

2005 年云南高考文科数学真题及答案

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。共 150 分。考试时间 120 分钟。

第 I 卷

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A、B 相互独立，那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，那么

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径，

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题：每小题 5 分，共 60 分。

1. 已知 α 为第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是 ()

- A. 第一或第二象限 B. 第二或第三象限
C. 第一或第三象限 D. 第二或第四象限

2. 已知过点 A(-2, m) 和 B(m, 4) 的直线与直线 $2x+y-1=0$ 平行，则 m 的值为 ()

- A. 0 B. -8 C. 2 D. 10

3. 在 $(x-1)(x+1)^8$ 的展开式中 x^5 的系数是 ()

- A. -14 B. 14 C. -28 D. 28

4. 设三棱柱 ABC-A₁B₁C₁ 的体积为 V，P、Q 分别是侧棱 AA₁、CC₁ 上的点，且 PA=QC₁，则四棱锥 B-APQC 的体积为 ()

- A. $\frac{1}{6}V$ B. $\frac{1}{4}V$ C. $\frac{1}{3}V$ D. $\frac{1}{2}V$

5. 设 $3^x = \frac{1}{7}$ ，则 ()

- A. $-2 < x < -1$ B. $-3 < x < -2$ C. $-1 < x < 0$ D. $0 < x < 1$

6. 若 $a = \frac{\ln 2}{2}, b = \frac{\ln 3}{3}, c = \frac{\ln 5}{5}$ ，则 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

7. 设 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，且 $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sin x - \cos x$ ，则 ()

- A. $0 \leq x \leq \pi$ B. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{7\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

8. $\frac{2 \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos 2\alpha} =$ ()

- A. $\tan \alpha$ B. $\tan 2\alpha$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

9. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 的焦点为 F₁、F₂，点 M 在双曲线上且 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$ ，则点 M 到

x 轴的距离为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

10. 设椭圆的两个焦点分别为 F_1 、 F_2 ，过 F_2 作椭圆长轴的垂线交椭圆于点 P，若 $\triangle F_1PF_2$ 为等腰直角三角形，则椭圆的离心率是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ C. $2-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}-1$

11. 不共面的四个定点到平面 α 的距离都相等，这样的平面 α 共有 ()

- A. 3 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 7 个

12. 计算机中常用十六进制是逢 16 进 1 的计数制，采用数字 0~9 和字母 A~F 共 16 个计数符号，这些符号与十进制的数的对应关系如下表：

16 进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
10 进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

例如，用十六进制表示： $E+D=1B$ ，则 $A \times B=$ ()

- A. 6E B. 72 C. 5F D. B0

第 II 卷

二. 填空题：每小题 4 分，共 (16 分)

13. 经问卷调查，某班学生对摄影分别执“喜欢”、“不喜欢”和“一般”三种态度，其中执“一般”态度的比“不喜欢”态度的多 12 人，按分层抽样方法从全班选出部分学生座谈摄影，如果选出的 5 位“喜欢”摄影的同学、1 位“不喜欢”摄影的同学和 3 位执“一般”态度的同学，那么全班学生中“喜欢”摄影的比全班人数的一半还多_____人.

14. 已知向量 $\overrightarrow{OA}=(k,12), \overrightarrow{OB}=(4,5), \overrightarrow{OC}=(-k,10)$ ，且 A、B、C 三点共线，则 $k=$ _____.

15. 曲线 $y=2x-x^3$ 在点 (1, 1) 处的切线方程为_____.

16. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ，P 是 AB 上的点，则点 P 到 AC、BC 的距离乘积的最大值是_____.

三. 解答题：共 74 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2\sin^2 x + \sin 2x, x \in [0, 2\pi]$. 求使 $f(x)$ 为正值的 x 的集合.

18. (本小题满分 12 分)

设甲、乙、丙三台机器是否需要照顾相互之间没有影响。已知在某一小时内，甲、乙都需要照顾的概率为 0.05，甲、丙都需要照顾的概率为 0.1，乙、丙都需要照顾的概率为 0.125，

(I) 求甲、乙、丙每台机器在这个小时内需要照顾的概率分别是多少；

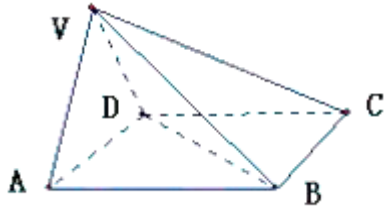
(II) 计算这个小时内至少有一台需要照顾的概率.

19. (本小题满分 12 分)

在四棱锥 $V-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 侧面 VAD 是正三角形, 平面 $VAD \perp$ 底面 $ABCD$.

(I) 证明 $AB \perp$ 平面 VAD ;

(II) 求面 VAD 与面 VDB 所成的二面角的大小.



20. (本小题满分 12 分)

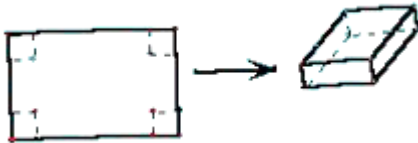
在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 公差 $d \neq 0$, a_2 是 a_1 与 a_4 的等差中项.

已知数列 $a_1, a_3, a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_n}, \dots$ 成等比数列, 求数列 $\{k_n\}$ 的通项 k_n .

21. (本小题满分 12 分)

用长为 90cm, 宽为 48cm 的长方形铁皮做一个无盖的容器, 先在四角分别截去一个小

正方形, 然后把四边翻转 90° 角, 再焊接而成(如图), 问该容器的高为多少时, 容器的容积最大? 最大容积是多少?



22. (本小题满分 14 分)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点在抛物线 $y = 2x^2$ 上, l 是 AB 的垂直平分线,

(I) 当且仅当 $x_1 + x_2$ 取何值时, 直线 l 经过抛物线的焦点 F ? 证明你的结论;

(II) 当 $x_1 = 1, x_2 = -3$ 时, 求直线 l 的方程.

参考答案

一、DBBCA, CCBCD, BA

二、13、3, 14、 $-\frac{2}{3}$, 15、 $x+y-2=0$, 16、12

三、解答题:

17. 解: $\because f(x) = 1 - \cos 2x + \sin 2x \dots\dots\dots 2$ 分 $= 1 + \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) \dots\dots\dots 4$ 分

$$\therefore f(x) > 0 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) > 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{4}) > -\frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} + 2k\pi < 2x - \frac{\pi}{4} < \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\Leftrightarrow k\pi < x < \frac{3\pi}{4} + k\pi \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{又 } x \in [0, 2\pi]. \quad \therefore x \in (0, \frac{3\pi}{4}) \cup (\pi, \frac{7\pi}{4}) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

18. 解：(I) 记甲、乙、丙三台机器在一小时需要照顾分别为事件 A、B、C，……1 分
 则 A、B、C 相互独立，

$$\text{由题意得： } P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0.05$$

$$P(AC) = P(A) \cdot P(C) = 0.1$$

$$P(BC) = P(B) \cdot P(C) = 0.125 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{解得： } P(A) = 0.2; P(B) = 0.25; P(C) = 0.5$$

所以，甲、乙、丙每台机器在这个小时内需要照顾的概率分别是 0.2、0.25、0.5……6 分

(II) \because A、B、C 相互独立， $\therefore \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ 相互独立，……7 分

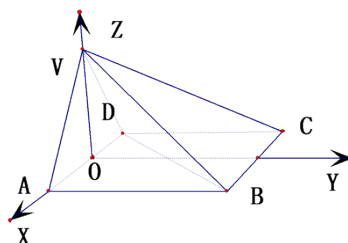
\therefore 甲、乙、丙每台机器在这个小时内需都不需要照顾的概率为

$$P(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) = P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C}) = 0.8 \times 0.75 \times 0.5 = 0.3$$

……10 分

\therefore 这个小时内至少有一台需要照顾的概率为

$$p = 1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) = 1 - 0.3 = 0.7 \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



19. 证明：(I) 作 AD 的中点 O，则 VO \perp 底面 ABCD. ……1 分

建立如图空间直角坐标系，并设正方形边长为 1，……2 分

则 A ($\frac{1}{2}$, 0, 0), B ($\frac{1}{2}$, 1, 0), C ($-\frac{1}{2}$, 1, 0), D ($-\frac{1}{2}$, 0, 0), V (0, 0, $\frac{\sqrt{3}}{2}$),

$$\therefore \overrightarrow{AB} = (0, 1, 0), \overrightarrow{AD} = (1, 0, 0), \overrightarrow{AV} = (-\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{由 } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = (0, 1, 0) \cdot (1, 0, 0) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AV} = (0, 1, 0) \cdot (-\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AV} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

又 $AB \cap AV = A \therefore AB \perp$ 平面 VAD6 分

(II) 由 (I) 得 $\overrightarrow{AB} = (0, 1, 0)$ 是面 VAD 的法向量.....7 分

设 $\vec{n} = (1, y, z)$ 是面 VDB 的法向量, 则

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{VB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1, y, z) \cdot (-\frac{1}{2}, 1, -\frac{\sqrt{3}}{2}) = 0 \\ (1, y, z) \cdot (-1, -1, 0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ z = -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = (1, -1, \frac{\sqrt{3}}{3}) \dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \cos \langle \overrightarrow{AB}, \vec{n} \rangle = \frac{(0, 1, 0) \cdot (1, -1, \frac{\sqrt{3}}{3})}{1 \times \frac{\sqrt{21}}{3}} = -\frac{\sqrt{21}}{7}, \dots\dots 11 \text{ 分}$$

分

又由题意知, 面 VAD 与面 VDB 所成的二面角, 所以其大小为 $\arccos \frac{\sqrt{21}}{7}$ 12 分

20. 解: 由题意得: $a_2^2 = a_1 a_4$ 1 分 即 $(a_1 + d)^2 = a_1(a_1 + 3d)$ 3 分

又 $d \neq 0, \therefore a_1 = d$ 4 分 又 $a_1, a_3, a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_n}, \dots$ 成等比数列,

\therefore 该数列的公比为 $q = \frac{a_3}{a_1} = \frac{3d}{d} = 3$,6 分 所以 $a_{k_n} = a_1 \cdot 3^{n+1}$ 8 分

又 $a_{k_n} = a_1 + (k_n - 1)d = k_n a_1$ 10 分

$\therefore k_n = 3^{n+1}$ 所以数列 $\{k_n\}$ 的通项为 $k_n = 3^{n+1}$ 12 分

21. 解: 设容器的高为 x , 容器的体积为 V ,1 分

则 $V = (90 - 2x)(48 - 2x)x, (0 < V < 24)$ 5 分

$= 4x^3 - 276x^2 + 4320x \quad \therefore V' = 12x^2 - 552x + 4320$ 7 分

由 $V' = 12x^2 - 552x + 4320 = 0$ 得 $x_1 = 10, x_2 = 36$

$\therefore x < 10$ 时, $V' > 0, 10 < x < 36$ 时, $V' < 0, x > 36$ 时, $V' > 0,$

所以, 当 $x = 10, V$ 有极大值 $V(10) = 1960$ 10 分

又 $V(0) = 0, V(24) = 0$,11 分

所以当 $x = 10, V$ 有最大值 $V(10) = 1960$ 12 分

22. 解: (I) \therefore 抛物线 $y = 2x^2$, 即 $x^2 = \frac{y}{2}, \therefore p = \frac{1}{4},$

\therefore 焦点为 $F(0, \frac{1}{8})$ 1 分

(1) 直线 l 的斜率不存在时, 显然有 $x_1 + x_2 = 0$ 3 分

(2) 直线 l 的斜率存在时, 设为 k , 截距为 b

即直线 $l: y=kx+b$ 由已知得:

$$\begin{cases} \frac{y_1+y_2}{2} = k \cdot \frac{x_1+x_2}{2} + b \dots\dots\dots 5 \text{ 分} \\ \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2} = -\frac{1}{k} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x_1^2+2x_2^2}{2} = k \cdot \frac{x_1+x_2}{2} + b \\ \frac{2x_1^2-2x_2^2}{x_1-x_2} = -\frac{1}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1^2+x_2^2 = k \cdot \frac{x_1+x_2}{2} + b \dots\dots\dots 7 \text{ 分} \\ x_1+x_2 = -\frac{1}{2k} \end{cases} \Rightarrow x_1^2+x_2^2 = -\frac{1}{4} + b \geq 0 \Rightarrow b \geq \frac{1}{4}$$

即 l 的斜率存在时, 不可能经过焦点 $F(0, \frac{1}{8})$ 8 分

所以当且仅当 $x_1+x_2=0$ 时, 直线 l 经过抛物线的焦点 F 9 分

(II) 当 $x_1=1, x_2=-3$ 时,

直线 l 的斜率显然存在, 设为 $l: y=kx+b$ 10 分

则由 (I) 得:

$$\begin{cases} x_1^2+x_2^2 = k \cdot \frac{x_1+x_2}{2} + b \\ x_1+x_2 = -\frac{1}{2k} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \cdot \frac{x_1+x_2}{2} + b = 10 \dots\dots\dots 11 \text{ 分} \\ -\frac{1}{2k} = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{4} \dots\dots\dots 13 \text{ 分} \\ b = \frac{41}{4} \end{cases}$$

所以直线 l 的方程为 $y = \frac{1}{4}x + \frac{41}{4}$, 即 $x-4y+41=0$ 14 分