2000年海南高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷1至2页。第Ⅱ卷3至8页。共150分。考试时间120分钟。

第Ⅰ卷（选择题60分）

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目用铅笔涂写在答题卡上。

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答，不能答在试题卷上。

3．考试结束，监考人将本试卷和答题卡一并收回。

参考公式：

三角函数的积化和差公式　　　　　　正棱台、圆台的侧面积公式

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$　　　　$S_{台侧}=\frac{1}{2}(c'+c)l$

$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$　　　　其中c′、c分别表示上、下底面周长，l表示斜高或母线长

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$　　　　$V_{台体}=\frac{1}{3}(S'+\sqrt{S'S}+S)h$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$　　　　其中S′、S分别表示上、下底面积，h表示高

一、选择题：本大题共12分，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）设集合A={x|x∈Z且-10≤x≤-1}，B={x|x∈Z且|x|≤5}，则A∪B中的元素个数是

（A）11　　（B）10　　（C）16　　（D）15

（2）在复平面内，把复数$3-\sqrt{3}i$对应的向量按顺时针方向旋转$\frac{\pi}{3}$，所得向量对应的复数是

(A) $2\sqrt{3}$　　(B) $-2\sqrt{3}i$　　(C) $\sqrt{3}-3i$　　(D) $3+\sqrt{3}i$

（3）一个长方体共一顶点的三个面的面积分别是 $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{6}$，这个长方体对角线的长是

(A) $2\sqrt{3}$　　(B) $3\sqrt{2}$　　(C) 6　　(D) $\sqrt{6}$

（4）已知 sinα>sinβ，那么下列命题成立的是

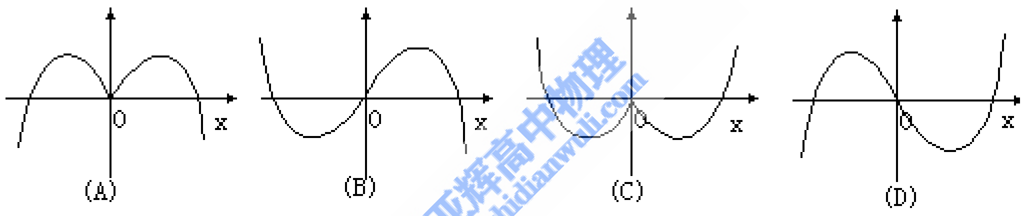
(A) 若α、β是第一象限角，则 cosα>cosβ

(B) 若α、β是第二象限角，则 tgα>tgβ

(C) 若α、β是第三象限角，则 cosα>cosβ

(D) 若α、β是第四象限角，则 tgα>tgβ

（5）函数 y=-xcosx 的部分图象是



（6）《中华人民共和国个人所得税法》规定，公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税，超过 800 元的部分为全月应纳税所得额，此项税款按下表分希累进计算。

全月应纳税所得额	税率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元至 2000 元的部分	10%
超过 2000 元至 5000 元的部分	15%
…	…

某人一月份应交纳此项税款 26.78 元，则他的当月工资、薪金所得介于

(A) 800～900 元　(B) 900～1200 元　(C) 1200～1500 元　(D) 1500～2800 元

（7）若 a>b>1，$P=\sqrt{\lg a\cdot\lg b},Q=\frac{1}{2}(\lg a+\lg b),R=\lg(\frac{a+b}{2})$，则

（A）R<P<Q　　（B）P<Q<R　　（C）Q<P<R　　（D）P<R<Q

（8）已知两条直线l_1: $y=x$，l_2: $ax-y=0$，其中 a 为实数。当这两条直线的夹角在$(0,\frac{\pi}{12})$内变动时，a 的取值范围是

（A）（0，1）　　（B）$(\frac{\sqrt{3}}{3},\sqrt{3})$　　（C）$(\frac{\sqrt{3}}{3},1)\cup(1,\sqrt{3})$　　（D）$(1,\sqrt{3})$

（9）一个圆柱的侧面展开图是一个正方形，这个圆柱的全面积与侧面积的比是

（A）$\frac{1+2\pi}{2\pi}$　　（B）$\frac{1+4\pi}{4\pi}$　　（C）$\frac{1+2\pi}{\pi}$　　（D）$\frac{1+4\pi}{2\pi}$

（10）过原点的直线与圆$x^2+y^2+4x+3=0$相切，若切点在第三象限，则该直线的方程是

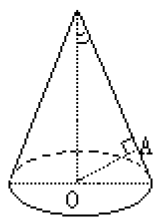
（A）$y=\sqrt{3}x$　　（B）$y=-\sqrt{3}x$　　（C）$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　（D）$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$

（11）过抛物线$y=ax^2$（a>0）的焦点 F 作一直线交抛物线于 P、Q 两点，若线段 PF 与 FQ 的长分别是 p、q，则$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}$等于

（A）2a　　（B）$\frac{1}{2a}$　　（C）4a　　（D）$\frac{4}{a}$

（12）如图，OA 是圆锥底面中心 O 到母线的垂线，OA 绕轴旋转一周所得曲面将圆锥分成体积相等的两部分，则母线与轴的夹角为

（A）$\arccos\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$　　（B）$\arccos\frac{1}{2}$　　（C）$\arccos\frac{1}{\sqrt{2}}$　　（D）$\arccos\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$



2000年普通高等学校招生全国统一考试

数 学（文史类）

第II卷（非选择题共90分）

注意事项：

1．第II卷共6页，用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷中。

2．答卷前将密封线内的项目填写清楚。

题号	二	三						总分
		17	18	19	20	21	22	
分数								

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。把答案填在题中横线上。

（13）乒乓球队的10名队员中有3名主力队员，派5名参加比赛，3名主力队员要安排在第一、第三、五位置，其余7名队员选2名安排在第二、四位置，那么不同的出场安排共有_________种（用数字作答）

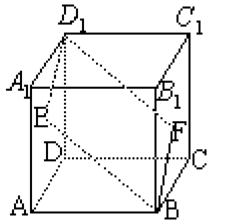
（14）椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{r^2}{4}=1$的焦点为$F_1$、$F_2$，点P为其上的动点。当$\angle F_1PF_2$为钝角时，点P横坐标的取值范围是___________________。

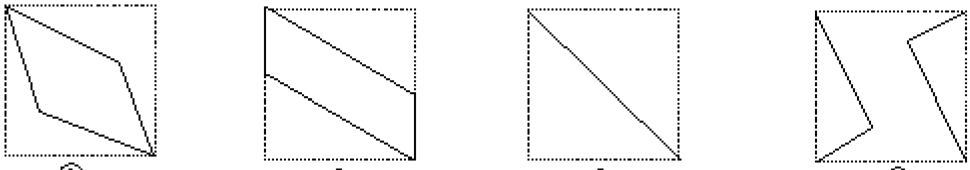
（15）设$\{a_n\}$是首项为1的正项数列，且$(n+1)a_{n+1}^2-na_n^2+a_{n+1}a_n=0$（n=1，2，3…），则它的通项公式是$a_n=$_________。

（16）如图，E、F分别为正方体的面ADD_1A_1、面BCC_1B_1的中心，则四边形BFD_1E在该正方体的面上的射影可能是___________________。

都

（要求：把可能的图的序号 ▪ 填上）





①　　②　　③　　④

三、解答题：本大题共 16 小题，共 74 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17（本小题满分 12 分）

已知函数 $y=\sqrt{3}\sin x+\cos x$，$x\in R$

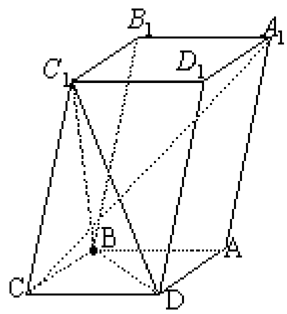
（I）当函数 y 取得最大值时，求自变量 x 的集合；

（II）该函数的图象可由 y=sinx（x∈R）的图象经过怎样的平移和伸缩变换得到？

（18）（本小题满分 12 分）

设 $\{a_n\}$ 为等差数列，S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,已知 $S_7=7$，$S_{15}=75$，T_n 为数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 的前 n 项和，求 T_n。

（19）（本小题满分 12 分）



如图，已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 ABCD 是菱形，且 $\angle C_1CB=\angle C_1CD=\angle BCD=60°$

（I）证明：$C_1C\perp BD$；

（II）当 $\frac{CD}{CC_1}$ 的值为多少时，能使 $A_1C\perp$平面 C_1BD？请给出证明。

（20）（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=\sqrt{x^2+1}-ax$，其中 a>0。

（I）解不等式 $f(x)\leqslant 1$；

（II）证明：当 $a\geqslant 0$ 时，函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是单调函数。

（21）（本小题满分 12 分）

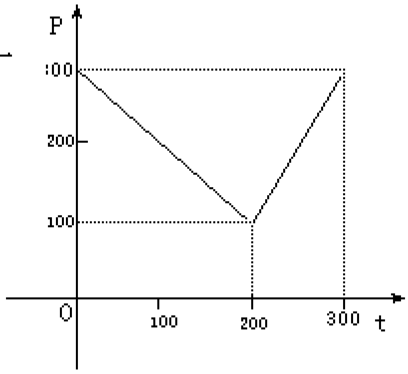
某蔬菜基地种植西红柿，由历年市场行情得知，从二月一日起的 300 天内，西红柿市场售价与上市时间的关系用图一的一条折线表示；西红柿的种植成本与上市时间的关系用图二的抛物线段表示。

（I）写出图一表示的市场售价与时间的函数关系 $P=f(t)$；

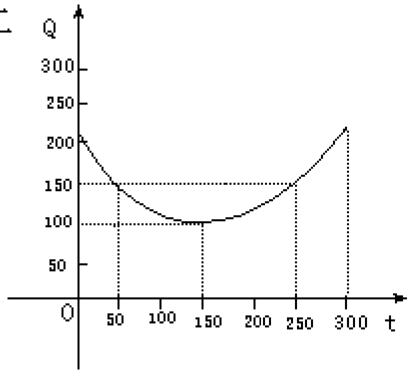
写出图二表求援 种植成本与时间的函数关系式 $Q=g(t)$；

（II）认定市场售价减去种植成本为纯收益，问何时上市的西红柿纯收益最大？

图一



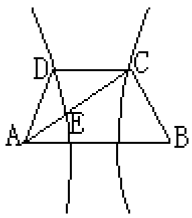
图二



（注：市场售价和种植成本的单位：元/10^2kg，时间单位：天）

（22）（本小题满分 14 分）

如图，已知梯形 ABCD 中 $|AB|=2|CD|$，点 E 分有向线段 $\overline{AC}$ 所成的比为 $\frac{8}{11}$，双曲线过 C、D、E 三点，且以 A、B 为焦点。求双曲线的离心率。



2000 年普通高等学校招生全国统一考试

数学试题（文史类）参考解答及评分标准

说明：

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。

二、对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 5 分，满分 60 分。

（1）C　（2）B　（3）D　（4）D　（5）D　（6）C

（7）B　（8）C　（9）A　（10）C　（11）C　（12）D

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，满分 60 分。

（13）252　（14）$-\frac{3}{\sqrt{5}}<x<\frac{3}{\sqrt{5}}$　（15）$\frac{1}{n}$　（16）②③

三、解答题

（17）本小题主要考查三角函数的图象和性质，考查利用三角公式进行恒等变形的技能以及运算能力。满分 12 分。

解：（I）

$$\begin{aligned}y&=\sqrt{3}\sin x+\cos x\\&=2(\sin x\cos\frac{\pi}{6}+\cos x\sin\frac{\pi}{6})\\&=2\sin(x+\frac{\pi}{6}),\quad x\in R\end{aligned}$$

……………………3 分

y 取得最大值必须且只需

$$x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$$

即 $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in Z$

所以，当函数 y 取得最大值时，自变量 x 的集合为

$\{x \mid x=\frac{\pi}{3}+2k\pi, k\in Z\}$ ……………………6 分

（II）变换的步骤是：

（1）把函数 y=sinx 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$，得到函数 $y=\sin(x+\frac{\pi}{6})$ 的图象；…………9 分

（2）令所得到的图象上各点横坐标不变，把纵坐标伸长到原来的 2 倍，得到函数 $y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$ 的图象；

经过这样的变换就得到函数 $y=\sqrt{3}\sin x+\cos x$ 的图象。……………12 分

（18）本小题主要考查等差数列的基础知识和基本技能，运算能力，满分 12 分。

解：设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则

$S_n = na_1+\frac{1}{2}n(n-1)d$

$\because S_7=7$，$S_{15}=75$

$\therefore \begin{cases} 7a_1+21d=7 \\ 15a_1+105d=75 \end{cases}$ ……………………6 分

即 $\therefore \begin{cases} a_1+3d=1 \\ a_1+7d=5 \end{cases}$

解得 $a_1=-2$，d=1 ………………………8 分

$\therefore \frac{S_n}{n}=a_1+\frac{1}{2}(n-1)d=-2+\frac{1}{2}(n-1)$

$\because \frac{S_{n+1}}{n+1}-\frac{S_n}{n}=\frac{1}{2}$

∴数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 是等差数列，其首项为-2，公差为 $\frac{1}{2}$

$\therefore T_n=\frac{1}{4}n^2-\frac{9}{4}n$ ……………………12 分

（19）本小题主要考查直线与直线、直线与平面的关系，逻辑推理能力，满分 12 分。

（I）证明：连结A_1C_1、AC，AC 和 BD 交于 0，连结C_1O

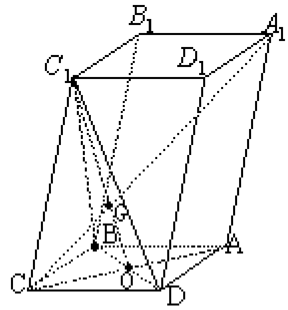
∵四边形 ABCD 是菱形

∴AC⊥BD，BC=CD

又$\because \angle BCC_1=\angle DCC_1, C_1C=C_1C$

$\therefore \Delta C_1BC\cong\Delta C_1DC$

$\therefore C_1B=C_1D$



∵DO=OB

$\therefore C_1O\perp BD$ …………………3 分

但 AC⊥BD，$AC\cap C_1O=O$

$\therefore C_1C\perp BD \therefore BD\perp$平面$AC_1$

又$C_1C\subset$平面AC_1 ……………………6 分

（II）当$\frac{CD}{CC_1}=1$时，能使$A_1C\perp$平面C_1BD

证明一：

$\because \frac{CD}{CC_1}=1$

$\therefore BC=CD=C_1C$

又$\angle BCD=\angle C_1CB=\angle C_1CD$

由此可推得$BD=C_1B=C_1D$

∴三棱锥$C-C_1BD$是正三棱锥。……………………9 分

设A_1C与C_1O相交于 G.

∵$A_1C_1 /\!/ AC$，且$A_1C_1:OC=2:1$

$\therefore C_1O:GO=2:1$

又C_1O是正三角形C_1BD的 BD 边上的高和中线,

∴点 G 是正三角形C_1BD的中心。

$\therefore CG\perp$平面C_1BD

即$A_1C\perp$平面C_1BD。 ……………………12 分

证明二：

由（I）知，$BD\perp$平面AC_1

∵$A_1C\subset$平面AC_1，$\therefore BD\perp A_1C$。……………………9 分

当$\frac{CD}{CC_1}=1$时，平行六面体的六个面是全等的菱形。

同$BD\perp AC_1$的证法可得$BC_1\perp A_1C$

又$BD\perp BC_1=B$

$\therefore A_1C\perp$平面C_1BD ……………………12 分

（20）本小题主要考查不等式的解法、函数的单调性等基本知识，分数计论的数学思想方法和运算、推理能力。满分 12 分。

解：（I）不等式 f(x)≤1 即

$\sqrt{x^2+1}\le 1+ax$，

由此得 1≤1+ax，即 ax≥0，其中常数 a>0

所以，原不等式等价于

$$\begin{cases}x^2+1\le(1+ax)^2\\x\ge 0\end{cases}$$

即 $\begin{cases}x\ge 0\\(a^2-1)x+2a\ge 0\end{cases}$ ………………………3 分

所以，当 0<a<1 时，所给不等式的解集为 $\{x\,|\,0\le x\le\dfrac{2a}{1-a^2}\}$；

当 a≥1 时，所给不等式的解集为{x|x≥0} ………………………6 分

（II）证明：在区间[0，+∞)上任取 x_1、x_2，使得 $x_1<x_2$

$$\begin{aligned}f(x_1)-f(x_2)&=\sqrt{x_1^2+1}-\sqrt{x_2^2+1}-a(x_1-x_2)\\&=\frac{x_1^2-x_2^2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}-a(x_1-x_2)\\&=(x_1-x_2)\left(\frac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}-a\right)\end{aligned}$$

………………………9 分

$\because\dfrac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}<1$，且 a≥1

$\therefore\dfrac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1^2+1}+\sqrt{x_2^2+1}}-a<0$

又 $x_1-x_2<0$

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$

即 $f(x_1)>f(x_2)$

所以，当 a≥1 时，函数 f(x)在区间[0，+∞)上是单调递减函数。 ……………………12 分

（21）本小题主要考查由函数图象建立函数关系式和求函数最大值的问题，考查运用所学知识解决实际问题的能力，满分 12 分。

解：（I）由图一可得市场售价与时间的函数关系为

$$f(t)=\begin{cases}300-t, & 0\le t\le 200\\ 2t-300, & 200<t\le 300\end{cases}$$

……………………2 分

由图二可得种植成本与时间的函数关系为

$$g(t)=\frac{1}{200}(t-150)^2+100,\ 0\le t\le 300$$

……………………4 分

（II）设 t 时刻的纯收益为 h(t)，则由题意得

h(t)=f(t)-g(t)

即 $$h(t)=\begin{cases}-\frac{1}{200}t^2+\frac{1}{2}t+\frac{175}{2}, & 0\le t\le 200\\ -\frac{1}{200}t^2+\frac{2}{7}t-\frac{1025}{2}, & 200<t\le 300\end{cases}$$

……………………6 分

当 0≤t≤200 时，配方整理得

$$h(t)=-\frac{1}{200}(t-50)^2+100$$

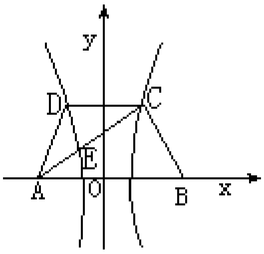
所以，当 t=50 时，h(t)取得区间[0，200]上的最大值 100；

当 200<t≤300 时，配方整理得

$$h(t)=-\frac{1}{200}(t-350)^2+100$$

所以，当 t=300 时，h(t)取得区间[200，300]上的最大值 87.5。 ……………………10 分

综上，由 100>87.5 可知，h(t)在区间[0，300]上可以取得最大值 100，此时 t=50，即从二月一日开始的第 50 天时，上市的西红柿纯收益最大。 ……………………12 分



（22）本小题主要考查坐标法、定比分点坐标公式、双曲线的概念和性质，推理、运算能力和综合应用数学知识解决问题的能力，满分 14 分。

解：如图，以 AB 的垂直平分线为 y 轴，直线 AB 为 x 轴，建立直角坐标系 xOy，则 CD⊥y 轴。

因为双曲线经过点 C、D，且以 A、B 为焦点，由双曲线的对称性知 C、D 关于 x 轴对称。

………………2 分

依题意，记 A（-c，0），$C(\frac{c}{2},h)$，B（c,0），其中 c 为双曲线的半焦距，$c=\frac{1}{2}|AB|$，h 是梯形的高。

由定比分点坐标公式，得点 E 的坐标为

$$x_E=\frac{-c+\frac{8}{11}\times\frac{c}{2}}{1+\frac{8}{11}}=-\frac{7}{19}c$$

$$y_E=\frac{0+\frac{8}{11}\times h}{1+\frac{8}{11}}=\frac{8}{19}h$$

。

设双曲线的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{r^2}{b^2}=1$，则离心率$e=\frac{c}{a}$。

由点 C、E 在双曲线上，得

$$\begin{cases}\frac{1}{4}\cdot\frac{c^2}{a^2}-\frac{h^2}{b^2}=1 & ① \\ \frac{49}{361}\cdot\frac{c^2}{a^2}-\frac{64}{361}\cdot\frac{h^2}{b^2}=1 & ②\end{cases}$$

……………………10 分

由①式得$\frac{h^2}{b^2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{c^2}{a^2}-1$代入②式得$\frac{c^2}{a^2}=9$

所以，离心率$e=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=3$ ……………………14 分