

试卷类型：A

2011年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科）

本试题共4页，21小题，满分150分，考试用时120分钟。

注意事项：

- 1、答卷前，考生务必用黑色自己的钢笔或签字笔将自己的姓名、和考生号、试室号、座位号，填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
- 2、选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
- 3、非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求做大的答案无效。
- 4、作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再做答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。
- 5、考生必须保持答题卡得整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：柱体的体积公式 $V=Sh$ 其中S为柱体的底面积，h为柱体的高

线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中系数计算公式 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$,

其中 \bar{x}, \bar{y} 表示样本均值。

N是正整数，则 $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数 z 满足 $(1+i)z=2$ ，其中 i 为虚数单位，则 $z=$

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $2+2i$ D. $2-2i$

2. 已知集合 $A=\{(x,y) \mid x,y \text{ 为实数, 且 } x^2+y^2=1\}$, $B=\{(x,y) \mid x,y \text{ 为实数, 且 } y=x\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 若向量 a, b, c 满足 $a \parallel b$ 且 $a \perp b$, 则 $c \cdot (a+2b)=$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

4. 设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别是 \mathbb{R} 上的偶函数和奇函数, 则下列结论恒成立的是

- A. $f(x)+|g(x)|$ 是偶函数 B. $f(x)-|g(x)|$ 是奇函数
 C. $|f(x)|+g(x)$ 是偶函数 D. $|f(x)|-g(x)$ 是奇函数

5. 在平面直角坐标系 xOy 上的区域 D 由不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq \sqrt{2} \\ y \leq 2 \\ x \leq \sqrt{2}y \end{cases}$ 给定. 若 $M(x,y)$ 为

D 上的动点, 点 A 的坐标为 $(\sqrt{2}, 1)$, 则 $z = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ 的最大值为

- A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 4 D. 3

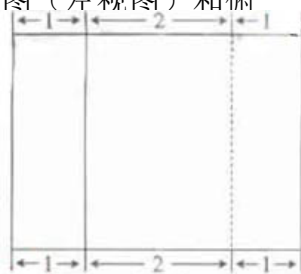
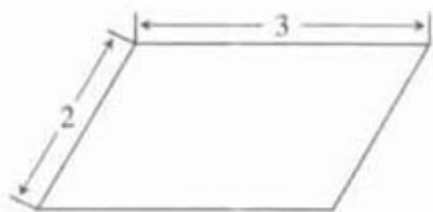
6.

甲、乙两队进行排球决赛, 现在的情形是甲队只要在赢一次就获冠军, 乙队需要再赢两局才能得冠军, 若两队胜每局的概率相同, 则甲队获得冠军的概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

7.

如图1-3, 某几何体的正视图(主视图)是平行四边形, 侧视图(左视图)和俯视图都是矩形, 则该几何体的体积为



正视图

侧视图

俯视图

图 3

- A. $6\sqrt{3}$ B. $9\sqrt{3}$ C. $12\sqrt{3}$ D. $18\sqrt{3}$

8. 设S是整数集Z的非空子集，如果 $\forall a, b \in S$, 有 $ab \in S$ ，则称S关于数的乘法是封闭的。
若T, V是Z的两个不相交的非空子集， $T \cup U = Z$, 且 $\forall a, b, c \in T$, 有

$abc \in T; \forall x, y, z \in V$, 有 $xyz \in V$ ，则下列结论恒成立的是

- A. T, V 中至少有一个关于乘法是封闭的
B. T, V 中至多有一个关于乘法是封闭的
C. T, V 中有且只有一个关于乘法是封闭的
D. T, V 中每一个关于乘法都是封闭的

16. 填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分。

(一) 必做题 (9-13题)

9. 不等式 $|x+1| - |x-3| \geq 0$ 的解集是_____.

10. $x\left(x - \frac{2}{x}\right)^7$ 的展开式中， x^4 的系数是_____ (用数字作答)

11. _____ 等差数列 $|a_n|$ 前9项的和等于前4项的和.

若 $a_1 = 1, a_k + a_4 = 0$ ，则 $k =$ _____.

12. 函数 $f(x) = x - 3x^2 + 1$ 在 $x =$ _____处取得极小值。

13.

某数学老师身高176cm，他爷爷、父亲和儿子的身高分别是173cm、170cm和182cm
. 因儿子的身高与父亲的身高有关，该老师用线性回归分析的方法预测他孙子的身高为_____ cm.

(二) 选做题 (14 - 15题, 考生只能从中选做一题)

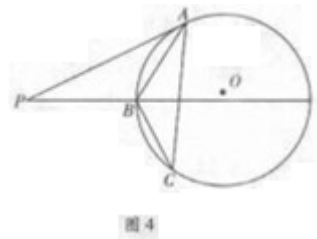
14. (坐标系与参数方程选做题) 已知两曲线参数方程分别为

$$\begin{cases} x = \sqrt{5} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (0 \leq \theta < \pi) \text{ 和 } \begin{cases} x = \frac{5}{4} t^2 \\ y = t \end{cases} (t \in R), \text{ 它们的交点坐标为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. (几何证明选讲选做题) 如图4, 过圆 O 外一点 p 分别作圆的切线

和割线交圆于 A, B , 且 $PB=7$, C 是圆上一点使得 $BC=5$,

$\angle BAC = \angle APB$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



三. 解答题。本大题共6小题, 满分80分。解答需写出文字说明、证明过程和演算步骤。

(1) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = 2 \sin(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{6}), x \in R$.

(1) 求 $f(\frac{5\pi}{4})$ 的值;

(2) 设 $\alpha, \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $f(3\alpha + \frac{\pi}{2}) = \frac{10}{13}, f(3\beta + 2\pi) = \frac{6}{5}$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

17.

为了解甲、乙两厂的产品质量, 采用分层抽样的方法从甲、乙两厂生产的产品中分别抽出14件和5件, 测量产品中的微量元素 x, y 的含量 (单位: 毫克). 下表是乙厂的5件产品的测量数据:

编号	1	2	3	4	5
x	169	178	166	175	180

y	75	80	77	70	81
---	----	----	----	----	----

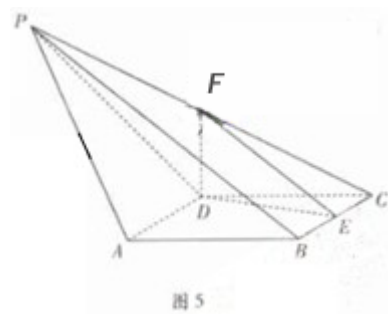
(1) 已知甲厂生产的产品共有98件，求乙厂生产的产品数量；

(2) 当产品中的微量元素 x, y 满足 $x \geq 175$ ，且 $y \geq 75$ 时，该产品为优等品。用上述样本数据估计乙厂生产的优等品的数量；

(3) 从乙厂抽出的上述5件产品中，随机抽取2件，求抽取的2件产品中优等品数 ξ 的分布列及其均值（即数学期望）。

18. (本小题满分13分)

如图5. 在椎体 $P-ABCD$ 中， $ABCD$ 是边长为1的菱形，且 $\angle DAB=60^\circ$ ， $PA=PD=\sqrt{2}$ ， $PB=2$ ， E, F 分别是 BC, PC 的中点.



(1) 证明： $AD \perp$ 平面 DEF ；

(2) 求二面角 $P-AD-B$ 的余弦值.

19. (本小题满分14分)

设圆 C 与两圆 $(x+\sqrt{5})^2+y^2=4, (x-\sqrt{5})^2+y^2=4$ 中的一个内切，另一个外切。

(1) 求圆 C 的圆心轨迹 L 的方程；

(2) 已知点 $M(\frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{4\sqrt{5}}{5}), F(\sqrt{5}, 0)$ ，且 P 为 L 上动点，求 $\|MP\| - \|FP\|$ 的最大值及此时点 P 的坐标.

20. (本小题共14分)

设 $b > 0$ ，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=b$ ， $a_n = \frac{nb a_{n-1}}{a_{n-1} + 2n - 2} (n \geq 2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 证明：对于一切正整数 n , $a_n \leq \frac{b^{n+1}}{2^{n+1}} + 1$.

21. (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 上, 给定抛物线 $L: y = \frac{1}{4}x^2$. 实数 p, q 满足 $p^2 - 4q \geq 0$, x_1, x_2

是方程 $x^2 - px + q = 0$ 的两根, 记 $\varphi(p, q) = \max\{|x_1|, |x_2|\}$.

(1) 过点 $A(p_0, \frac{1}{4}p_0^2)$ ($p_0 \neq 0$) 作 L 的切线交 y 轴于点 B .

证明：对线段 AB 上任一点 $Q(p, q)$ 有 $\varphi(p, q) = \frac{|p_0|}{2}$;

(2) 设 $M(a, b)$ 是定点, 其中 a, b 满足 $a^2 - 4b > 0, a \neq 0$.

过 $M(a, b)$ 作 L 的两条切线 l_1, l_2 , 切点分别为 $E(p_1, \frac{1}{4}p_1^2), E'(p_2, \frac{1}{4}p_2^2)$, l_1, l_2 与 y 轴分别交与 F, F' . 线段 EF 上异于两端点的点集记为 X . 证明: $M(a, b)$

$\in X \Leftrightarrow |P_1| > |P_2| \Leftrightarrow \varphi(a, b) = \frac{|p_1|}{2}$;

(3) 设 $D = \{ (x, y) \mid y \leq x-1, y \geq \frac{1}{4}(x+1)^2 - \frac{5}{4} \}$. 当点 (p, q) 取遍 D 时, 求 $\varphi(p, q)$ 的最小值

(记为 φ_{\min}) 和最大值 (记为 φ_{\max}).