2007 年江西高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分.第Ⅰ卷 1 至 2 页,第Ⅱ卷 3 至 4 页,共 150 分.

第Ⅰ卷

考生注意：

1. 答题前,考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上．考生要认真核对答题卡上
   粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致.
2. 第Ⅰ卷每小题选出答案后，用 2 B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答.若在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束,监考员将试题卷、答题卡一并收回。

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立，那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k P^k\ (1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一. 选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.若集合 $M=\{0,1\}$, $I=\{0,1,2,3,4,5\}$，则 $\complement_I M$ 为

A. $\{0,1\}$　　B. $\{2,3,4,5\}$　　C. $\{0,2,3,4,5\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

2. $y=5\tan(2x+1)$ 的最小正周期为

A. $\dfrac{\pi}{4}$　　B. $\dfrac{\pi}{2}$　　C. π　　D. 2π

3.函数 $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{x-4}$ 的定义域为

A. $(1,4)$　　B. $[1,4)$

C. $(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$　　D. $(-\infty,1]\cup(4,+\infty)$

4.若 $\tan\alpha=3$, $\tan\beta=\dfrac{4}{3}$, 则 $\tan(\alpha-\beta)$ 等于

A. -3　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. 3　　D. $\dfrac{1}{3}$

5. 设 $(x^2+1)(2x+1)^9=a_0+a_1(x+2)+a_2(x+2)^2+\cdots+a_{11}(x+2)^{11}$，

则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{11}$ 得值为

A. －2　　B. －1　　C. 1　　D. 2

6. 一袋中装有大小相同，编号分别为 1，2，3，4，5，6，7，8 的八个球，从中有放回地每次取一个球，共取 2 次，则取得两球的编号和不小于 15 的概率为

A. $\dfrac{1}{32}$　　B. $\dfrac{1}{64}$　　C. $\dfrac{3}{32}$　　D. $\dfrac{3}{64}$

7. 连接抛物线 $x^2=4y$ 的焦点 F 与点 M（1，0）所得的线段与抛物线交于点 A，设点 O 为坐标原

点，则三角形 OAM 的面积为

A. $-1+\sqrt{2}$　　B. $\dfrac{3}{2}-\sqrt{2}$　　C. $1+\sqrt{2}$　　D. $\dfrac{3}{2}+\sqrt{2}$

8. 若 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$，则下列命题中正确的是

A. $\sin x<\dfrac{2}{\pi}x$　　B. $\sin x>\dfrac{2}{\pi}x$　　C. $\sin x<\dfrac{3}{\pi}x$　　D. $\sin x>\dfrac{3}{\pi}x$

9. 四面体 $ABCD$ 的外接球的球心在 CD 上，且 $CD=2$，$AB=\sqrt{3}$，则在外接球面上的两点 A、B 间的球面距离为

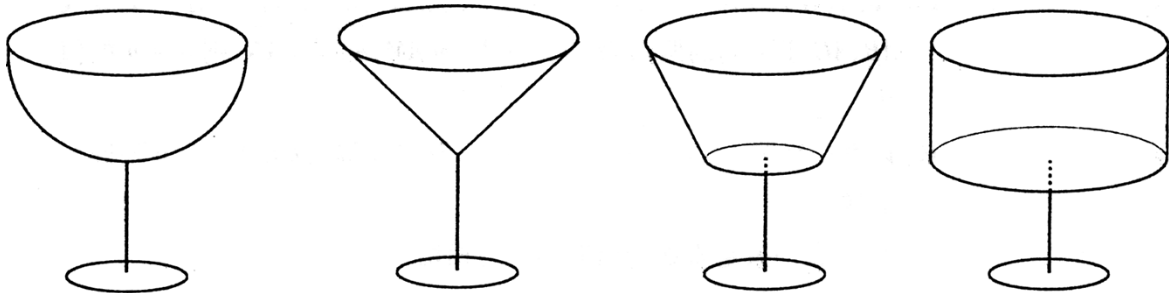
A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

10. 设 p：$f(x)=x^3+2x^2+mx+1$ 在 $(-\infty，+\infty)$ 内单调递增，q：$m\geq\dfrac{4}{3}$，则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

11. 四位好朋友在一次聚会上，他们按照各自的爱好选择了形状不同、内空高度相等、杯口半径相等的圆口酒杯，如图所示．盛满酒后他们约定：先各自饮杯中酒的一半．设剩余酒的高度从左到右依次为 h_1，h_2，h_3，h_4，则它们的大小关系正确的是



A. $h_2>h_1>h_4$　　B. $h_1>h_2>h_3$　　C. $h_3>h_2>h_4$　　D. $h_2>h_4>h_1$

12. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $e=\dfrac{1}{2}$，右焦点为 $F(c，0)$，方程 $ax^2+bx-c=$

0 的两个实根分别为 x_1 和 x_2，则点 $P(x_1, x_2)$

A.必在圆 $x^2+y^2=2$ 上　　　　B.必在圆 $x^2+y^2=2$ 外

C.必在圆 $x^2+y^2=2$ 内　　　　D.以上三种情形都有可能

第II卷

注意事项：

第II卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题卷上作答，答案无效.

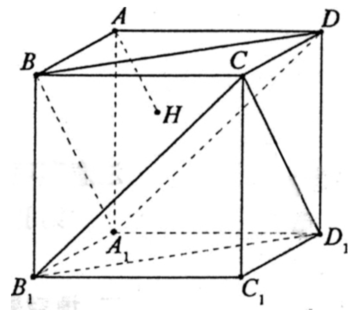
二．填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．请把答案填在答题卡上．

13.在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的对角线 OB 的两端点分别为 $O(0, 0)$，$B(1, 1)$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$_________.

14.已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_{12}=21$，则 $a_2+a_5+a_8+a_{11}=$_________.

15.已知函数 $y=f(x)$ 存在反函数 $y=f^{-1}(x)$，若函数 $y=f(1+x)$ 的图像经过点（3，1），则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像必经过点________.

16.如图，正方体 AC_1 的棱长为1，过点 A 作平面 A_1BD 的垂线，垂足为点 H. 则下列四个命题



A.点 H 是△A_1BD 的垂心

B.AH 垂直平面 CB_1D_1

C.二面角 $C—B_1D_1—C_1$ 的正切值为 $\sqrt{2}$

D.点 H 到平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的距离为 $\frac{3}{4}$

其中真命题的代号是_____.（写出所有真命题的代号）

三．解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

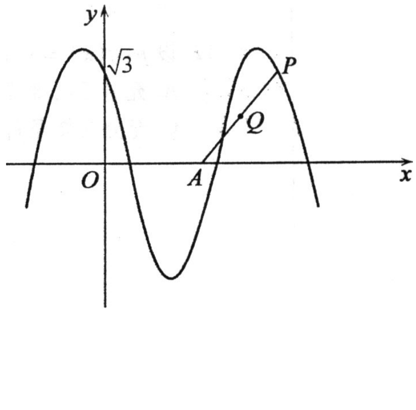
17.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\begin{cases} cx+1 & (0<x<c) \\ 2^{-\frac{x}{c^2}}+1 & (c\le x<1) \end{cases}$ 满足 $f(c^2)=\frac{9}{8}$.

（1）求常数 c 的值；

（2）解不等式 $f(x)>\frac{\sqrt{2}}{8}+1$.

18.（本小题满分12分）



如图，函数 $y=2\cos(\omega x+\theta)(x\in R, \omega>0, 0\le\theta\le\frac{\pi}{2})$ 的图象与 y 轴交于点$(0, \sqrt{3})$，且该函数的最小正

周期为π.

（1）求 θ 和 ω 的值；

（2）已知点 $A(\frac{\pi}{2}，0)$，点 P 是该函数图象上一点，点 $Q(x_0，y_0)$ 是 PA 的中点，当 $y_0=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$x_0\in[\frac{\pi}{2}，\pi]$时，求 x_0 的值.

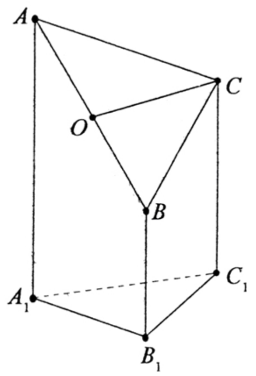
19.（本小题满分 12 分）

栽培甲、乙两种果树,先要培育成苗,然后再进行移栽,已知甲、乙两种果树成苗的概率分别为 0.6 ，0.5，移栽后成活的概率分别为 0.7，0.9。

（1）求甲、乙两种果树至少有一种果树成苗的概率；

（2）求恰好有一种果树能培育成苗且移栽成活的概率.

20.（本小题满分 12 分）



右图是一个直三棱柱（ 以 $A_1B_1C_1$ 为底面 ）被一平面所截得到的几何体，截面为 ABC. 已知 $A_1B_1=B_1C_1=1$, $\angle A_1B_1C_1=90°$，$AA_1=4$, $BB_1=2$, $CC_1=3$.

（1）设点 O 是 AB 的中点，证明：OC// 平面 $A_1B_1C_1$；

（2）求 AB 与平面 AA_1C_1C 所成的角的大小；

（3）求此几何体的体积.

21.（本小题满分 12 分）

设数列$\{a_n\}$为等比数列, $a_1=1$, $a_2=3$.

（1）求最小的自然数 n，使 $a_n \geq 2007$；

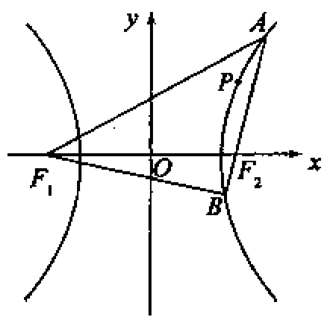
（2）求和: $T_{2n}=\frac{1}{a_1}-\frac{2}{a_2}+\frac{3}{a_3}-\cdots-\frac{2n}{a_{2n}}$.

22.（本小题满分 14 分）

设动点 P 到两定点 F_1（-1，0 ）和 F_2（1，0 ） 的距离分别为 d_1 和 d_2, $\angle F_1PF_2=2\theta$,且存在常数 λ（$0<\lambda<1$），使得 $d_1d_2\sin^2\theta=\lambda$.

（1）证明：动点 P 的轨迹 C 为双曲线，并求出 C 的方程；

（2）如图过点 F_2 的直线与双曲线 C 的右支交于 A、B 两点,问:是否存在 λ, 使ΔF_1AB 是以点 B 为直角顶点的等腰直角三角形？若存在,求出 λ 的值;若不存在,说明理由.



参考答案

一、选择题

1．B　2．B　3．A　4．D　5．A　6．D　7．B　8．B　9．C

10．C　11．A　12．C

二、填空题

13．1　14．7　15．$(1,4)$　16．A，B，C

三、解答题

17．解：（1）因为$0<c<1$，所以$c^2<c$；

由$f(c^2)=\frac{9}{8}$，即$c^3+1=\frac{9}{8}$，$c=\frac{1}{2}$．

（2）由（1）得$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x+1,\left(0<x<\frac{1}{2}\right)\\ 2^{-4x}+1,\left(\frac{1}{2}\leqslant x<1\right)\end{cases}$

由$f(x)>\frac{\sqrt{2}}{8}+1$得，

当$0<x<\frac{1}{2}$时，解得$\frac{\sqrt{2}}{4}<x<\frac{1}{2}$，

当$\frac{1}{2}\leqslant x<1$时，解得$\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{5}{8}$，

所以$f(x)>\frac{\sqrt{2}}{8}+1$的解集为$\left\{x\left|\frac{\sqrt{2}}{4}<x<\frac{5}{8}\right.\right\}$．

18．解：（1）将$x=0$，$y=\sqrt{3}$代入函数$y=2\cos(\omega x+\theta)$中得$\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为$0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$，所以$\theta=\frac{\pi}{6}$．

由已知$T=\pi$，且$\omega>0$，得$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$．

（2）因为点$A\left(\frac{\pi}{2},0\right)$，$Q(x_0,y_0)$是$PA$的中点，$y_0=\frac{\sqrt{3}}{2}$．

所以点P的坐标为$\left(2x_0-\dfrac{\pi}{2},\sqrt{3}\right)$.

又因为点P在$y=2\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象上，且$\dfrac{\pi}{2}\leqslant x_0\leqslant\pi$，所以$\cos\left(4x_0-\dfrac{5\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\dfrac{7\pi}{6}\leqslant 4x_0-\dfrac{5\pi}{6}\leqslant\dfrac{19\pi}{6}$，从而得$4x_0-\dfrac{5\pi}{6}=\dfrac{11\pi}{6}$或$4x_0-\dfrac{5\pi}{6}=\dfrac{13\pi}{6}$，

即$x_0=\dfrac{2\pi}{3}$或$x_0=\dfrac{3\pi}{4}$.

19．解：分别记甲、乙两种果树成苗为事件A_1，A_2；分别记甲、乙两种果树苗移栽成活为事件B_1，B_2，$P(A_1)=0.6$，$P(A_2)=0.5$，$P(B_1)=0.7$，$P(B_2)=0.9$.

（1）甲、乙两种果树至少有一种成苗的概率为

P（A_1+A_2 —）$=1-P$（$\overline{A_1}\cdot\overline{A_2}$）$=1-0.4\times0.5=0.8$

（2）解法一：分别记两种果树培育成苗且移栽成活为事件A，B，

则$P(A)=P(A_1B_1)=0.42$，$P(B)=P(A_2B_2)=0.45$.

恰好有一种果树培育成苗且移栽成活的概率为

$P(A\overline{B}+\overline{A}B)=0.42\times0.55+0.58\times0.45=0.492$.

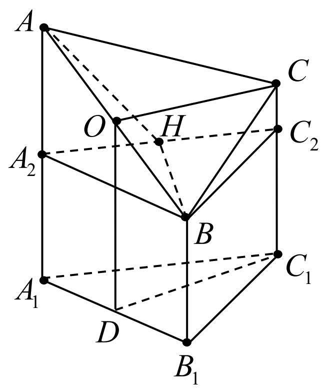
解法二：恰好有一种果树栽培成活的概率为

$P(A_1B_1\overline{A_2}+A_1B_1A_2\overline{B_2}+\overline{A_1}A_2B_2+A_1A_2\overline{B_1}B_2)=0.492$.

20．

解法一：

（1）证明：作$OD\parallel AA_1$交A_1B_1于D，连C_1D.



则$OD\parallel BB_1\parallel CC_1$，

因为O是AB的中点，

所以$OD=\dfrac{1}{2}(AA_1+BB_1)=3=CC_1$.

则ODC_1C是平行四边形，因此有$OC\parallel C_1D$，

$C_1D\subset$平面$C_1B_1A_1$，且$OC\not\subset$平面$C_1B_1A_1$

则$OC\parallel$面$A_1B_1C_1$.

（2）解：如图，过B作截面$BA_2C_2\parallel$面$A_1B_1C_1$，分别交AA_1，CC_1于A_2，C_2，

作$BH\perp A_2C_2$于H，

因为平面 $A_2BC_2\perp$ 平面 AA_1C_1C，则 $BH\perp$ 面 AA_1C_1C.

连结 AH，则 $\angle BAH$ 就是 AB 与面 AA_1C_1C 所成的角.

因为 $BH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $AB=\sqrt{5}$，所以 $\sin\angle BAH=\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

AB 与面 AA_1C_1C 所成的角为 $\angle BAH=\arcsin\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

（3）因为 $BH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $V_{B-AA_2C_2C}=\dfrac{1}{3}S_{AA_2C_2C}\cdot BH$

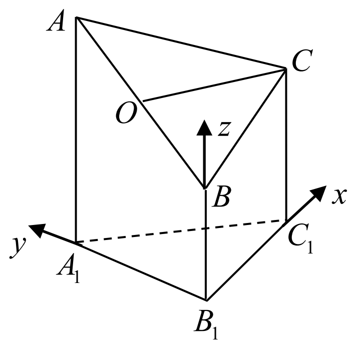
$=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}(1+2)\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{2}$

$V_{A_1B_1C_1-A_2BC_2}=S_{\Delta A_1B_1C_1}\cdot BB_1=\dfrac{1}{2}\cdot 2=1$

所求几何体的体积为 $V=V_{B-AA_2C_2C}+V_{A_1B_1C_1-A_2BC_2}=\dfrac{3}{2}$.

解法二：

（1）证明：如图，以 B_1 为原点建立空间直角坐标系，则 $A(0,1,4)$， $B(0,0,2)$， $C(1,0,3)$，



因为 O 是 AB 的中点，所以 $O\left(0,\dfrac{1}{2},3\right)$，

$\overrightarrow{OC}=\left(1,-\dfrac{1}{2},0\right)$，

易知，$\vec{n}=(0,0,1)$ 是平面 $A_1B_1C_1$ 的一个法向量.

由 $\overrightarrow{OC}\cdot\vec{n}=0$ 且 $OC\not\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$ 知 $OC\parallel$ 平面 $A_1B_1C_1$.

（2）设 AB 与面 AA_1C_1C 所成的角为 θ.

求得 $\overrightarrow{A_1A}=(0,0,4)$， $\overrightarrow{A_1C_1}=(1,-1,0)$.

设 $\vec{m}=(x,\ y,\ z)$ 是平面 AA_1C_1C 的一个法向量，则由 $\begin{cases}\overline{A_1A}\cdot\overline{m}=0\\ \overline{A_1C_1}\cdot\overline{m}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}z=0\\ x-y=0\end{cases}$，

取 $x=y=1$ 得：$\vec{m}=(1,1,0)$.

又因为 $\overrightarrow{AB}=(0,-1,-2)$

所以，$\cos < \overrightarrow{m}$，$\overrightarrow{AB} >= \dfrac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{m}|\cdot|\overrightarrow{AB}|} = -\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ 则 $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$．

所以 AB 与面 AA_1C_1C 所成的角为 $\arcsin\dfrac{\sqrt{10}}{10}$．

（3）同解法一

21．解：（1）由已知条件得 $a_n = 1\bullet\left(\dfrac{a_2}{a_1}\right)^{n-1} = 3^{n-1}$，

因为 $3^6 < 2007 < 3^7$，所以，使 $a_n \geqslant 2007$ 成立的最小自然数 $n = 8$．

（2）因为 $T_{2n} = \dfrac{1}{1} - \dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{3^2} - \dfrac{4}{3^3} + \cdots - \dfrac{2n}{3^{2n-1}}$，…………①

$\dfrac{1}{3}T_{2n} = \dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{3^2} + \dfrac{3}{3^3} - \dfrac{4}{3^4} + \cdots + \dfrac{2n-1}{3^{2n-1}} - \dfrac{2n}{3^{2n}}$，…………②

①＋②得：$\dfrac{4}{3}T_{2n} = 1 - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3^2} - \dfrac{1}{3^3} + \cdots - \dfrac{1}{3^{2n-1}} - \dfrac{2n}{3^{2n}}$

$$= \frac{1 - \frac{1}{3^{2n}}}{1 + \frac{1}{3}} - \frac{2n}{3^{2n}}$$

$$= \frac{3\cdot 3^{2n} - 3 - 8n}{4\cdot 3^{2n}}$$

所以 $T_{2n} = \dfrac{3^{2n+2} - 9 - 24n}{16\bullet 3^{2n}}$．

22．解：（1）在 $\triangle PF_1F_2$ 中，$|F_1F_2| = 2$

$4 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2\cos 2\theta = (d_1 - d_2)^2 + 4d_1d_2\sin^2\theta$

$(d_1 - d_2)^2 = 4 - 4\lambda$

$|d_1 - d_2| = 2\sqrt{1-\lambda}$（小于 2 的常数）

故动点 P 的轨迹 C 是以 F_1，F_2 为焦点，实轴长 $2a = 2\sqrt{1-\lambda}$ 的双曲线．

方程为 $\dfrac{x^2}{1-\lambda} - \dfrac{y^2}{\lambda} = 1$．

（2）方法一：在 $\triangle AF_1B$ 中，设 $|AF_1| = d_1$，$|AF_2| = d_2$，$|BF_1| = d_3$，$|BF_2| = d_4$．

假设 $\triangle AF_1B$ 为等腰直角三角形，则

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = 2a \cdots ① \\ d_3 - d_4 = 2a \cdots ② \\ d_3 = d_4 + d_2 \cdots ③ \\ d_1 = \sqrt{2} d_3 \cdots ④ \\ d_3 d_4 \sin^2 \frac{\pi}{4} = \lambda \cdots ⑤ \end{cases}$$

由②与③得 $d_2 = 2a$，

则$\begin{cases} d_1 = 4a \\ d_3 = 2\sqrt{2}a \\ d_4 = d_3 - 2a = 2(\sqrt{2}-1)a \end{cases}$

由⑤得 $d_3 d_4 = 2\lambda$，

$$4\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)a^2 = 2\lambda$$

$$(8-4\sqrt{2})(1-\lambda) = 2\lambda,$$

$$\lambda = \frac{12-2\sqrt{2}}{17} \in (0,1)$$

故存在 $\lambda = \frac{12-2\sqrt{2}}{17}$ 满足题设条件.

方法二：（1）设 $\triangle AF_1B$ 为等腰直角三角形，依题设可得

$$\begin{cases} |AF_1| \cdot |AF_2| \cdot \sin^2 \frac{\pi}{8} = \lambda \\ |BF_1| \cdot |BF_2| \cdot \sin^2 \frac{\pi}{4} = \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |AF_1| \cdot |AF_2| = \frac{2\lambda}{1-\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{2\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{2}-1}, \\ |BF_1| \cdot |BF_2| = 2\lambda \end{cases}$$

所以 $S_{\triangle AF_1F_2} = \frac{1}{2}|AF_1| \bullet |AF_2| \sin\frac{\pi}{4} = (\sqrt{2}+1)\lambda$，$S_{\triangle BF_1F_2} = \frac{1}{2}|BF_1| \bullet |BF_2| = \lambda$.

则 $S_{\triangle AF_1B} = (2+\sqrt{2})\lambda$. ①

由 $\frac{S_{\triangle AF_1F_2}}{S_{\triangle BF_1F_2}} = \frac{|AF_2|}{|BF_2|} = \sqrt{2}+1$，可设 $|BF_2| = d$，

则 $|AF_2| = (\sqrt{2}+1)d$，$|BF_1| = |AB| = (2+\sqrt{2})d$.

则 $S_{\triangle AF_1B}=\frac{1}{2}|AB|^2=\frac{1}{2}(2+\sqrt{2})^2d^2$．②

由①②得 $(2+\sqrt{2})d^2=2\lambda$．③

根据双曲线定义 $|BF_1|-|BF_2|=2a=2\sqrt{1-\lambda}$ 可得，$(\sqrt{2}+1)d=2\sqrt{1-\lambda}$．

平方得：$(\sqrt{2}+1)^2d^2=4(1-\lambda)$．④

由③④消去 d 可解得，$\lambda=\frac{12-2\sqrt{2}}{17}\in(0,1)$

故存在 $\lambda=\frac{12-2\sqrt{2}}{17}$ 满足题设条件.