

2014年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分）

1. （5分）设 $z = \frac{10i}{3+i}$ ，则 z 的共轭复数为（ ）
- A. $-1+3i$ B. $-1-3i$ C. $1+3i$ D. $1-3i$
2. （5分）设集合 $M = \{x | x^2 - 3x - 4 < 0\}$ ， $N = \{x | 0 \leq x \leq 5\}$ ，则 $M \cap N =$ （ ）
- A. $(0, 4]$ B. $[0, 4)$ C. $[-1, 0)$ D. $(-1, 0]$
3. （5分）设 $a = \sin 33^\circ$ ， $b = \cos 55^\circ$ ， $c = \tan 35^\circ$ ，则（ ）
- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$ C. $c > b > a$ D. $c > a > b$
4. （5分）若向量 \vec{a} 、 \vec{b} 满足： $|\vec{a}| = 1$ ， $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$ ， $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ ，则 $|\vec{b}| =$ （ ）
- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
5. （5分）有6名男医生、5名女医生，从中选出2名男医生、1名女医生组成一个医疗小组，则不同的选法共有（ ）
- A. 60种 B. 70种 C. 75种 D. 150种
6. （5分）已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点为 F_1 、 F_2 ，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，过 F_2 的直线 l 交 C 于 A 、 B 两点，若 $\triangle AF_1B$ 的周长为 $4\sqrt{3}$ ，则 C 的方程为（ ）
- A. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ C. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$ D. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$
7. （5分）曲线 $y = xe^{x-1}$ 在点 $(1, 1)$ 处切线的斜率等于（ ）
- A. $2e$ B. e C. 2 D. 1
8. （5分）正四棱锥的顶点都在同一球面上，若该棱锥的高为4，底面边长为2，则该球的表面积为（ ）
- A. $\frac{81\pi}{4}$ B. 16π C. 9π D. $\frac{27\pi}{4}$
9. （5分）已知双曲线 C 的离心率为2，焦点为 F_1 、 F_2 ，点 A 在 C 上，若 $|F_1A| = 2|F_2A|$ ，则 $\cos \angle AF_2F_1 =$ （ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

10. (5分) 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4=2$, $a_5=5$, 则数列 $\{\lg a_n\}$ 的前8项和等于 ()

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

11. (5分) 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 为 60° , $AB \subset \alpha$, $AB \perp l$, A为垂足, $CD \subset \beta$, $CE \perp l$, $\angle ACD=135^\circ$, 则异面直线AB与CD所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

12. (5分) 函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=g(x)$ 的图象关于直线 $x+y=0$ 对称, 则 $y=f(x)$ 的反函数是 ()

- A. $y=g(x)$ B. $y=g(-x)$ C. $y=-g(x)$ D. $y=-g(-x)$

二、填空题(本大题共4小题, 每小题5分)

13. (5分) $(\frac{x}{\sqrt{y}} - \frac{y}{\sqrt{x}})^8$ 的展开式中 x^2y^2 的系数为_____. (用数字作答)

14. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+2y \leq 3 \\ x-2y \leq 1 \end{cases}$, 则 $z=x+4y$ 的最大值为_____.

15. (5分) 直线 l_1 和 l_2 是圆 $x^2+y^2=2$ 的两条切线, 若 l_1 与 l_2 的交点为 $(1, 3)$, 则 l_1 与 l_2 的夹角的正切值等于_____.

16. (5分) 若函数 $f(x) = \cos 2x + a \sin x$ 在区间 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ 是减函数, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题

17. (10分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $3a \cos C = 2c \cos A$, $\tan A = \frac{1}{3}$, 求 B .

18. (12分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1=13$, a_2 为整数, 且 $S_n \leq S_4$.

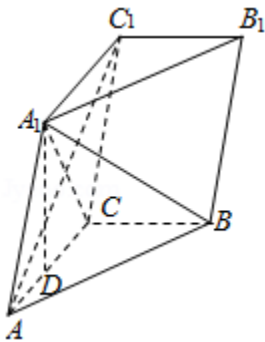
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 点 A_1 在平面 ABC 内的射影 D 在 AC 上, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=1$, $AC=CC_1=2$.

(I) 证明: $AC_1 \perp A_1B$;

(II) 设直线 AA_1 与平面 BCC_1B_1 的距离为 $\sqrt{3}$, 求二面角 $A_1 - AB - C$ 的大小.



20. (12分) 设每个工作日甲、乙、丙、丁4人需使用某种设备的概率分别为0.

6、0.5、0.5、0.4, 各人是否需使用设备相互独立.

(I) 求同一工作日至少3人需使用设备的概率;

(II) X 表示同一工作日需使用设备的人数, 求 X 的数学期望.

21. (12分) 已知抛物线C: $y^2=2px$ ($p>0$) 的焦点为F, 直线 $y=4$ 与 y 轴的交点为P, 与C的交点为Q, 且 $|QF|=\frac{5}{4}|PQ|$.

(I) 求C的方程;

(II) 过F的直线l与C相交于A、B两点, 若AB的垂直平分线l'与C相交于M、N两点, 且A、M、B、N四点在同一圆上, 求l的方程.

22. (12分) 函数 $f(x) = \ln(x+1) - \frac{ax}{x+a}$ ($a>1$).

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 设 $a_1=1$, $a_{n+1}=\ln(a_n+1)$, 证明: $\frac{2}{n+2} < a_n \leq \frac{3}{n+2}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).