^2-x\leqslant 0$，

$\therefore x(2x-1)(x-1)\geqslant 0$， $\therefore 0\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$ 或 $x\geqslant 1$.

又 $f(x)\leqslant x$ 在区间 $[0,\ m]$ 上恒成立， $\therefore 0<m\leqslant\dfrac{1}{2}$.

22．**（本小题满分 14 分）**

解：（Ⅰ）设椭圆的半焦距为c，依题意$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\\ a=\sqrt{3},\end{cases}$

$\therefore b=1$，$\therefore$ 所求椭圆方程为$\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$．

（Ⅱ）设$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$．

（1）当$AB\perp x$轴时，$|AB|=\sqrt{3}$．

（2）当AB与x轴不垂直时，

设直线AB的方程为$y=kx+m$．

由已知$\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，得$m^2=\dfrac{3}{4}(k^2+1)$．

把$y=kx+m$代入椭圆方程，整理得$(3k^2+1)x^2+6kmx+3m^2-3=0$，

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{-6km}{3k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{3(m^2-1)}{3k^2+1}$．

$$\therefore |AB|^2=(1+k^2)(x_2-x_1)^2=(1+k^2)\left[\frac{36k^2m^2}{(3k^2+1)^2}-\frac{12(m^2-1)}{3k^2+1}\right]$$

$$=\frac{12(k^2+1)(3k^2+1-m^2)}{(3k^2+1)^2}=\frac{3(k^2+1)(9k^2+1)}{(3k^2+1)^2}$$

$$=3+\frac{12k^2}{9k^4+6k^2+1}=3+\frac{12}{9k^2+\dfrac{1}{k^2}+6}(k\neq 0)\leqslant 3+\frac{12}{2\times 3+6}=4.$$

当且仅当$9k^2=\dfrac{1}{k^2}$，即$k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$时等号成立．当$k=0$时，$|AB|=\sqrt{3}$，

综上所述$|AB|_{\max}=2$．

$\therefore$ 当$|AB|$最大时，$\triangle AOB$面积取最大值$S=\dfrac{1}{2}\times|AB|_{\max}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

B卷选择题答案：

1．B　2．C　3．A　4．C　5．B　6．B　7．A　8．D　9．D　10．C

11．D　12．B