2006年陕西高考文科数学真题及答案

注意事项：

1．本试卷分第一部分和第二部分。第一部分为选择题，第二部分为非选择题。

2．考生领到试卷后，须按规定在试卷上填写姓名、准考证号，并在答题卡上填涂对应的试卷类型信息点。

3．所有答案必须在答题卡指定区域内作答，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分　选择题（共60分）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共12小题，每小题5分，共60分）。

1．已知集合$P=(x\in N|1\le x\le 10\}$,集合$Q=\{x\in R|x^2+x-6=0\}$,则$P\bigcap Q$等于

（A）{－2，3}　　（B）{－3，2}　　（C）{3}　　（D）{2}

2．函数$f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}(x\in R)$的值域是

（A）[0，1]　　（B）$[0,1)$　　（C）$(0,1]$　　（D）(0，1)

3．已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_8=8$，则该数列前9项和S_9等于

（A）45　　（B）36　　（C）27　　（D）18

4．设函数$f(x)=\log_a(x+b)(a>0,a\ne 1)$的图像过点（0，0)，其反函数的图像过点（1，2)，

则 a+b 等于

（A）3　　（B）4　　（C）5　　（D）6

5．设直线过点（0，a）其斜率为1，且与圆 $x^2+y^2=2$ 相切，则 a 的值为

（A）±4　　（B）$\pm 2\sqrt{2}$　　（C）±2　　（D）$\pm\sqrt{2}$

6．“α、β、γ成等差数列”是“等式sin(α＋γ)=sin2β成立”的

（A）必要而不充分条件　　（B）充分而不必要条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分又不必要条件

7．设x,y为正数，则$(x+y)(\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y})$的最小值为

（A）15　　（B）12　　（C）9　　（D）6

8．已知非零向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$满足

$\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$ 且 $\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\cdot\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\dfrac{1}{2}$.

则△ABC 为

（A）等边三角形　　　　　　　　（B）直角三角形

（C）等腰非等边三角形　　　　　（D）三边均不相等的三角形

9．已知函数 $f(x)=ax^2+2ax+4(a>0)$．若 $x_1<x_2$， $x_1+x_2=0$，则

（A） $f(x_1)>f(x_2)$　　　　　　（B） $f(x_1)=f(x_2)$

（C） $f(x_1)<f(x_2)$　　　　　　（D） $f(x_1)$与$f(x_2)$ 的大小不能确定

10．已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{2}=1(a>\sqrt{2})$ 的两条渐近线的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$, 则双曲线的离心率为

（A） $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　（B） $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　　（C） $\sqrt{3}$　　（D）2

11．已知平面 α 外不共线的三点 A，B，C 到 α 的距离都相等，则正确的结论是

（A）平面 ABC 必不垂直于 α

（B）平面 ABC 必平行于 α

（C）平面 ABC 必与 α 相交

（D）存在△ABC 的一条中位线平行于 α 或在 α 内

12．为确保信息安全，信息需加密传输，发送方由明文→密文（加密），接收方由密文→明文（解密）．已知加密规则为：明文 a, b, c, d 对应密文 $a+2b, 2b+c, 2c+3d, 4d$. 例如，明文 1, 2, 3, 4 对应密文 5, 7, 18, 16．当接收方收到密文 14, 9, 23, 28 时，则解密得到的明文为

（A）1, 6, 4, 7　　（B）4, 6, 1, 7　　（C）7, 6, 1, 4　　（D）6, 4, 1, 7

第二部分（共 90 分）

二．填空题 把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）．

13． $\cos 43^\circ\cos 77^\circ+\sin 43^\circ\cos 167^\circ$ 的值为________.

14．$\left(2x-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式中的常数项为_______（用数字作答）．

15．某校从 8 名教师中选派 4 名教师同时去 4 个边远地区支教（每地 1 人），其中甲和乙不同去，则不同的选派方案共有_______种（用数字作答）．

16．水平桌面 α 上放有 4 个半径均为 2R 的球，且相邻的球都相切(球心的连线构成正方形)．在这 4 个球的上面放 1 个半径为 R 的小球，它和下面的 4 个球恰好都相切，则小球的球心到水平桌面 α 的距离是___________.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 74 分）

17.（本小题满分 12 分）

甲，乙，丙 3 人投篮，投进的概率分别是$\frac{2}{5},\frac{1}{2},\frac{3}{5}$.现 3 人各投篮 1 次，求：

（Ⅰ）3 人都投进的概率；

（Ⅱ）3 人中恰有 2 人投进的概率.

18.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(2x-\frac{\pi}{6})+2\sin^2(x-\frac{\pi}{12})\quad(x\in R)$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的最小正周期；

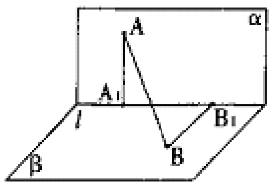
（Ⅱ）求使函数$f(x)$取得最大值的x的集合.

19.（本小题满分 12 分）

如图，$\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,A\in\alpha,B\in\beta$，点 A 在直线 l 上的射影为A_1，点 B 在 l 上的射影为B_1. 已知 AB=2，AA_1=1，BB_1=$\sqrt{2}$，求：

（Ⅰ）直线 AB 分别与平面α,β所成角的大小；

（Ⅱ）二面角 A_1—AB—B_1 的大小.



(第 19 题)

20.（本小题满分 12 分）

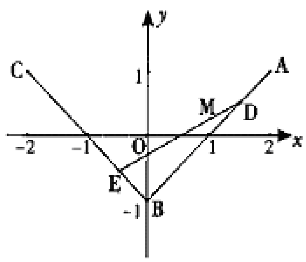
已知正项数列$\{a_n\}$，其前 n 项和 S_n 满足$10S_n=a_n^2+5a_n+6$，且a_1,a_3,a_{15}成等比数列，求数列$\{a_n\}$的通项a_n.

21.（本小题满分 12 分）

如图，三定点 A（2，1），B（0，－1），C（－2，1）；三动点 D，E，M 满足$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BE}=t\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DM}=t\overrightarrow{DE},t\in[0,1]$.

（Ⅰ）求动直线 DE 斜率的变化范围；

（Ⅱ）求动点 M 的轨迹方程.



(第 21 题)

22.（本小题满分 14 分）

设函数$f(x)=kx^3-3x^2+1\quad(k\geq 0)$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）若函数$f(x)$的极小值大于 0，求 k 的取值范围.

2006 年陕西高考文科数学真题参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）.

1.A　2.B　3.C　4.C　5.B　6.A　7.B　8.D　9.A　10.D　11.D　12.C

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）.

13.$-\frac{1}{2}$　14.60　15.1320　16.3R.

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 74 分）．

17．解：（I）记“甲投进”为事件 A_1，“乙投进”为事件 A_2，“丙投进”为事件 A_3，则

$$P(A_1)=\frac{2}{5},P(A_2)=\frac{1}{2},P(A_3)=\frac{3}{5}.$$

$$\therefore P(A_1A_2A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{25}.$$

∴3 人都投进的概率为 $\frac{3}{25}$．

（II）设“3 人中恰有 2 人投进”为事件 B，则

$$P(B)=P(\overline{A_1}A_2A_3)+P(A_1\overline{A_2}A_3)+p(A_1A_2\overline{A_3})$$
$$=P(\overline{A_1})\cdot(A_2)\cdot P(A_3)+P(A_1)\cdot P(\overline{A_2})\cdot P(A_3)+P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(\overline{A_3})$$
$$=(1-\frac{2}{5})\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times(1-\frac{1}{2})\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times(1-\frac{3}{5})=\frac{19}{50},$$

∴3 人中恰有 2 人投进的概率为 $\frac{19}{50}$．

18．解：（I）$f(x)=\sqrt{3}\sin 2(x-\frac{\pi}{12})+1-\cos 2(x-\frac{\pi}{12})$

$$=2[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2(x-\frac{\pi}{12})-\frac{1}{2}\cos 2(x-\frac{\pi}{12})]+1$$
$$=2\sin[2(x-\frac{\pi}{12})-\frac{\pi}{6}]+1$$
$$=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})+1.$$
$$\therefore T=\frac{2\pi}{2}=\pi.$$

（II）当$f(x)$取最大值时，$\sin(2x-\frac{\pi}{3})=1$，有

$$2x-\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{2},$$

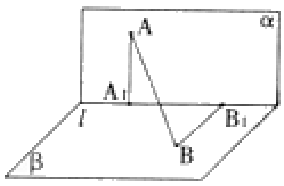
即$x=k\pi+\frac{5\pi}{12}\qquad(k\in Z)$，

$\therefore$ 所求x的集合为$\{x\in R\mid x=k\pi+\frac{5\pi}{12},\quad k\in Z\}$.

19．解法一：（I）如图，连接 A_1B，AB_1.

∵$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，$AA_1\perp l$，$BB_2\perp l$，∴$AA_1\perp\beta$，$BB_1\perp a$.

则∠BAB_1，∠ABA_1 分别是 AB 与α 和β 所成的角.



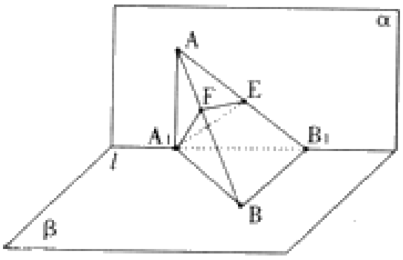
(第 19 题)

Rt△BB_1A 中，$BB_1=\sqrt{2}$，AB=2，

$\therefore \sin\angle BAB_1=\dfrac{BB_1}{AB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，　$\therefore \angle BAB_1=45°$

Rt△AA_1B 中，$AA_1=1$，$AB=2$，

$\therefore \sin\angle ABA_1=\dfrac{AA_1}{AB}=\dfrac{1}{2}$，　$\therefore \angle ABA_1=30°$．



(第 19 题，解法一)

故 AB 与平面 α，β，所成的角分别是 45°，30°．

（II）∵$BB_1\perp\alpha$，　∴平面 $ABB_1\perp\alpha$．在平面 α 内过 A_1 作 $A_1E\perp AB_1$ 交 AB_1 于 E，则 $A_1E\perp$ 平面 AB_1B．过 E 作 $EF\perp AB$ 交 AB 于 F，连接 A_1F，则由三垂线定理得 $A_1F\perp AB$，∴$\angle A_1FE$ 就是所求二面角的平面角．

在 Rt△ABB_1 中，$\angle BAB_1=45°$，∴$AB_1=B_1B=\sqrt{2}$．

∴Rt△AA_1B_1 中，$AA_1=A_1B_1=1$，∴ $A_1E=\dfrac{1}{2}$　　$AB_1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

在 Rt△AA_1B 中，$A_1B=\sqrt{AB^2-AA_1^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$.由 $AA_1\cdot A_1B=A_1F\cdot AB$ 得

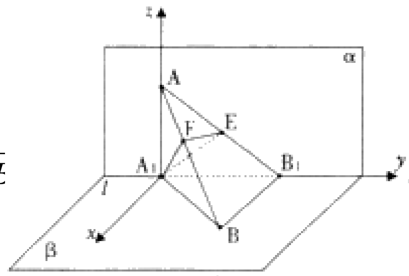
$A_1F=\dfrac{AA_1\cdot A_1B}{AB}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，　∴在 Rt△$A_1EF$ 中，$\sin\angle A_1FE=\dfrac{A_1E}{A_1F}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

∴二面角 A—AB—B_1 的大小为 $\arcsin\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

解法二：（I）同解法一.

（II）如图，建立坐标系，则 A_1（0，0，0），

A（0，0，1），B_1（0，1，0），B（$\sqrt{2}$，1，0）．



(第 19 题．解法二)

在 AB 上取一点 F（x，y，z），则存在 t∈R，使得 $\overrightarrow{AF}=t\overrightarrow{AB}$

即(x，y，z−1)=t($\sqrt{2}$，1，−1)，∴点 F 的坐标为($\sqrt{2}$ t，t，

要使 $\overrightarrow{A_1F}\perp\overrightarrow{AB}$,须 $\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{AB}=0$,

即($\sqrt{2}$ t，t，1−t)・($\sqrt{2}$，1，−1)=0，2t+t−(1−t)=0，解得 $t=\dfrac{1}{4}$，

∴点 F 的坐标为$(\dfrac{\sqrt{2}}{4},\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4})$，　$\therefore \overrightarrow{A_1F}=(\dfrac{\sqrt{2}}{4},\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4})$.

设 E 为 AB_1 的中点，则点 E 的坐标为（0,），

$\therefore \overrightarrow{EF}=(\frac{\sqrt{2}}{4},-\frac{1}{4},\frac{1}{4}).$

又$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AB}=(\frac{\sqrt{2}}{4},-\frac{1}{4},\frac{1}{4})\cdot(\sqrt{2},1,-1)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0,$

$\therefore \overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{AB},\qquad \therefore \angle A_1FE$为所坟一面角的平面角.

$$又\cos\angle A_1FE=\frac{\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{EF}}{|\overrightarrow{A_1F}|\cdot|\overrightarrow{EF}|}=\frac{(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{4},\frac{3}{4})\cdot(\frac{\sqrt{2}}{4},-\frac{1}{4},\frac{1}{4})}{\sqrt{\frac{2}{16}+\frac{1}{16}+\frac{9}{16}}\cdot\sqrt{\frac{2}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}}$$

$$=\frac{\frac{1}{8}-\frac{1}{16}+\frac{3}{16}}{\sqrt{\frac{3}{4}}\cdot\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

∴二面角 A_1—AB—B_1 的大小为 $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$.

20．$\because 10S_n=a_n^2+5a_n+6,$ ①$\therefore 10a_2=a_1^2+5a_1+6,$解之得 a_1=2 或 a_2=3.

又$10S_{n-1}=a_{n-1}^2+5a_{n-1}+6\qquad(n\ge 2)$ ②

由①—②得 $10a_n(a_n^2-a_{n-1}^2)+5(a_n-a_{n-1}),$即$(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}=5)=0$

$\because a_n+a_{n-1}>0,\qquad a_n-a_{n-1}=5(n\ge 2).\qquad$ 当$a_1=3$时$,a_3=13,a_{15}=73.$

a_1,a_3,a_{15}不成等比数列$,a_1\ne 3.$当$a_1=2$时$,a_3=12,a_{15}=72,$有$a_3^2=a_1a_{15},$

$\therefore a_1=2,\qquad\qquad \therefore a_n=5n-3$

21．解：（I）

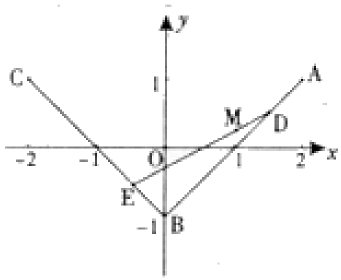
解法一：如图（1）设 D(x_D, y_D)，E(x_E , y_E)，M(x, y).

由$\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BE}=t\overrightarrow{BC},$知$(x_D-2,y_D-1)=t(-2,-2$

$\therefore\begin{cases}x_D=-2t+2,\\y_D=-2t+1.\end{cases}$同理$\begin{cases}x_E=-2t,\\y_E=2t-1.\end{cases}$

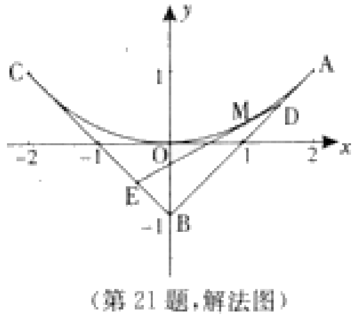
$\therefore k_{DE}=\frac{y_E-y_D}{x_E-x_D}=\frac{2t-1-(-2t+1)}{-2t-(-2t+2)}=1-2t.$

$\because t\in[0,1],\qquad \therefore k_{DE}\in[-1,1].$



(第 21 题)

（II）$\because \overrightarrow{DM}=t\overrightarrow{DE},$



(第21题,解法图)

$\therefore (x+2t-2, y=2t-1)=t(-2t+2t-2,2t-1+2t-1)=t(-2,4t-2)=(-2t,4t^2-2t),$

$\therefore \begin{cases} x=2(1-2t), \\ y=(1-2t)^2, \end{cases} \therefore y=\dfrac{x^2}{4}$,即$x^2=4y.$

$\because t\in[0,1],\therefore x=2(1-2t)\in[-2,2]$

即所求轨迹方程为$x^2=4y, x\in[-2,2].$

解法二：（I）同上.

（II）如图，

$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OA}+t(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})=(1-t)\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB},$

$\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OB}+t(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB})=(1-t)\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC},$

$$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{OD}+t\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{OD}+t(\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OD})=(1-t)\overrightarrow{OD}+t\overrightarrow{OE}$$
$$=(1-t)^2\overrightarrow{OA}+2(1-t)t\overrightarrow{OB}+t^2\overrightarrow{OC}.$$

设M点坐标为(x, y)，由$\overrightarrow{OA}=(2,1),\overrightarrow{OB}=(0,-1),\overrightarrow{OC}=(-2,1)$得

$\begin{cases} x=(1-t)^2\cdot 2+2(1-t)t\cdot 0+t^2\cdot(-2)=2(1-2t), \\ y=(1-t)^2\cdot 1+2(1-t)t\cdot(-1)+t^2\cdot 1=(1-2t)^2, \end{cases}$ 消去t得$x^2=4y,$

$\because t\in[0,1],\therefore x\in[-2,2],$

故轨迹方程是 $x^2=4y, x\in[-2,2]$

22．解：（I）当 k=0 时，$f(x)=-3x^2+1$.

$\therefore f(x)$的单调增区间为$(-\infty,0]$,单调减区间为$[0,+\infty)$. 当 k>0 时

$f'(x)=3kx^2-6x=3kx(x-\dfrac{2}{k}),$

$\therefore f(x)$的单调增区间为$(-\infty,0],[\dfrac{2}{k},+\infty)$,单调减区间为$[0,\dfrac{2}{k}]$.

（II）当 k=0 时，函数 $f(x)$不存在极小值.

当 k>0 时，依题意

$f(\dfrac{2}{k})=\dfrac{8}{k^2}-\dfrac{12}{k^2}+1>0,$

即 k^2>4. 由条件 k>0，所以 k 的取值范围为（2，+∞）.