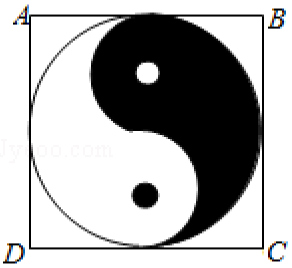
2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（5分）已知集合$A=\{x|x<1\}$，$B=\{x|3^x<1\}$，则（　　）

A．$A\cap B=\{x|x<0\}$　B．$A\cup B=R$　C．$A\cup B=\{x|x>1\}$　D．$A\cap B=\varnothing$

2．（5分）如图，正方形ABCD内的图形来自中国古代的太极图．正方形内切圆中的黑色部分和白色部分关于正方形的中心成中心对称．在正方形内随机取一点，则此点取自黑色部分的概率是（　　）



A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{\pi}{8}$　C．$\frac{1}{2}$　D．$\frac{\pi}{4}$

3．（5分）设有下面四个命题

p_1：若复数z满足$\frac{1}{z}\in R$，则$z\in R$；

p_2：若复数z满足$z^2\in R$，则$z\in R$；

p_3：若复数z_1，z_2满足$z_1z_2\in R$，则$z_1=\overline{z_2}$；

p_4：若复数$z\in R$，则$\overline{z}\in R$．

其中的真命题为（　　）

A．p_1，p_3　B．p_1，p_4　C．p_2，p_3　D．p_2，p_4

4．（5分）记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．若$a_4+a_5=24$，$S_6=48$，则$\{a_n\}$的公差为（　　）

A．1　B．2　C．4　D．8

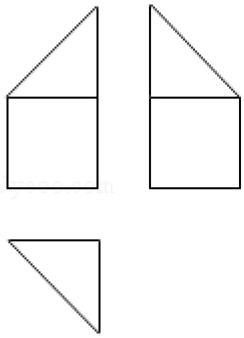
5．（5分）函数f（x）在（－∞，+∞）单调递减，且为奇函数．若f（1）=－1，则满足$-1\le f(x-2)\le 1$的x的取值范围是（　　）

A．[－2，2]　B．[－1，1]　C．[0，4]　D．[1，3]

6．（5分）$(1+\frac{1}{x^2})(1+x)^6$展开式中x^2的系数为（　　）

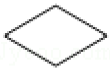
A．15　　　　　　B．20　　　　　　C．30　　　　　　D．35

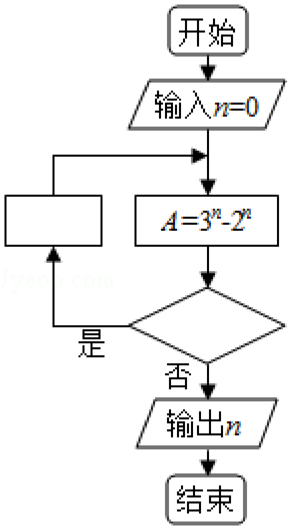
7．（5分）某多面体的三视图如图所示，其中正视图和左视图都由正方形和等腰直角三角形组成，正方形的边长为2，俯视图为等腰直角三角形，该多面体的各个面中有若干个是梯形，这些梯形的面积之和为（　　）



A．10　　　　　　B．12　　　　　　C．14　　　　　　D．16

8．（5分）如图程序框图是为了求出满足$3^n-2^n>1000$的最小偶数n，那么在

和两个空白框中，可以分别填入（　　）



A．A＞1000和n=n+1　　　　　　　　B．A＞1000和n=n+2

C．A≤1000和n=n+1　　　　　　　　D．A≤1000和n=n+2

9．（5分）已知曲线C_1：y=cosx，C_2：y=sin（$2x+\frac{2\pi}{3}$），则下面结论正确的是（　　）

A．把C_1上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到曲线C_2

B．把C_1上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到曲线C_2

C．把C_1上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到曲线C_2

D．把C_1上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到曲线C_2

10．（5分）已知F为抛物线C：$y^2=4x$的焦点，过F作两条互相垂直的直线l_1，l_2，直线l_1与C交于A、B两点，直线l_2与C交于D、E两点，则$|AB|+|DE|$的最小值为（　　）

A．16　　B．14　　C．12　　D．10

11．（5分）设x、y、z为正数，且$2^x=3^y=5^z$，则（　　）

A．$2x<3y<5z$　　B．$5z<2x<3y$　　C．$3y<5z<2x$　　D．$3y<2x<5z$

12．（5分）几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件．为激发大家学习数学的兴趣，他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动．这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是2^0，接下来的两项是2^0，2^1，再接下来的三项是2^0，2^1，2^2，依此类推．求满足如下条件的最小整数N：N＞100且该数列的前N项和为2的整数幂．那么该款软件的激活码是（　　）

A．440　　B．330　　C．220　　D．110

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

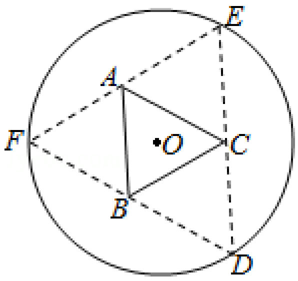
13．（5分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为60°，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$______．

14．（5分）设x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y\leqslant 1\\2x+y\geqslant -1\\x-y\leqslant 0\end{cases}$，则$z=3x-2y$的最小值为______．

15．（5分）已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的右顶点为A，以A为圆心，b为半径作圆A，圆A与双曲线C的一条渐近线交于M、N两点．若∠MAN=

60°，则C的离心率为______．

16．（5分）如图，圆形纸片的圆心为O，半径为5cm，该纸片上的等边三角形ABC的中心为O．D、E、F为圆O上的点，△DBC，△ECA，△FAB分别是以BC，CA，AB为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以BC，CA，AB为折痕折起△DBC，△ECA，△FAB，使得D、E、F重合，得到三棱锥．当△ABC的边长变化时，所得三棱锥体积（单位：cm^3）的最大值为______．



三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

17．（12分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知△ABC的面积为$\frac{a^2}{3\sin A}$.

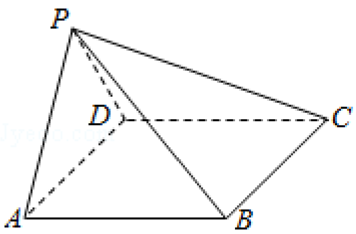
（1）求sinBsinC；

（2）若6cosBcosC=1，a=3，求△ABC的周长．

18．（12分）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，AB∥CD，且∠BAP=∠CDP=90°．

（1）证明：平面PAB⊥平面PAD；

（2）若PA=PD=AB=DC，∠APD=90°，求二面角A﹣PB﹣C的余弦值．



19．（12分）为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每天从该生产线上随机抽取16个零件，并测量其尺寸（单位：cm）．根据长期生产经验，可以认为这条生产线正常状态下生产的零件的尺寸服从正态分布N（μ，σ^2）．

（1）假设生产状态正常，记X表示一天内抽取的16个零件中其尺寸在（μ﹣3σ，μ+3σ）之外的零件数，求P（X≥1）及X的数学期望；

（2）一天内抽检零件中，如果出现了尺寸在（μ﹣3σ，μ+3σ）之外的零件，就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查．

（ⅰ）试说明上述监控生产过程方法的合理性；

（ⅱ）下面是检验员在一天内抽取的16个零件的尺寸：

9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得$\overline{x}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i=9.97$，$s=\sqrt{\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{16}(\sum_{i=1}^{16}x_i^2-16\overline{x}^2)}\approx0.212$，

其中x_i为抽取的第i个零件的尺寸，i=1，2，…，16．

用样本平均数$\overline{x}$作为μ的估计值$\hat{\mu}$，用样本标准差s作为σ的估计值$\hat{\sigma}$，利用估计值判断是否需对当天的生产过程进行检查？剔除（$\hat{\mu}-3\hat{\sigma}$，$\hat{\mu}+3\hat{\sigma}$）之外的数据，用剩下的数据估计μ和σ（精确到0.01）．

附：若随机变量Z服从正态分布N（μ，σ^2），则P（μ﹣3σ＜Z＜μ+3σ）=0.9974，$0.9974^{16}\approx0.9592$，$\sqrt{0.008}\approx0.09$．

20．（12分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），四点$P_1$（1，1），$P_2$（0，1），$P_3$（﹣1，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$P_4$（1，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）中恰有三点在椭圆C上．

（1）求C的方程；

（2）设直线l不经过P_2点且与C相交于A，B两点．若直线P_2A与直线P_2B的斜率的和为﹣1，证明：l过定点．

21．（12分）已知函数f（x）=ae^{2x}+（a﹣2）e^x﹣x．

（1）讨论f（x）的单调性；

（2）若f（x）有两个零点，求a的取值范围．

[选修4-4，坐标系与参数方程]

22．（10分）在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，（θ为参数），直线l的参数方程为$\begin{cases}x=a+4t\\y=1-t\end{cases}$，（t为参数）．

（1）若a=﹣1，求C与l的交点坐标；

（2）若C上的点到l距离的最大值为$\sqrt{17}$，求a．

[选修4-5：不等式选讲]

23．已知函数f（x）=﹣x^2+ax+4，g（x）=|x+1|+|x﹣1|．

（1）当a=1时，求不等式f（x）≥g（x）的解集；

（2）若不等式f（x）≥g（x）的解集包含[﹣1，1]，求a的取值范围．