

2010年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x \mid \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. (5分) 平面向量 \vec{a}, \vec{b} , 已知 $\vec{a} = (4, 3)$, $2\vec{a} + \vec{b} = (3, 18)$, 则 \vec{a}, \vec{b} 夹角的余弦值等于 ()

- A. $\frac{8}{65}$ B. $-\frac{8}{65}$ C. $\frac{16}{65}$ D. $-\frac{16}{65}$

3. (5分) 已知复数 $z = \frac{\sqrt{3} + i}{(1 - \sqrt{3}i)^2}$, 则 $|z| =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

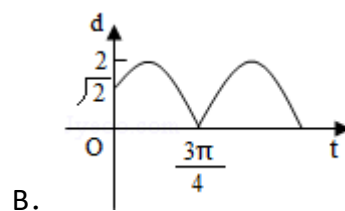
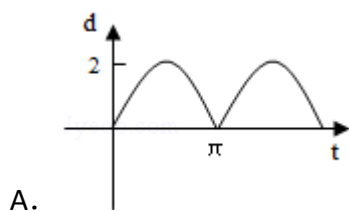
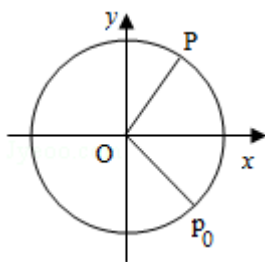
4. (5分) 曲线 $y = x^3 - 2x + 1$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为 ()

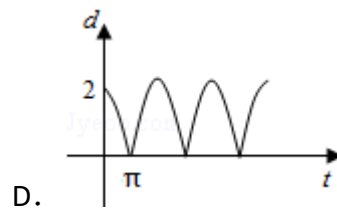
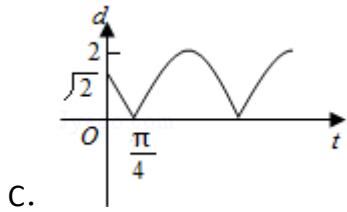
- A. $y = x - 1$ B. $y = -x + 1$ C. $y = 2x - 2$ D. $y = -2x + 2$

5. (5分) 中心在原点，焦点在 x 轴上的双曲线的一条渐近线经过点 $(4, 2)$, 则它的离心率为 ()

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

6. (5分) 如图，质点 P 在半径为2的圆周上逆时针运动，其初始位置为 $P_0(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$, 角速度为1, 那么点 P 到 x 轴距离 d 关于时间 t 的函数图象大致为 ()

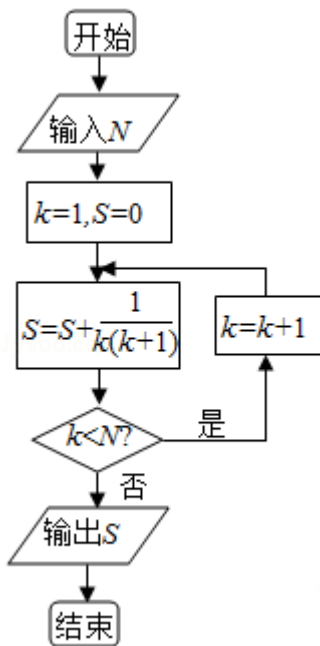




7. (5分) 设长方体的长、宽、高分别为 $2a$ 、 a 、 a ，其顶点都在一个球面上，则该球的表面积为 ()

- A. $3\pi a^2$ B. $6\pi a^2$ C. $12\pi a^2$ D. $24\pi a^2$

8. (5分) 如果执行如图的框图，输入 $N=5$ ，则输出的数等于 ()



- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

9. (5分) 设偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = 2^x - 4 (x \geq 0)$ ，则 $\{x | f(x-2) > 0\} =$ ()

- A. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 4\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$
 C. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 6\}$ D. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$

10. (5分) 若 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ， α 是第三象限的角，则 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ ()

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ B. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{10}$

11. (5分) 已知 $\square ABCD$ 的三个顶点为 $A(-1, 2)$ ， $B(3, 4)$ ， $C(4, -2)$ ，点 (x, y) 在 $\square ABCD$ 的内部，则 $z = 2x - 5y$ 的取值范围是 ()

- A. $(-14, 16)$ B. $(-14, 20)$ C. $(-12, 18)$ D. $(-12, 20)$

12. (5分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\lg x|, & 0 < x \leq 10 \\ -\frac{1}{2}x + 6, & x > 10 \end{cases}$, 若 a, b, c 互不相等, 且 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 abc 的取值范围是 ()
- A. (1, 10) B. (5, 6) C. (10, 12) D. (20, 24)

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分.

13. (5分) 圆心在原点上与直线 $x+y-2=0$ 相切的圆的方程为_____.
14. (5分) 设函数 $y=f(x)$ 为区间 $(0, 1]$ 上的图象是连续不断的一条曲线, 且恒有 $0 \leq f(x) \leq 1$, 可以用随机模拟方法计算由曲线 $y=f(x)$ 及直线 $x=0, x=1, y=0$ 所围成部分的面积 S , 先产生两组 (每组 N 个), 区间 $(0, 1]$ 上的均匀随机数 x_1, x_2, \dots, x_n 和 y_1, y_2, \dots, y_n , 由此得到 N 个点 (x, y) ($i=1, 2, \dots, N$). 再数出其中满足 $y_i \leq f(x)$ ($i=1, 2, \dots, N$) 的点数 N_1 , 那么由随机模拟方法可得 S 的近似值为_____.
15. (5分) 一个几何体的正视图为一个三角形, 则这个几何体可能是下列几何体中的_____
- (填入所有可能的几何体前的编号) ①三棱锥 ②四棱锥 ③三棱柱 ④四棱柱 ⑤圆锥 ⑥圆柱.
16. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边上一点, $BC=3BD, AD=\sqrt{2}, \angle ADB=135^\circ$. 若 $AC=\sqrt{2}AB$, 则 $BD=_____$.

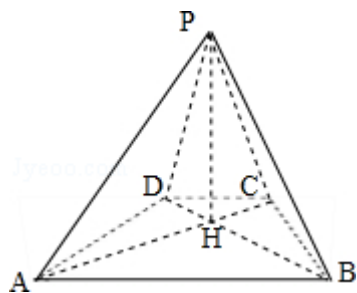
三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3=5, a_{10}=-9$.
- (I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 及使得 S_n 最大的序号 n 的值.

18. (10分) 如图, 已知四棱锥P - ABCD的底面为等腰梯形, $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, 垂足为H, PH是四棱锥的高.

(I) 证明: 平面PAC \perp 平面PBD;

(II) 若 $AB = \sqrt{6}$, $\angle APB = \angle ADB = 60^\circ$, 求四棱锥P - ABCD的体积.



19. (10分) 为调查某地区老年人是否需要志愿者提供帮助, 用简单随机抽样方法从该地区调查了500位老年人, 结果如表:

性别	男	女
是否需要志愿者		
需要	40	30
不需要	160	270

(1) 估计该地区老年人中, 需要志愿者提供帮助的比例;

(2) 能否有99%的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关?

(3) 根据(2)的结论, 能否提出更好的调查方法来估计该地区的老年人中需要志愿者提供帮助的老年人比例? 说明理由.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
	3.841	6.635	10.828

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

20. (10分) 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < 1$) 的左、右焦点, 过 F_1

的直线 l 与 E 相交于 A, B 两点, 且 $|AF_2|, |AB|, |BF_2|$ 成等差数列.

(I) 求 $|AB|$;

(II) 若直线 l 的斜率为1, 求 b 的值.

21. 设函数 $f(x) = x(e^x - 1) - ax^2$

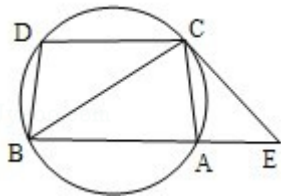
(I) 若 $a = \frac{1}{2}$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若当 $x \geq 0$ 时 $f(x) \geq 0$, 求 a 的取值范围.

22. (10分) 如图: 已知圆上的弧 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, 过 C 点的圆的切线与 BA 的延长线交于 E 点, 证明:

(I) $\angle ACE = \angle BCD$.

(II) $BC^2 = BE \cdot CD$.



23. (10分) 已知直线 $C_1 \begin{cases} x=1+t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数), $C_2 \begin{cases} x=\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)

,

(I) 当 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 时, 求 C_1 与 C_2 的交点坐标;

(II) 过坐标原点 O 做 C_1 的垂线, 垂足为 A , P 为 OA 中点, 当 α 变化时, 求 P 点的轨迹的参数方程, 并指出它是什么曲线.

24. (10分) 设函数 $f(x) = |2x - 4| + 1$.

(I) 画出函数 $y=f(x)$ 的图象;

(II) 若不等式 $f(x) \leq ax$ 的解集非空, 求 a 的取值范围.