2010年高考天津卷文科数学试题及答案

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至3页。第Ⅱ卷4至11页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1．答Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答在试卷上的无效。

3．本卷共10小题，每小题5分，共50分。

参考公式：

如果事件 A、B互斥，那么

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

• 棱柱的体积公式V=Sh.

其中S表示棱柱的底面积.

h表示棱柱的高

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) i是虚数单位，复数 $\dfrac{3+i}{1-i}=$

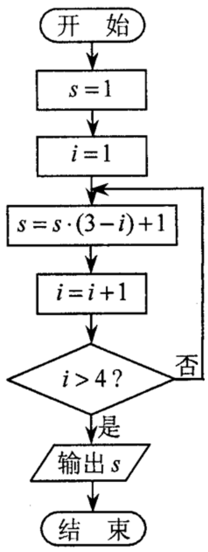
(A) 1+2i　(B) 2+4i　(C) -1-2i　(D) 2-i

(2) 设变量x，y满足约束条件 $\begin{cases} x+y\le 3, \\ x-y\ge -1, \\ y\ge 1, \end{cases}$ 则目标函数z=4x+2y的最大值为

（A）12　（B）10　（C）8　（D）2

(3) 阅读右边的程序框图，运行相应的程序，则输出s的值为

(A) -1　(B) 0　(C) 1　(D) 3



（4）函数f（x）= e^x+x-2 的零点所在的一个区间是

(A)（-2,-1）　(B)　（-1,0）　(C)　（0,1）　(D)　（1,2）

(5) 下列命题中，真命题是

(A) $\exists m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）是偶函数

(B) $\exists m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）是奇函数

(C) $\forall m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）都是偶函数

(D) $\forall m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）都是奇函数

(6) 设 $a=\log_5 4$，$b=(\log_5 3)^2$，$c=\log_4{}^5$，则

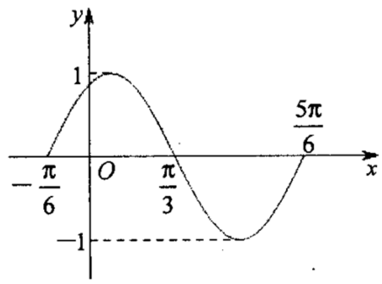
(A)a<c<b　(B))b<c<a　(C))a<b<c　(D))b<a<c

(7) 设集合 $A=\{x||x-a|<1,x\in R\}$, $B=\{x|1<x<5,x\in R\}$.若 $A\cap B=\varnothing$，则实数a的取值范围是

(A) $\{a|0\le a\le 6\}$　　(B) $\{a|a\le 2,或a\ge 4\}$

(C) $\{a|a\le 0,或a\ge 6\}$　　(D) $\{a|2\le a\le 4\}$

（8）右图是函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ （$x\in R$）在区间 $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$ 上的图象，为了得到这个函数的图象，只要将 $y=\sin x$（$x\in R$）的图象上所有的点



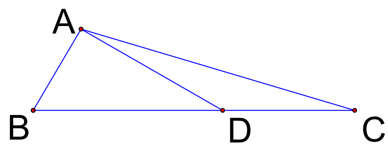
(A) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变

(B)
向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变

(C)
向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变

(D) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变

（9）如图，在ΔABC中，$AD\perp AB$，$\overrightarrow{BC}=\sqrt{3}\ \overrightarrow{BD}$，$|\overrightarrow{AD}|=1$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=$



（A）$2\sqrt{3}$　　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　（D）$\sqrt{3}$

（10）设函数 $g(x)=x^2-2(x\in R)$，

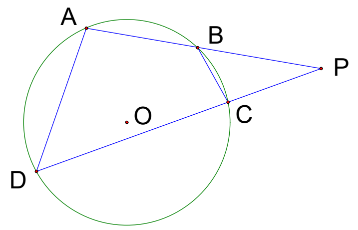
$f(x)=\begin{cases} g(x)+x+4, x<g(x) \\ g(x)-x, x\ge g(x) \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的值域是

（A）$\left[-\frac{9}{4},0\right]\cup(1,+\infty)$　（B）$[0,+\infty)$　（C）$[-\frac{9}{4},+\infty)$　（D）$\left[-\frac{9}{4},0\right]\cup(2,+\infty)$

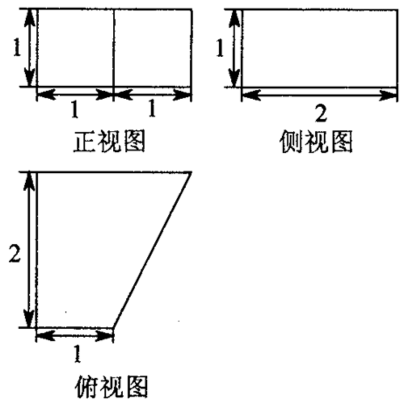
第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题4分，共24分。把答案填在题中的横线上。

（11）如图，四边形ABCD是圆O的内接四边形，延长AB和DC相交于点P。若PB=1，PD=3，则 $\dfrac{BC}{AD}$ 的值为_____。



（12）一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为_____。



（13）已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程是 $y=\sqrt{3}x$，它的一个焦点与抛物线 $y^2=16x$ 的焦点相同。则双曲线的方程为________ 。

（14）已知圆C的圆心是直线x-y+1=0与x轴的交点，且圆C与直线x+y+3=0相切。则圆C的方程为__。

（15）设$\{a_n\}$是等比数列，公比 $q=\sqrt{2}$，S_n为$\{a_n\}$的前n项和。记 $T_n=\dfrac{17S_n-S_{2n}}{a_{n+1}},n\in N^*$. 设 T_{n_0} 为数列$\{T_n\}$的最大项，则 n_0=_____。

（16）设函数f(x)=x-$\dfrac{1}{x}$,对任意x$\in[1,+\infty)$，$f(mx)+mf(x)<0$恒成立，则实数m的取值范围是________

三、解答题：本大题共6小题，共76分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分12分）

在ΔABC中，$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{\cos B}{\cos C}$。

（I）证明B=C：

（II）若$\cos A$=-$\dfrac{1}{3}$，求$\sin\left(4\text{B}+\dfrac{\pi}{3}\right)$的值。

（18）（本小题满分12分）

有编号为$\text{A}_1,\text{A}_2,\ldots\text{A}_{10}$的10个零件，测量其直径（单位：cm），得到下面数据：

编号	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
直径	1.51	1.49	1.49	1.51	1.49	1.51	1.47	1.46	1.53	1.47

其中直径在区间[1.48，1.52]内的零件为一等品。

（I）从上述10个零件中，随机抽取一个，求这个零件为一等品的概率；

（II）从一等品零件中，随机抽取2个.

（i）用零件的编号列出所有可能的抽取结果；

（ii）求这2个零件直径相等的概率。

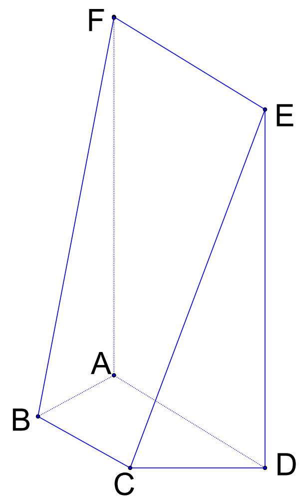
（19）（本小题满分12分）

如图，在五面体ABCDEF中，四边形ADEF是正方形，FA⊥平面ABCD，BC∥AD，CD=1，AD=$2\sqrt{2}$，∠BAD=∠CDA=45°.

（I）求异面直线CE与AF所成角的余弦值；

（II）证明CD⊥平面ABF；

（III）求二面角B-EF-A的正切值。



（20）（本小题满分12分）

已知函数f（x）$=ax^3-\dfrac{3}{2}x^2+1(x\in R)$，其中a>0.

（I）若a=1，求曲线y=f（x）在点（2，f（2））处的切线方程；

（II）若在区间$\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$上，f（x）>0恒成立，求a的取值范围.

（21）（本小题满分14分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a>b>0）的离心率e=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，连接椭圆的四个顶点得到的菱形的面积为4.

（I）求椭圆的方程；

（II）设直线l与椭圆相交于不同的两点A、B，已知点A的坐标为（-a，0）.

（i）若$|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{5}$，求直线l的倾斜角；

（ii）若点Q（0，y_0）在线段AB的垂直平分线上，且$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=4$.求 y_0 的值.

（22）（本小题满分14分）

在数列$\{a_n\}$中，a_1=0，且对任意$k\in N^*$，a_{2k-1},a_{2k},a_{2k+1}成等差数列，其公差为2k.

（I）证明a_4,a_5,a_6成等比数列；

（II）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（III）记$T_n=\frac{2^2}{a_2}+\frac{3^2}{a_3}+\cdots+\frac{n^2}{a_n}$，证明$\frac{3}{2}<2n-T_n\le 2$（$n\ge 2$）.

2010年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）参考答案

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）A　　(2)B　　(3)B　　(4)C　　(5)A

（6）D　　(7)C　　(8)A　　(9)D　　(10)D

(1)i是虚数单位，复数$\frac{3+i}{1-i}$=

(A)1+2i　　(B)2+4i　　(C)-1-2i　(D)2-i

【答案】A

【解析】本题主要考查复数代数形式的基本运算，属于容易题。

进行复数的除法的运算需要份子、分母同时乘以分母的共轭复数，同时将i^2改为-1.

$$\frac{3+i}{1\text{-}i}=\frac{(3+i)(1+i)}{(1\text{-}i)(1+i)}=\frac{2+4i}{2}=1+2i$$

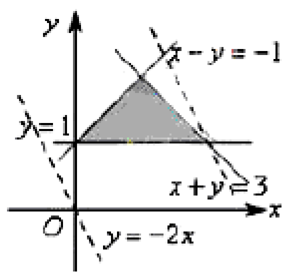
【温馨提示】近几年天津卷每年都有一道关于复数基本运算的小题，运算时要细心，不要失分哦。

(2)设变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y\le 3,\\ x-y\ge -1,\\ y\ge 1,\end{cases}$则目标函数z=4x+2y的最大值为

（A）12　　（B）10　　（C）8　　（D）2

【答案】B

【解析】本题主要考查目标函数最值的求法，属于容易题，做出可行域，如图由图可知



，

当目标函数过直线y=1与x+y=3的交点（2，1）时z取得最大值10.

(3)阅读右边的程序框图，运行相应的程序，则输出s的值为

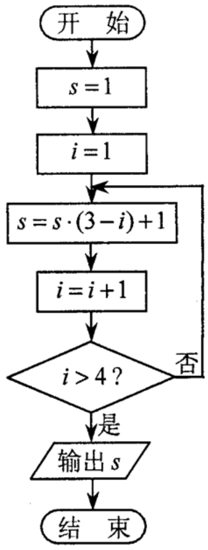
(A)-1　　(B)0　　(C)1　　(D)3

【答案】B

【解析】 本题主要考查条件语句与循环语句的基本应用，属于容易题。

第一次运行程序时i=1，s=3；第二次运行程序时，i=2，s=2；第三次运行程序时，i=3，s=1；第四次运行程序时，i=4，s=0，此时执行i=i+1后i=5，推出循环输出s=0.

【温馨提示】涉及循环语句的问题通常可以采用一次执行循环体的方式解决。



（4）函数f（x）=e^x+x-2的零点所在的一个区间是

(A)（-2,-1） (B) （-1,0） (C) （0,1） (D) （1,2）

【答案】C

【解析】本题考查了函数零点的概念与零点定理的应用，属于容易题。

因为f（0）=-1<0 f(1)=e-1>0,所以零点在区间（0，1）上，选C

【温馨提示】函数零点附近函数值的符号相反，这类选择题通常采用代入排除的方法求解。

(5)下列命题中，真命题是

(A) $\exists m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）是偶函数

(B) $\exists m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）是奇函数

(C) $\forall m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）都是偶函数

(D) $\forall m\in R$,使函数f（x）=x^2+mx（$x\in R$）都是奇函数

【答案】A

【解析】本题主要考查奇偶数的基本概念，与存在量词、全称量词的含义，属于容易题。

当m=0时，函数f（x）=x^2是偶函数，所以选A.

【温馨提示】本题也可以利用奇偶函数的定义求解。

(6)设$a=\log_5 4$，$b=(\log_5 3)^2$，$c=\log_4{}^5$，则

(A)a<c<b (B))b<c<a (C))a<b<c (D))b<a<c

【答案】D

【解析】本题主要考查利用对数函数的单调性比较大小的基本方法，属于容易题。

因为$0<\log_5 4<1$,所以b<a<c

【温馨提示】比较对数值的大小时，通常利用0，1进行，本题也可以利用对数函数的图像进行比较。

(7)设集合$A=\{x||x-a|<1,x\in R\}$,$B=\{x|1<x<5,x\in R\}$.若$A\cap B=\varnothing$,则实数a的取值范围是

(A) $\{a|0\le a\le 6\}$ (B) $\{a|a\le 2,或a\ge 4\}$

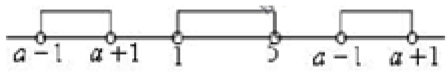
(C) $\{a\mid a\le 0,或a\ge 6\}$　　(D) $\{a\mid 2\le a\le 4\}$

【答案】C

【解析】本题主要考查绝对值不等式的基本解法与集合交集的运算，属于中等题。

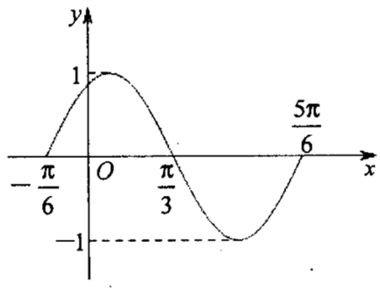
由|x-a|<1得-1<x-a<1,即a-1<x<a+1.如图

由图可知a+1≦1或a-1≧5，所以a≦0或a≧6.



【温馨提示】不等式型集合的交、并集通常可以利用数轴进行，解题时注意验证区间端点是否符合题意。

（8）右图是函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$ （$x\in R$）在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$上的图象，为了得到这个函数的图象，只要将$y=\sin x$（$x\in R$）的图象上所有的点



(A)向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变

(B)

向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把所得各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变

(C) 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变

(D) 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把所得各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变

【答案】A

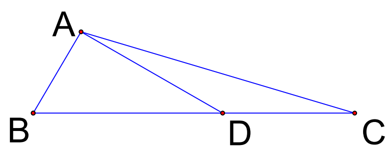
【解析】本题主要考查三角函数的图像与图像变换的基础知识，属于中等题。

由图像可知函数的周期为π，振幅为1，所以函数的表达式可以是y=sin(2x+φ).代入（-$\frac{\pi}{6}$，0）可得φ的一个值为$\frac{\pi}{3}$，故图像中函数的一个表达式是y=sin(2x+$\frac{\pi}{3}$)，即y=sin2(x+$\frac{\pi}{6}$)，所以只需将y=sinx（x∈R）的图像上所有的点向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变。

【温馨提示】根据图像求函数的表达式时，一般先求周期、振幅，最后求φ。三角函数图像进行平移变换时注意提取x的系数，进行周期变换时，需要将x的系数变为原来的$\frac{1}{\omega}$

（9）如图，在ΔABC中，$AD\perp AB$，$\overrightarrow{BC}=\sqrt{3}\,\overrightarrow{BD}$，$\left|\overrightarrow{AD}\right|=1$，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=$

（A）$2\sqrt{3}$　　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　（D）$\sqrt{3}$



【答案】D

【解析】本题主要考查平面向量的基本运算与解三角形的基础知识，属于难题。

$$\overrightarrow{AC}\bullet\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AC}|\bullet|\overrightarrow{AD}|\cos\angle DAC=|\overrightarrow{AC}|\bullet\cos\angle DAC=|\overrightarrow{AC}|\sin\angle BAC$$

$$=|\overrightarrow{BC}|\sin \mathrm{B}=\sqrt{3}|\overrightarrow{BD}|\sin \mathrm{B}=\sqrt{3}|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{3}$$

【温馨提示】近几年天津卷中总可以看到平面向量的身影，且均属于中等题或难题，应加强平面向量的基本运算的训练，尤其是与三角形综合的问题。

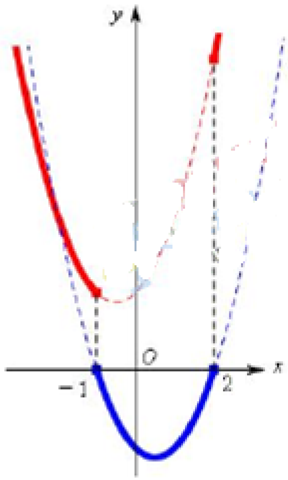
（10）设函数 $g(x)=x^2-2(x\in R)$， $f(x)=\begin{cases}g(x)+x+4,x<g(x)\\ g(x)-x,x\ge g(x)\end{cases}$ 则 $f(x)$ 的值域是

（A）$\left[-\frac{9}{4},0\right]\cup(1,+\infty)$ （B）$[0,+\infty)$ （C）$[-\frac{9}{4},+\infty)$ （D）$\left[-\frac{9}{4},0\right]\cup(2,+\infty)$

【答案】D

【解析】本题主要考查函数分类函数值域的基本求法，属于难题。

依题意知 $f(x)=\begin{cases}x^2-2+(x+4),x<x^2-2\\ x^2-2-x,x\ge x^2-2\end{cases}=\begin{cases}x^2+x+2,x<-1或x\ >2\\ x^2-2-x,-1\le x\le 2\end{cases}$

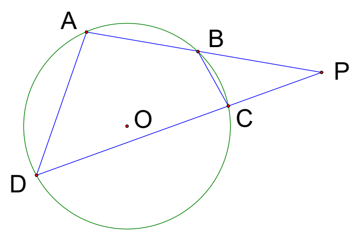


二、填空题：本大题共6小题，每小题4分，共24分。把答案填在题中的横线上。

11）$\frac{1}{3}$　　（12）3　　（13）$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

（14）$(x+1)^2+y^2=2$　　（15）4　　（16）$(-\infty,-1)$

（11）如图，四边形ABCD是圆O的内接四边形，延长AB和DC相交于点P。若PB=1，PD=3，则 $\frac{BC}{AD}$ 的值为_____。



【答案】$\frac{1}{3}$

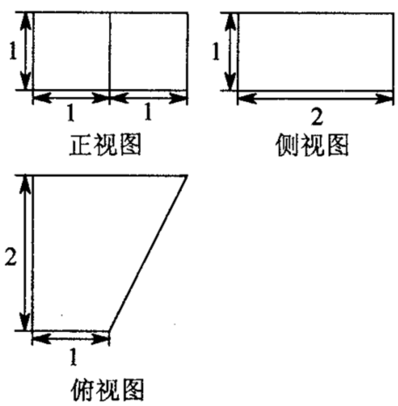
【解析】本题主要考查四点共圆的性质与相似三角形的性质，属于容易题。

因为A,B,C,D四点共圆，所以 $\angle DAB=\angle PCB,\angle CDA=\angle PBC$,因为 $\angle P$ 为公共角，所以

⊿PBC∽⊿PAB, 所以 $\frac{BC}{AD}=\frac{PB}{PD}=\frac{1}{3}$

【温馨提示】四点共圆时四边形对角互补，圆与三角形综合问题是高考中平面几何选讲的重要内容，也是考查的热点。

（12）一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为______。



【答案】3

【解析】本题主要考查三视图的基础知识，和主题体积的计算，属于容易题。

由俯视图可知该几何体的底面为直角梯形，则正视图和俯视图可知该几何体的高为1，结合三个试图可知该几何体是底面为直角梯形的直四棱柱，所以该几何题的体积为$\frac{1}{2}(1+2)\times 2\times 1=3$

【温馨提示】正视图和侧视图的高是几何体的高，由俯视图可以确定几何体底面的形状，本题也可以将几何体看作是底面是长为3，宽为2，高为1的长方体的一半。

（13）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程是 $y=\sqrt{3}x$，它的一个焦点与抛物线 $y^2=16x$ 的焦点相同。则双曲线的方程为_______ 。

【答案】$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

【解析】本题主要考查了双曲线和抛物线的几何性质及双曲线的标准方程，属于容易题。

由渐近线方程可知 $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$ ①

因为抛物线的焦点为（4，0），所以c=4 ②

又 $c^2=a^2+b^2$ ③

联立①②③，解得 $a^2=4,b^2=12$，所以双曲线的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

【温馨提示】求圆锥曲线的标准方程通常利用待定洗漱法求解，注意双曲线中c最大。

（14）已知圆C的圆心是直线x-y+1=0与x轴的交点，且圆C与直线x+y+3=0相切。则圆C的方程为__________ 。

【答案】$(x+1)^2+y^2=2$

本题主要考查直线的参数方程，圆的方程及直线与圆的位置关系等基础知识，属于容易题

。

令y=0得x=-1，所以直线x-y+1=0,与x轴的交点为（-1.0）

因为直线与圆相切，所以圆心到直线的距离等于半径，即$r=\frac{|-1+0+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，所以圆C

的方程为$(x+1)^2+y^2=2$

【温馨提示】直线与圆的位置关系通常利用圆心到直线的距离或数形结合的方法求解。

（15）设{a_n}是等比数列，公比$q=\sqrt{2}$，S_n为{a_n}的前n项和。记$T_n=\frac{17S_n-S_{2n}}{a_{n+1}},n\in N^*.$

设T_{n_0}为数列{T_n}的最大项，则n_0=_____ 。

【答案】4

【解析】本题主要考查了等比数列的前n项和公式与通项及平均值不等式的应用，属于中等题。

$$T_n=\frac{\frac{17a_1[1-(\sqrt{2})^n]}{1-\sqrt{2}}-\frac{a_1[1-(\sqrt{2})^{2n}]}{1-\sqrt{2}}}{a_1(\sqrt{2})^n}=\frac{1}{1-\sqrt{2}}\bullet\frac{(\sqrt{2})^{2n}-17(\sqrt{2})^n+16}{(\sqrt{2})^n}$$

$=\frac{1}{1-\sqrt{2}}\bullet[(\sqrt{2})^n+\frac{16}{(\sqrt{2})^n}-17]$因为$(\sqrt{2})^n+\frac{16}{(\sqrt{2})^n}$≧8，当且仅当$(\sqrt{2})^n$=4，即n=4时取

等号，所以当n_0=4时T_n有最大值。

【温馨提示】本题的实质是求T_n取得最大值时的n值，求解时为便于运算可以对$(\sqrt{2})^n$进行

换元，分子、分母都有变量的情况下通常可以采用分离变量的方法求解.

（16）设函数f(x)=x-

$\frac{1}{x}$,对任意x∈$[1,+\infty)$），f(mx)+mf(x)<0恒成立，则实数m的取值范围是________

【答案】m<-1

【解析】本题主要考查了恒成立问题的基本解法及分类讨论思想，属于难题。

已知f（x）为增函数且m≠0

若m>0，由复合函数的单调性可知f（mx）和mf（x）均为增函数，此时不符合题意。

M<0，时有$mx-\frac{1}{mx}+mx-\frac{m}{x}<0\Rightarrow 2mx-(m+\frac{1}{m})\bullet\frac{1}{x}<0\Rightarrow 1+\frac{1}{m^2}<2x^2$因为$y=2x^2$

在 $x\in[1,+\infty)$ 上的最小值为2，所以$1+\dfrac{1}{m^2}<2$ 即 m^2 >1,解得m<-1.

【温馨提示】本题是较为典型的恒成立问题，解决恒成立问题通常可以利用分离变量转化为最值的方法求解。

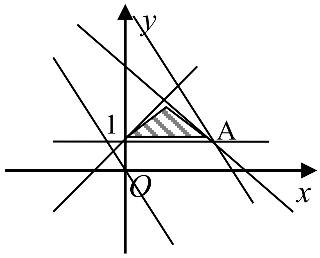
——————————————————————————————————

2010年天津文高考数学解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	B	C	A	D	C	A	D	D		

1．A解析：本题考查了复数的基本运算。

$$\frac{3+i}{1-i}=\frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{2+4i}{2}=1+2i$$



2．B

解析：本题考查了线性规划的基础知识。作出可行域与图中阴影，则A点为最优解，$\because\begin{cases}x+y=3\\y=1\end{cases}$，$\therefore$解得$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，$\therefore$

$z_{\max}=10$

3．B 解析：本题考查了算法的流程图的基础知识。列出表格可得

S	1	$1\times(3-1)+1$	$3\times(3-2)+1$	$4\times(3-3)+1$	$1\times(3-4)+1$
i	1	2	3	4	5

$\therefore$输出 $s=0$

4．C解析：本题考查了函数与方程的基础知识，$\because f(-1)=e^{-1}-1-2<0$，

$f(0)=1-2<0$，$f(1)=e+1-2>0$，$\therefore$函数的零点所在区间$(0,1)$

5．A解析：本题考查了函数的奇偶性、简易逻辑的基础知识。$\because$当 $m=0$ 时 $f(x)$ 为偶函数，但不是任何 m 值都能使 $f(x)$ 为偶函数$\therefore$A正确，C不正确；$\because$不论 m 为何值都没有 $f(-x)=f(x)$ ，$\therefore$B，D不正确，

6．C解析：本题考查了函数的单调性、对数函数的性质等基础知识。$\because$

$0<\log_5 3<1,0<\log_5 4<1,\log_4 5>1$，$\therefore c>a,c>b$，$\because 0<\log_5 3<1,0<\log_5 4<1,$

$\because \log_5 3 < \log_5 4$，$\therefore \log_5 3 < (\log_5 4)^2$，$\therefore a > b$

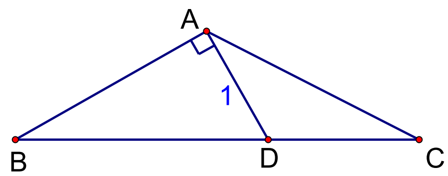
7．C解析：本题考查了集合的运算、绝对值不等式的解法等基础知识。$\because$

$A = \{x \mid -1 + a < x < 1 + a\}$，若 $A \cap B = \varnothing$，$\therefore a \le 0$ 或 $a \ge 6$

8．A解析：本题考查了三角函数的解析式、图象变换及性质的基础知识。由图象可知周期A=1，$\because T = \frac{5\pi}{6} - (-\frac{\pi}{6}) = \pi$，$T = \frac{2\pi}{\omega}$，$\therefore \omega = 2$，$\because$过点$(1, \frac{\pi}{12})$，代入解析式得$\varphi = \frac{\pi}{3}$，解析式为$y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$，$\because y = \sin x$ 向左平移$\frac{\pi}{3}$单位，再将图象上各点的纵坐标不变，横坐标变为原来的$\frac{1}{2}$，可得$y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$，故选A。

（9）如图，在ΔABC中，$AD \perp AB$，$\overrightarrow{BC} = \sqrt{3}\ \overrightarrow{BD}$，$\left|\overrightarrow{AD}\right| = 1$，则$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$

（A）$2\sqrt{3}$　　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　（D）$\sqrt{3}$



9．D解析：本题考查了向量的基本运算及向量的数量积的运算

。$\because$AD⊥AB，$\overrightarrow{BA} \bullet \overrightarrow{AD} = 0$，$\because \sqrt{3}\overrightarrow{BD} \bullet \overrightarrow{AD} = \sqrt{3}\left|\overrightarrow{AD}\right|\left|\overrightarrow{BD}\right| \cos\angle ADB = \sqrt{3}$，

$\therefore \overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) \bullet \overrightarrow{AD} = \sqrt{3}\overrightarrow{BD} \bullet \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} \bullet \overrightarrow{AD} = \sqrt{3}$，故选D

另法：（**特例检验法）**不妨取$\left|\overrightarrow{BD}\right| = 2$，则$|\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{3}, \angle ADB = \frac{\pi}{3}$，

$\therefore \overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) \bullet \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \bullet \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BA} \bullet \overrightarrow{AD} = 2\sqrt{3} \times 1 \times \cos\frac{\pi}{3} + 0 = \sqrt{3}$，故选D

10．D解析：本题考查了分段函数的值域、不等式的解法及函数图象等基本知识。

$\because f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2 & x < x^2 - 2 \\ x^2 - x - 2 & x \ge x^2 - 2 \end{cases}$，$\therefore f(x) = \begin{cases} (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} & x < -1\text{或}x > 2 \\ (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} & -1 \le x \le 2 \end{cases}$，

$\therefore$当$x < -1$或$x > 2$，$f(x) = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}\ > 2$，

当$-1 \le x \le 2$时，$f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} \in [-\frac{9}{4}, 0]$

11．$\frac{1}{3}$解析：本题考查了圆内接四边形的性质，相似三角形判定及性质的基础知识，$\because$A，B，C，D四点共圆，$\therefore \angle PBC = \angle D$，$\angle BPC = \angle DPA$，$\therefore$ΔPBC∽ΔPDA，$\therefore$

$\frac{PB}{PD} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3}$

12．3解析本题考查了立体几何的三视图的知识，从三视图可得该几何体为底面为梯形的直四棱柱，其中梯形的上下底分别为1，2高为2，棱柱的高为1，$\therefore$体积为

$2\times\frac{1}{2}\times(1+2)\times1=3$

13．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$解析：本题考查了双曲线的标准方程、双曲线的性质、抛物线的性质等基础知识。∵抛物线$y^2=16x$，焦点为$(4,0)$，$\therefore c=4$，∵双曲线的渐近线方程$y=\sqrt{3}x$，∴双曲线设为$\frac{x^2}{\lambda}-\frac{y^2}{3\lambda}=1\,(\lambda>0)$，$\lambda+3\lambda=16,\lambda=4$，∴双曲线方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

14．$(x+1)^2+y^2=2$解析：本题考查了直线、圆的标准方程及直线与圆的位置关系，点到直线的距离的基础知识，∵直线$x-y+1=0$与x轴交于$(-1,0)$，∵圆心C$(-1,0)$到直线$x+y+3=0$的距离为$r=\frac{|-1+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，∴圆方程为$(x+1)^2+y^2=2$。

15．4解析：本题考查了等比数列的通项、前n项和、基本不等式的基础知识。∵

$T_n=\frac{17S_n-S_{2n}}{a_{n+1}}$

$\therefore T_n=\frac{16-17q^n+q^{2n}}{(1-q)q^n}=\frac{1}{1-\sqrt{2}}(\frac{16}{q^n}-17+q^n)\le\frac{1}{1-\sqrt{2}}(2\sqrt{\frac{16}{q^n}\bullet q^n}-17)$，当且仅当$\frac{16}{q^n}=q^n$，$\therefore q^{2n}=16,2^n=16,n=4$

16．$(-\infty,-1)$解析：本题考查了函数的值域、不等式解法、不等式的恒等变形及不等式恒成立的基础知识。∵$f(mx)+mf(x)<0$恒成立，$\therefore 2mx-\frac{1}{mx}-\frac{m}{x}<0$，$x\in[1,+\infty)$，

$2mx^2<\frac{1}{m}+m$，

当$m<0$时，∵$2x^2>\frac{1}{m^2}+1$恒成立，$\therefore(2x^2)_{\min}>\frac{1}{m^2}+1$，$2>\frac{1}{m^2}+1$，$\therefore m>1$或$m<-1$，又$m<0$，$\therefore m<-1$。

当$m>0$时，$2x^2<\frac{1}{m^2}+1$恒成立，由$x\in[1,+\infty)$，所上式不可能恒成立，

所以$m<-1$

解答题

（17）本小题主要考查正弦定理、两角和与差的正弦、同角三角函数的基本关系、二倍角的正弦与余弦等基础知识，考查基本运算能力.满分12分.

（I）证明：在△ABC中，由正弦定理及已知得$\frac{\sin B}{\sin C}=\frac{\cos B}{\cos C}$.于是sinBcosC-cosBsinC=0，即sin（B-C）=0.因为$-\pi<B-C<\pi$，从而B-C=0.

所以B=C.

（II）解：由A+B+C=π和（I）得A=π-2B,故cos2B=-cos（π-2B）=-cosA=$\frac{1}{3}$.

又0<2B<π,于是sin2B=$\sqrt{1-\cos^2 2B}$=$\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

从而sin4B=2sin2Bcos2B=$\frac{4\sqrt{2}}{9}$，cos4B=$\cos^2 2B-\sin^2 2B=-\frac{7}{9}$.

所以$\sin(4B+\frac{\pi}{3})=\sin 4B\cos\frac{\pi}{3}+\cos 4B\sin\frac{\pi}{3}=\frac{4\sqrt{2}-7\sqrt{3}}{18}$

（18）本小题主要考查用列举法计算随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率等基础知识，考查数据处理能力及运用概率知识解决简单的实际问题的能力。满分12分

（I）解：由所给数据可知，一等品零件共有6个.设“从10个零件中，随机抽取一个为一等

品”为事件A，则P（A）$=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

（II）（i）解：一等品零件的编号为A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6.从这6个一等品零件中随机抽取2个，所有可能的结果有：$\{A_1,A_2\},\{A_1,A_3\},\{A_1,A_4\}$，$\{A_1,A_5\},\{A_1,A_6\}$，$\{A_2,A_3\}$，$\{A_2,A_4\},\{A_2,A_5\}$，$\{A_2,A_6\},\{A_3,A_4\},\{A_3,A_5\}$，$\{A_3,A_6\},\{A_4,A_5\},\{A_4,A_6\}$，$\{A_5,A_6\}$共有15种.

(ii)解：“从一等品零件中，随机抽取的2个零件直径相等”（记为事件B）的所有可能结果有：$\{A_1,A_4\},\{A_1,A_6\},\{A_4,A_6\}$，$\{A_2,A_3\},\{A_2,A_5\},\{A_3,A_5\}$，共有6种.

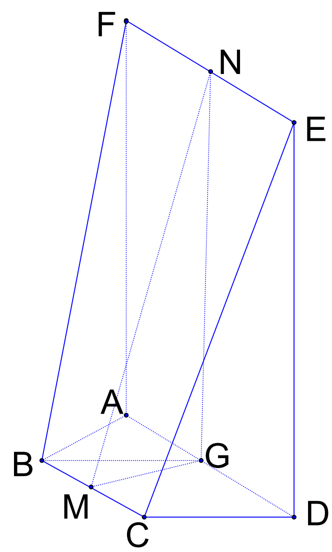
所以P(B)$=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

(19)本小题主要考查异面直线所成的角、直线与平面垂直、二面角等基础知识，考查空间想象能力，运算能力和推理论证能力.满分12分.

(I)解：因为四边形ADEF是正方形，所以FA//ED.故$\angle CED$为异面直线CE与AF所成的角.

因为FA⊥平面ABCD，所以FA⊥CD.故ED⊥CD.

在Rt△CDE中，CD=1，ED=$2\sqrt{2}$，CE=$\sqrt{CD^2+ED^2}$=3,故cos$\angle CED=\frac{ED}{CE}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



所以异面直线CE和AF所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(II)证明：过点B作BG//CD,交AD于点G，

则$\angle BGA=\angle CDA=45^\circ$.由$\angle BAD=45^\circ$,可得BG⊥AB,

从而CD⊥AB,又CD⊥FA,FA∩AB=A,所以CD⊥平面ABF.

(III)解：由（II）及已知，可得AG=$\sqrt{2}$，即G为AD的中点.取EF的中点N，连接GN，则GN⊥EF,因为BC//AD,所以BC//EF.过点N作NM⊥EF，交BC于M，则$\angle GNM$为二面角B-EF-A的平面角。

连接GM，可得AD⊥平面GNM,故AD⊥GM.从而BC⊥GM.由已知，可得GM=$\frac{\sqrt{2}}{2}$.由NG//FA,FA⊥GM,得NG⊥GM.

在Rt△NGM中，$\tan\angle GNM=\dfrac{GM}{NG}=\dfrac{1}{4}$，

所以二面角B-EF-A的正切值为$\dfrac{1}{4}$.

(20)本小题主要考查曲线的切线方程、利用导数研究函数的单调性与极值、解不等式等基础知识，考查运算能力及分类讨论的思想方法.满分12分.

（I）解：当a=1时，f（x）$=x^3-\dfrac{3}{2}x^2+1$，f（2）=3；$f'(x)=3x^2-3x$，$f'(2)$=6.所以曲线y=f（x）在点（2，f（2））处的切线方程为y-3=6（x-2），即y=6x-9.

（II）解：$f'(x)=3ax^2-3x=3x(ax-1)$.令$f'(x)$=0，解得x=0或x=$\dfrac{1}{a}$.

以下分两种情况讨论：

（1）　若$0<a\le 2$，则$\dfrac{1}{a}\ge\dfrac{1}{2}$，当x变化时，$f'(x)$，f（x）的变化情况如下表：

X	$\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$	0	$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$
$f'(x)$	+	0	−
f(x)	↗	极大值	↘

当$x\in\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$时，f（x）>0等价于$\begin{cases}f(-\dfrac{1}{2})>0,\\ f(\dfrac{1}{2})>0,\end{cases}$ 即$\begin{cases}\dfrac{5-a}{8}>0,\\ \dfrac{5+a}{8}>0.\end{cases}$

解不等式组得-5<a<5.因此$0<a\le 2$.

（2）　若a>2，则$0<\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{2}$.当x变化时，$f'(x)$, f（x）的变化情况如下表：

X	$\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$	0	$\left(0,\dfrac{1}{a}\right)$	$\dfrac{1}{a}$	$\left(\dfrac{1}{a},\dfrac{1}{2}\right)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
f(x)	↗	极大值	↘	极小值	↗

当$x\in\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$时，f（x）>0等价于$\begin{cases}f(-\dfrac{1}{2})>0,\\ f(\dfrac{1}{a})>0,\end{cases}$ 即$\begin{cases}\dfrac{5-a}{8}>0,\\ 1-\dfrac{1}{2a^2}>0.\end{cases}$

解不等式组得$\frac{\sqrt{2}}{2}<a<5$或$a<-\frac{\sqrt{2}}{2}$. 因此2<a<5.

综合（1）和（2），可知a的取值范围为0<a<5.

（21）本小题主要考查椭圆的标准方程和几何性质、直线的方程、两点间的距离公式、直线的倾斜角、平面向量等基础知识，考查用代数方法研究圆锥曲线的性质及数形结合的思想，考查综合分析与运算能力. 满分14分.

（I）解：由e=$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得$3a^2=4c^2$. 再由$c^2=a^2-b^2$，解得a=2b.

由题意可知$\frac{1}{2}\times 2a\times 2b=4$，即ab=2.

解方程组$\begin{cases}a=2b,\\ ab=2,\end{cases}$得a=2，b=1.

所以椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(II)(i)解：由（I）可知点A的坐标是（-2,0）. 设点B的坐标为(x_1,y_1)，直线l的斜率为k. 则直线l的方程为y=k（x+2）.

于是A、B两点的坐标满足方程组$\begin{cases}y=k(x+2),\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1.\end{cases}$消去y并整理，得

$(1+4k^2)x^2+16k^2x+(16k^2-4)=0$.

由$-2x_1=\frac{16k^2-4}{1+4k^2}$，得$x_1=\frac{2-8k^2}{1+4k^2}$. 从而$y_1=\frac{4k}{1+4k^2}$.

所以$|AB|=\sqrt{\left(-2-\frac{2-8k^2}{1+4k^2}\right)^2+\left(\frac{4k}{1+4k^2}\right)^2}=\frac{4\sqrt{1+k^2}}{1+4k^2}$.

由$|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{5}$，得$\frac{4\sqrt{1+k^2}}{1+4k^2}=\frac{4\sqrt{2}}{5}$.

整理得$32k^4-9k^2-23=0$，即$(k^2-1)(32k^2+23)=0$，解得k=±1.

所以直线l的倾斜角为$\frac{\pi}{4}$或$\frac{3\pi}{4}$.

（ii）解：设线段AB的中点为M，由（i）得到M的坐标为$\left(-\frac{8k^2}{1+4k^2},\frac{2k}{1+4k^2}\right)$.

以下分两种情况：

（1）当k=0时，点B的坐标是（2,0），线段AB的垂直平分线为y轴，于是

$\overrightarrow{QA}=\left(-2,-y_0\right),\overrightarrow{QB}=\left(2,-y_0\right)$. 由$\overrightarrow{QA}\bullet\overrightarrow{QB}=4$，得$y_0=\pm2\sqrt{2}$。

（2）当$k\neq0$时，线段AB的垂直平分线方程为$y-\frac{2k}{1+4k^2}=-\frac{1}{k}\left(x+\frac{8k^2}{1+4k^2}\right)$。

令$x=0$，解得$y_0=-\frac{6k}{1+4k^2}$。

由$\overrightarrow{QA}=\left(-2,-y_0\right)$，$\overrightarrow{QB}=\left(x_1,y_1-y_0\right)$，

$$\overrightarrow{QA}\bullet\overrightarrow{QB}=-2x_1-y_0\left(y_1-y_0\right)=\frac{-2\left(2-8k^2\right)}{1+4k^2}+\frac{6k}{1+4k^2}\left(\frac{4k}{1+4k^2}+\frac{6k}{1+4k^2}\right)$$

$$=\frac{4\left(16k^4+15k^2-1\right)}{\left(1+4k^2\right)^2}=4,$$

整理得$7k^2=2$。故$k=\pm\frac{\sqrt{14}}{7}$。所以$y_0=\pm\frac{2\sqrt{14}}{5}$。

综上，$y_0=\pm2\sqrt{2}$或$y_0=\pm\frac{2\sqrt{14}}{5}$

（22）本小题主要考查等差数列的定义及前n项和公式、等比数列的定义、数列求和等基础知识，考查运算能力、推理论证能力、综合分析和解决问题的能力及分类讨论的思想方法，满分14分。

（I）证明：由题设可知，$a_2=a_1+2=2$，$a_3=a_2+2=4$，$a_4=a_3+4=8$，

$a_5=a_4+4=12$，

$a_6=a_5+6=18$。

从而$\frac{a_6}{a_5}=\frac{a_5}{a_4}=\frac{3}{2}$，所以$a_4$，$a_5$，$a_6$成等比数列。

（II）解：由题设可得 $a_{2k+1}-a_{2k-1}=4k,k\in N^*$

所以 $a_{2k+1}-a_1=\left(a_{2k+1}-a_{2k-1}\right)+\left(a_{2k-1}-a_{2k-3}\right)+\ldots\left(a_3-a_1\right)$

$$=4k+4\left(k-1\right)+\ldots+4\times 1$$

$$=2k\left(k+1\right),k\in N^*.$$

由 $a_1=0$，得 $a_{2k+1}=2k\left(k+1\right)$，从而 $a_{2k}=a_{2k+1}-2k=2k^2$.

所以数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式为 $a_n=\begin{cases}\dfrac{n^2-1}{2},n\text{为奇数}\\ \dfrac{n^2}{2},n\text{为偶数}\end{cases}$ 或写为 $a_n=\dfrac{n^2}{2}+\dfrac{\left(-1\right)^n-1}{4}$，$n\in N^*$

。

（III）证明：由（II）可知 $a_{2k+1}=2k\left(k+1\right)$，$a_{2k}=2k^2$，

以下分两种情况进行讨论：

（1） 当n为偶数时，设n=2m$\left(m\in N^*\right)$

若 $m=1$，则 $2n-\sum\limits_{k=2}^{n}\dfrac{k^2}{a_k}=2$，

若 $m\geq 2$，则

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{k^2}{a_k}=\sum_{k=1}^{m}\frac{\left(2k\right)^2}{a_{2k}}+\sum_{k=1}^{m-1}\frac{\left(2k+1\right)^2}{a_{2k+1}}=\sum_{k=1}^{m}\frac{4k^2}{2k^2}+\sum_{k=1}^{m-1}\frac{4k^2+4k+1}{2k\left(k+1\right)}$$

$$=2m+\sum_{k=1}^{m-1}\left[\frac{4k^2+4k}{2k\left(k+1\right)}+\frac{1}{2k\left(k+1\right)}\right]=2m+\sum_{k=1}^{m-1}\left[2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k-1}\right)\right]$$

$$=2m+2\left(m-1\right)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{m}\right)=2n-\frac{3}{2}-\frac{1}{n}.$$

所以 $2n-\sum\limits_{k=2}^{n}\dfrac{k^2}{a_k}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{n}$，从而 $\dfrac{3}{2}<2n-\sum\limits_{k=2}^{n}\dfrac{k^2}{a_k}<2,n=4,6,8,\ldots.$

（2） 当n为奇数时，设 $n=2m+1\left(m\in N^*\right)$。

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{k^2}{a_k}=\sum_{k=2}^{2m}\frac{k^2}{a_k}+\frac{\left(2m+1\right)^2}{a_{2m+1}}=4m-\frac{3}{2}-\frac{1}{2m}+\frac{\left(2m+1\right)^2}{2m\left(m+1\right)}$$

$$=4m+\frac{1}{2}-\frac{1}{2\left(m-1\right)}=2n-\frac{3}{2}-\frac{1}{n+1}$$

所以$2n-\sum_{k=2}^{n}\frac{k^2}{a_k}=\frac{3}{2}+\frac{1}{n+1}$，从而$\frac{3}{2}<2n-\sum_{k=2}^{n}\frac{k^2}{a_k}<2, n=3,5,7,....$

综合（1）和（2）可知，对任意$n\geq 2, n\in N^*,$有$\frac{3}{2}<2n-T_n\leq 2.$

天津2010年普通高等学校招生全国统一考试数学（文史类）试卷点评

总体来看，本套试卷涉及面比较广，面面俱到，注重基础的考察，很多题目和平时训练的题目模样差不多，总体同学们做起来不难。在稳定当中有创新，当然也有难题。考题创新主要体现在数列这道题上，就是第22题。具体来说：

选择题的10道题中，前8题出的形式比较常规，能够把考生稍微考住的也就是这个第九题和第十题。第九题我们在新东方课堂上曾经给大家讲过，这是关于向量要有意识用基底表示的考题，转成基底这道题就非常好做了。那么第十题，从表象上看这是一个分段函数，感觉很复杂，但是这道题和今年河西区的理科一模考试的题目非常雷同，大家做起来感觉应该是不太困难的。所以说，像前十道题，如果你的基础还不错的话，保证考试时不算错，那么得一个满分应该说是没有问题的。

填空最值得点评的就是第16题了，很多考生做的时候觉得比较困难，但是这道题和2007年天津文史类考题选择题第十题有很多雷同，所以这也验证了我们在考前给大家提到的一个重点：在复习时要更多的关注历年考题的思考方法。

解答题。能把大家难住的就是那道导数大题的第二问，这是一个恒成立问题，我们给过大家一个口诀："一个表达式双变量参主分离"，从这个角度来做，大家应该也没什么困难，在讨论的时候，别忘记讨论当x=0时的那种情况。有同学没按照参主分离这个来做，按照参考答案这样做，画了一个表格，把增减区间、极值最值都求出来了，也可以。

再看解析大题。一般同学都认为解析比较难，但是像第一问的椭圆方程很容易做，那么第二问，这个第二小问考的是垂直平分线，我们在新东方课堂上给大家讲过，在解析几何中有几个重要的翻译，其中就谈到了垂直平分怎么来翻译，即使你这道题没有完整的做出来，你就按照我们所提出的把几何语言翻译成代数语言，把向量转成坐标，即使没有求出

的值，只要保证别算错了，这道题14分你也可以拿到12分。那么第22题这个数列题，应该可以算作是比较难的，尤其是第二、三问，有的同学甚至连第一问都不太会做，但文史类考题这道题出的还算比较仁慈的，让你证明a_4、a_5、a_6成等比数列，我们大不了把它们全算出来，因为前面还是有一些条件，令K=1和2，是可以把a_4、a_5、a_6求出来的，比一比就可以知道它们成等比数列，第一问是很好做的。第二问的想法的确有些创新，我刚才也提到，创新点主要集中在数列这道题上。