2012年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给同的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（5分）已知集合A={1，2，3，4，5}，B={（x，y）|x∈A，y∈A，x－y∈A}，则B中所含元素的个数为（　　）

A．3　　B．6　　C．8　　D．10

【考点】12：元素与集合关系的判断．

【专题】5J：集合．

【分析】由题意，根据集合B中的元素属性对x，y进行赋值得出B中所有元素，即可得出B中所含有的元素个数，得出正确选项

【解答】解：由题意，x=5时，y=1，2，3，4，

x=4时，y=1，2，3，

x=3时，y=1，2，

x=2时，y=1

综上知，B中的元素个数为10个

故选：D．

【点评】本题考查元素与集合的关系的判断，解题的关键是理解题意，领会集合B中元素的属性，用分类列举的方法得出集合B中的元素的个数．

2．（5分）将2名教师，4名学生分成2个小组，分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动，每个小组由1名教师和2名学生组成，不同的安排方案共有（　　）

A．12种　　B．10种　　C．9种　　D．8种

【考点】D9：排列、组合及简单计数问题．

【专题】11：计算题．

【分析】将任务分三步完成，在每步中利用排列和组合的方法计数，最后利用分步计数原理，将各步结果相乘即可得结果

【解答】解：第一步，为甲地选一名老师，有$C_2^1=2$种选法；

第二步，为甲地选两个学生，有$C_4^2=6$种选法；

第三步，为乙地选1名教师和2名学生，有1种选法

故不同的安排方案共有2×6×1=12种

故选：A．

【点评】本题主要考查了分步计数原理的应用，排列组合计数的方法，理解题意，恰当分步是解决本题的关键，属基础题

3．（5分）下面是关于复数$z=\frac{2}{-1+i}$的四个命题：其中的真命题为（　　），

p_1：$|z|=2$，

p_2：$z^2=2i$，

p_3：z的共轭复数为1+i，

p_4：z的虚部为﹣1．

A．p_2，p_3　　B．p_1，p_2　　C．p_2，p_4　　D．p_3，p_4

【考点】2K：命题的真假判断与应用；A5：复数的运算．

【专题】11：计算题．

【分析】由$z=\frac{2}{-1+i}=\frac{2(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}=-1-i$，知$p_1$：$|z|=\sqrt{2}$，$p_2$：$z^2=2i$，$p_3$：z的共轭复数为﹣1+i，$p_4$：z的虚部为﹣1，由此能求出结果．

【解答】解：$\because z=\frac{2}{-1+i}=\frac{2(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}=-1-i$，

$\therefore p_1$：$|z|=\sqrt{2}$，

p_2：$z^2=2i$，

p_3：z的共轭复数为﹣1+i，

p_4：z的虚部为﹣1，

故选：C．

【点评】本题考查复数的基本概念，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答．

4．（5分）设F_1、F_2是椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点，P为直线$x=\frac{3a}{2}$上一点，△$F_2PF_1$是底角为30°的等腰三角形，则E的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{2}{3}$　　　　C．$\frac{3}{4}$　　　　D．$\frac{4}{5}$

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】利用△F_2PF_1是底角为30°的等腰三角形，可得$|PF_2|=|F_2F_1|$，根据P为直线$x=\frac{3a}{2}$上一点，可建立方程，由此可求椭圆的离心率．

【解答】解：∵△F_2PF_1是底角为30°的等腰三角形，

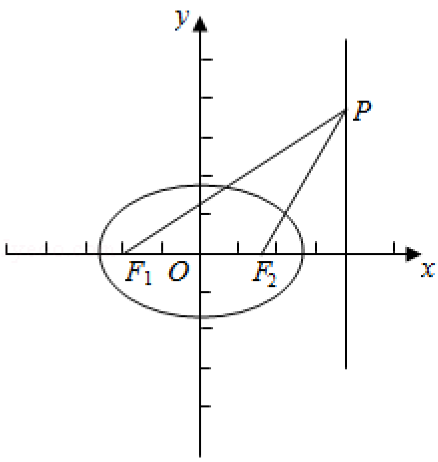
∴$|PF_2|=|F_2F_1|$

∵P为直线$x=\frac{3a}{2}$上一点

∴$2(\frac{3}{2}a-c)=2c$

∴$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{4}$

故选：C．



【点评】本题考查椭圆的几何性质，解题的关键是确定几何量之间的关系，属

于基础题．

5．（5分）已知$\{a_n\}$为等比数列，$a_4+a_7=2$，$a_5a_6=-8$，则$a_1+a_{10}=$（　　）

A．7　　B．5　　C．-5　　D．-7

【考点】87：等比数列的性质；88：等比数列的通项公式．

【专题】11：计算题．

【分析】由$a_4+a_7=2$，及$a_5a_6=a_4a_7=-8$可求a_4，a_7，进而可求公比q，代入等比数列的通项可求a_1，a_{10}，即可

【解答】解：$\because a_4+a_7=2$，由等比数列的性质可得，$a_5a_6=a_4a_7=-8$

$\therefore a_4=4$，$a_7=-2$或$a_4=-2$，$a_7=4$

当$a_4=4$，$a_7=-2$时，$q^3=-\frac{1}{2}$，

$\therefore a_1=-8$，$a_{10}=1$，

$\therefore a_1+a_{10}=-7$

当$a_4=-2$，$a_7=4$时，$q^3=-2$，则$a_{10}=-8$，$a_1=1$

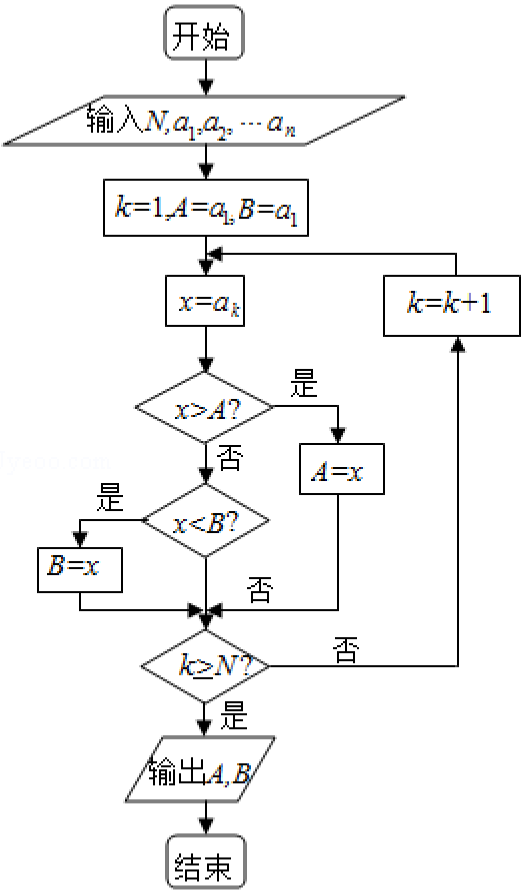
$\therefore a_1+a_{10}=-7$

综上可得，$a_1+a_{10}=-7$

故选：D．

【点评】本题主要考查了等比数列的性质及通项公式的应用，考查了基本运算的能力．

6．（5分）如果执行右边的程序框图，输入正整数N（N≥2）和实数a_1，a_2，…，a_n，输出A，B，则（　　）



A．A+B为a_1，a_2，…，a_n的和

B．$\frac{A+B}{2}$为a_1，a_2，…，a_n的算术平均数

C．A和B分别是a_1，a_2，…，a_n中最大的数和最小的数

D．A和B分别是a_1，a_2，…，a_n中最小的数和最大的数

【考点】E7：循环结构．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是求出a_1，a_2，…，a_n中最大的数和最小的数．

【解答】解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，

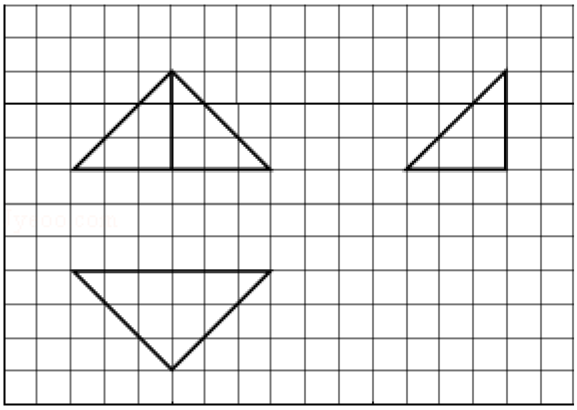
可知，该程序的作用是：求出a_1，a_2，…，a_n中最大的数和最小的数

其中A为a_1，a_2，…，a_n中最大的数，B为a_1，a_2，…，a_n中最小的数

故选：C．

【点评】本题主要考查了循环结构，解题的关键是建立数学模型，根据每一步分析的结果，选择恰当的数学模型，属于中档题.

7.（5分）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，则此几何体的体积为（　　）



A．6　　B．9　　C．12　　D．18

【考点】L!：由三视图求面积、体积.

【专题】11：计算题.

【分析】通过三视图判断几何体的特征，利用三视图的数据求出几何体的体积即可.

【解答】解：该几何体是三棱锥，底面是俯视图，三棱锥的高为3；

底面三角形斜边长为6，高为3的等腰直角三角形，

此几何体的体积为V=$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$×6×3×3=9.

故选：B.

【点评】本题考查三视图与几何体的关系，考查几何体的体积的求法，考查计算能力.

8.（5分）等轴双曲线C的中心在原点，焦点在x轴上，C与抛物线y^2=16x的准线交于点A和点B，|AB|=$4\sqrt{3}$，则C的实轴长为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．8

【考点】KI：圆锥曲线的综合．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】设等轴双曲线C：$x^2-y^2=a^2$（a＞0），$y^2=16x$的准线l：x=﹣4，由C与抛物线$y^2=16x$的准线交于A，B两点，$|AB|=4\sqrt{3}$，能求出C的实轴长．

【解答】解：设等轴双曲线C：$x^2-y^2=a^2$（a＞0），

$y^2=16x$的准线l：x=﹣4，

∵C与抛物线$y^2=16x$的准线l：x=﹣4交于A，B两点，$|AB|=4\sqrt{3}$

∴A（﹣4，$2\sqrt{3}$），B（﹣4，$-2\sqrt{3}$），

将A点坐标代入双曲线方程得$a^2=(-4)^2-(2\sqrt{3})^2=4$，

∴a=2，2a=4．

故选：C．

【点评】本题考查双曲线的性质和应用，解题时要认真审题，仔细解答，注意挖掘题设中的隐含条件，合理地进行等价转化．

9．（5分）已知ω＞0，函数f（x）=sin（$\omega x+\frac{\pi}{4}$）在区间$[\frac{\pi}{2},\pi]$上单调递减，则实数ω的取值范围是（　　）

A．$[\frac{1}{2},\frac{5}{4}]$　　B．$[\frac{1}{2},\frac{3}{4}]$　　C．$(0,\frac{1}{2}]$　　D．（0，2]

【考点】HK：由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】法一：通过特殊值ω=2、ω=1，验证三角函数的角的范围，排除选项，得到结果．

法二：可以通过角的范围，直接推导ω的范围即可．

【解答】解：法一：令：$\omega=2\Rightarrow(\omega x+\frac{\pi}{4})\in[\frac{5\pi}{4},\frac{9\pi}{4}]$不合题意 排除（D）

$\omega=1\Rightarrow(\omega x+\frac{\pi}{4})\in[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$合题意 排除（B）（C）

法二：$\omega(\pi-\frac{\pi}{2})\leqslant\pi\Leftrightarrow\omega\leqslant2$，

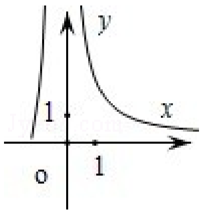
$(\omega x+\frac{\pi}{4})\in[\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4},\ \pi\omega+\frac{\pi}{4}]\subset[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$

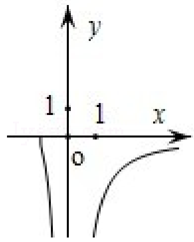
得：$\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4}\geqslant\frac{\pi}{2}$，$\pi\omega+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{3\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\leqslant\omega\leqslant\frac{5}{4}$.

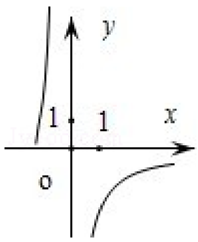
故选：A.

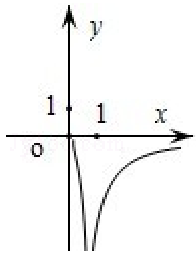
【点评】本题考查三角函数的单调性的应用，函数的解析式的求法，考查计算能力.

10. （5分）已知函数f（x）=$\frac{1}{\ln(x+1)-x}$，则y=f（x）的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【考点】4N：对数函数的图象与性质；4T：对数函数图象与性质的综合应用.

【专题】11：计算题.

【分析】考虑函数f（x）的分母的函数值恒小于零，即可排除A，C，由f（x）的定义域能排除D，这一性质可利用导数加以证明

【解答】解：设$g(x)=\ln(1+x)-x$

则g′（x）=$-\frac{x}{1+x}$

∴g（x）在（﹣1，0）上为增函数，在（0，+∞）上为减函数

∴g（x）＜g（0）=0

∴f（x）=$\frac{1}{g(x)}$＜0

得：x＞0或﹣1＜x＜0均有f（x）＜0排除A，C，

又f（x）=$\frac{1}{\ln(x+1)-x}$中，$\begin{cases}x+1>0\\ \ln(x+1)-x\neq 0\end{cases}$，能排除D.

故选：B.

【点评】本题主要考查了函数解析式与函数图象间的关系，利用导数研究函数性质的应用，排除法解图象选择题，属基础题

11．（5分）已知三棱锥S﹣ABC的所有顶点都在球O的表面上，△ABC是边长为1的正三角形，SC为球O的直径，且SC=2，则此三棱锥的体积为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{6}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{12}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积.

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离.

【分析】根据题意作出图形，利用截面圆的性质即可求出OO_1，进而求出底面ABC上的高SD，即可计算出三棱锥的体积.

【解答】解：根据题意作出图形：

设球心为O，过ABC三点的小圆的圆心为O_1，则OO_1⊥平面ABC，

延长CO_1交球于点D，则SD⊥平面ABC.

∵$CO_1=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$OO_1=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

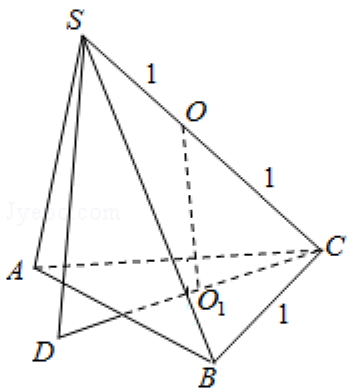
∴高$SD=2OO_1=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

∵△ABC是边长为1的正三角形，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

∴$V_{三棱锥S-ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{6}$.

故选：C.



【点评】本题考查棱锥的体积，考查球内接多面体，解题的关键是确定点S到面ABC的距离．

12．（5分）设点P在曲线$y=\frac{1}{2}e^x$上，点Q在曲线y=ln（2x）上，则|PQ|最小值为（　　）

A．1﹣ln2　　B．$\sqrt{2}(1-\ln 2)$　　C．1+ln2　　D．$\sqrt{2}(1+\ln 2)$

【考点】4R：反函数；IT：点到直线的距离公式．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由于函数$y=\frac{1}{2}e^x$与函数y=ln（2x）互为反函数，图象关于y=x对称，要求|PQ|的最小值，只要求出函数$y=\frac{1}{2}e^x$上的点$P(x,\ \frac{1}{2}e^x)$到直线y=x的距离为$d=\frac{|\frac{1}{2}e^x-x|}{\sqrt{2}}$的最小值，

设g（x）$=\frac{1}{2}e^x-x$，利用导数可求函数g（x）的单调性，进而可求g（x）的最小值，即可求．

【解答】解：∵函数$y=\frac{1}{2}e^x$与函数y=ln（2x）互为反函数，图象关于y=x对称，

函数$y=\frac{1}{2}e^x$上的点$P(x,\ \frac{1}{2}e^x)$到直线y=x的距离为$d=\frac{|\frac{1}{2}e^x-x|}{\sqrt{2}}$，

设g（x）$=\frac{1}{2}e^x-x$（x>0），则$g'(x)=\frac{1}{2}e^x-1$，

由$g'(x)=\frac{1}{2}e^x-1$≥0可得x≥ln2，

由$g'(x)=\frac{1}{2}e^x-1$＜0可得0＜x＜ln2，

∴函数g（x）在（0，ln2）单调递减，在[ln2，+∞）单调递增，

∴当x=ln2时，函数g（x）$_{min}$=1﹣ln2，

$d_{min}=\frac{1-\ln 2}{\sqrt{2}}$，

由图象关于y=x对称得：|PQ|最小值为$2d_{min}=\sqrt{2}(1-\ln 2)$．

故选：B．

【点评】本题主要考查了点到直线的距离公式的应用，注意本题解法中的转化思想的应用，根据互为反函数的对称性把所求的点点距离转化为点线距离，构造很好

二．填空题：本大题共4小题，每小题5分．

13．（5分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角为45°，且$|\vec{a}|=1$，$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{10}$，则$|\vec{b}|$=__$3\sqrt{2}$__．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算；9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】由已知可得，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}|\vec{b}|$，代入$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-\vec{b})^2}=\sqrt{4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{4-2\sqrt{2}|\vec{b}|+|\vec{b}|^2}=\sqrt{10}$可求

【解答】解：∵$<\vec{a},\vec{b}>=45°$，$|\vec{a}|=1$

∴$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}|\vec{b}|$

∴$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-\vec{b})^2}=\sqrt{4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{4-2\sqrt{2}|\vec{b}|+|\vec{b}|^2}=\sqrt{10}$

解得$|\vec{b}|=3\sqrt{2}$

故答案为：$3\sqrt{2}$

【点评】本题主要考查了向量的数量积　定义的应用，向量的数量积性质$|\vec{a}|$=

$\sqrt{\vec{a}^2}$是求解向量的模常用的方法

14．（5分）设x，y满足约束条件：$\begin{cases}x\geqslant 0,\ y\geqslant 0\\x-y\geqslant -1\\x+y\leqslant 3\end{cases}$；则z=x﹣2y的取值范围为_____

.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】11：计算题.

【分析】先作出不等式组表示的平面区域，由z=x﹣2y可得，$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}z$，则﹣$\frac{1}{2}z$表示直线x﹣2y﹣z=0在y轴上的截距，截距越大，z越小，结合函数的图形可求z的最大与最小值，从而可求z的范围

【解答】解：作出不等式组表示的平面区域

由z=x﹣2y可得，$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}z$，则﹣$\frac{1}{2}z$表示直线x﹣2y﹣z=0在y轴上的截距，截距越大，z越小

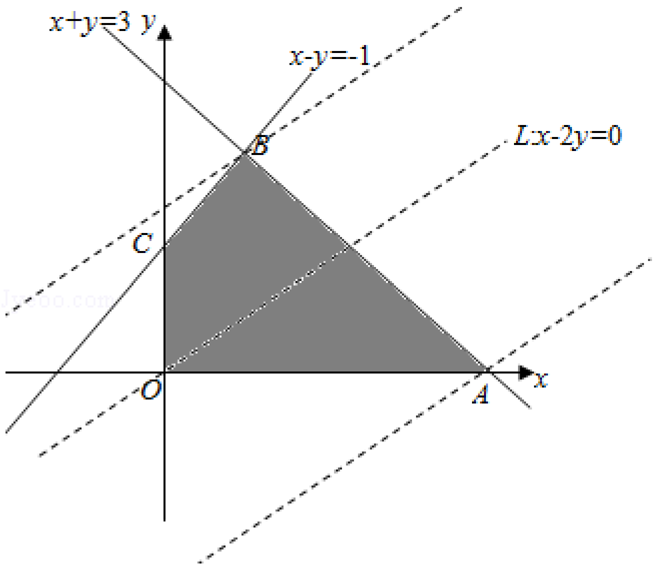
结合函数的图形可知，当直线x﹣2y﹣z=0平移到B时，截距最大，z最小；当直线x﹣2y﹣z=0平移到A时，截距最小，z最大

由$\begin{cases}x-y=-1\\x+y=3\end{cases}$可得B（1，2），由$\begin{cases}x+y=3\\y=0\end{cases}$可得A（3，0）

∴$Z_{max}=3$，$Z_{min}=-3$

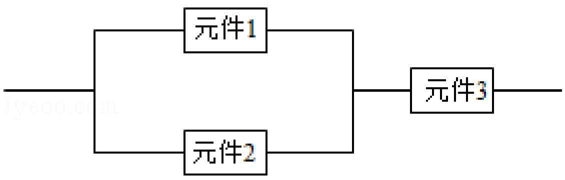
则z=x﹣2y∈[﹣3，3]

故答案为：[﹣3，3]



【点评】平面区域的范围问题是线性规划问题中一类重要题型，在解题时，关键是正确地画出平面区域，分析表达式的几何意义，然后结合数形结合的思想，分析图形，找出满足条件的点的坐标，即可求出答案．

15．（5分）某个部件由三个元件按下图方式连接而成，元件1或元件2正常工作，且元件3正常工作，则部件正常工作，设三个电子元件的使用寿命（单位：小时）均服从正态分布N（1000，50^2），且各个元件能否正常相互独立，那么该部件的使用寿命超过1000小时的概率为__$\frac{3}{8}$__．



【考点】CP：正态分布曲线的特点及曲线所表示的意义．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】先根据正态分布的意义，知三个电子元件的使用寿命超过1000小时的概率为$\frac{1}{2}$，而所求事件“该部件的使用寿命超过1000小时”当且仅当“超过1000小时时，元件1、元件2至少有一个正常”和“超过1000小时时，元件3正常”同时发生，由于其为独立事件，故分别求其概率再相乘即可

【解答】解：三个电子元件的使用寿命均服从正态分布N（1000，50^2）

得：三个电子元件的使用寿命超过1000小时的概率为$p=\frac{1}{2}$

设A=｛超过1000小时时，元件1、元件2至少有一个正常｝，B=｛超过1000小时时，元件3正常｝

C=｛该部件的使用寿命超过1000小时｝

则P（A）=$1-(1-p)^2=\frac{3}{4}$，P（B）=$\frac{1}{2}$

P（C）=P（AB）=P（A）P（B）=$\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

故答案为$\frac{3}{8}$

【点评】本题主要考查了正态分布的意义，独立事件同时发生的概率运算，对立事件的概率运算等基础知识，属基础题

16．（5分）数列｛a_n｝满足$a_{n+1}+(-1)^n a_n=2n-1$，则｛a_n｝的前60项和为__1830__．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4M：构造法；54：等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得

$a_2-a_1=1$，$a_3+a_2=3$，$a_4-a_3=5$，$a_5+a_4=7$，$a_6-a_5=9$，$a_7+a_6=11$，…$a_{50}-a_{49}=97$，变形可得

$a_3+a_1=2$，$a_4+a_2=8$，$a_7+a_5=2$，$a_8+a_6=24$，$a_9+a_7=2$，$a_{12}+a_{10}=40$，$a_{13}+a_{15}=2$，$a_{16}+a_{14}=56$，…利用数列的结构特征，求出｛a_n｝的前60项和

【解答】解：∵$a_{n+1}+(-1)^n a_n=2n-1$，

故有

$a_2-a_1=1$，$a_3+a_2=3$，$a_4-a_3=5$，$a_5+a_4=7$，$a_6-a_5=9$，$a_7+a_6=11$，…$a_{50}-a_{49}=97$．

从而可得

$a_3+a_1=2$，$a_4+a_2=8$，$a_7+a_5=2$，$a_8+a_6=24$，$a_9+a_{11}=2$，$a_{12}+a_{10}=40$，$a_{13}+a_{11}=2$，$a_{16}+a_{14}=56$，…

从第一项开始，依次取2个相邻奇数项的和都等于2，从第二项开始，依次取2个相邻偶数项的和构成以8为首项，以16为公差的等差数列.

$\{a_n\}$的前60项和为 $15\times2+\left(15\times8+\frac{15\times14}{2}\times16\right)=1830$

【点评】本题考查数列递推式，训练了利用构造等差数列求数列的前n项和，属中档题.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（12分）已知a，b，c分别为△ABC三个内角A，B，C的对边，$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$

（1）求A；

（2）若a=2，△ABC的面积为$\sqrt{3}$；求b，c.

【考点】HP：正弦定理.

【专题】33：函数思想；4R：转化法；58：解三角形.

【分析】（1）已知等式利用正弦定理化简，整理后得到$\sin(A-30°)=\frac{1}{2}$．即可求出A的值；

（2）若a=2，由△ABC的面积为$\sqrt{3}$，求得bc=4．①，再利用余弦定理可得b+c=4．②，结合①②求得b和c的值.

【解答】解：（1）由正弦定理得：$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$，

即$\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin A\sin C=\sin B+\sin C$

$\therefore\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin A\sin C=\sin(A+C)+\sin C$，

即$\sqrt{3}\sin A-\cos A=1$

$\therefore\sin(A-30°)=\frac{1}{2}$.

$\therefore A-30°=30°$

$\therefore A=60°$；

（2）若a=2，△ABC的面积$=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc=\sqrt{3}$，

$\therefore bc=4$．①

再利用余弦定理可得：$a^2=b^2+c^2-2bc\bullet\cos A$

$=(b+c)^2-2bc-bc=(b+c)^2-3\times4=4$，

$\therefore b+c=4$． ②

结合①②求得$b=c=2$．

【点评】本题考查了正弦定理及余弦定理的应用，考查了三角形面积公式的应用，是中档题．

18．（12分）某花店每天以每枝5元的价格从农场购进若干枝玫瑰花，然后以每枝10元的价格出售，如果当天卖不完，剩下的玫瑰花作垃圾处理．

（1）若花店一天购进16枝玫瑰花，求当天的利润y（单位：元）关于当天需求量n（单位：枝，$n\in N$）的函数解析式．

（2）花店记录了100天玫瑰花的日需求量（单位：枝），整理得如表：

日需求量n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以100天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率．

（i）若花店一天购进16枝玫瑰花，X表示当天的利润（单位：元），求X的分布列、数学期望及方差；

（ii）若花店计划一天购进16枝或17枝玫瑰花，你认为应购进16枝还是17枝？请说明理由．

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差；CS：概率的应用．

【专题】15：综合题．

【分析】（1）根据卖出一枝可得利润5元，卖不出一枝可得赔本5元，即可建立分段函数；

（2）（i）X可取60，70，80，计算相应的概率，即可得到X的分布列，数学期望及方差；

（ii）求出进17枝时当天的利润，与购进16枝玫瑰花时当天的利润比较，即可得到结论．

【解答】解：（1）当$n\geq16$时，$y=16\times(10-5)=80$；

当$n\leq15$时，$y=5n-5(16-n)=10n-80$，得：$y=\begin{cases}10n-80 & (n\leqslant15)\\ 80 & (n\geqslant16)\end{cases}(n\in N)$

（2）（i）X可取60，70，80，当日需求量n=14时，X=60，n=15时，X=70，其他情况X=80，

P（X=60）$=\frac{频数}{总数}=\frac{10}{10+20+16+16+15+13+10}=\frac{10}{100}=0.1$，P（X=70）$=\frac{20}{100}0.2$，P（X=80）=1﹣0.1﹣0.2=0.7，

X的分布列为

X	60	70	80
P	0.1	0.2	0.7

$EX=60\times0.1+70\times0.2+80\times0.7=76$

$DX=16^2\times0.1+6^2\times0.2+4^2\times0.7=44$

（ii）购进17枝时，当天的利润的期望为y=（14×5﹣3×5）×0.1+（15×5﹣2×5）×0.2+（16×5﹣1×5）×0.16+17×5×0.54=76.4

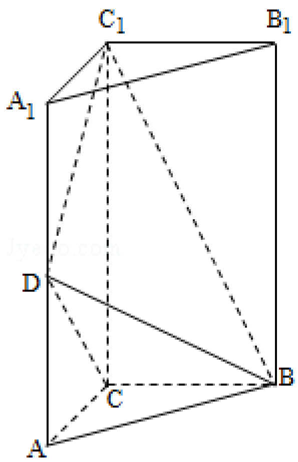
∵76.4＞76，∴应购进17枝

【点评】本题考查分段函数模型的建立，考查离散型随机变量的期望与方差，考查学生利用数学知识解决实际问题的能力．

19．（12分）如图，直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$中，AC=BC=$\frac{1}{2}$$AA_1$，D是棱$AA_1$的中点，$DC_1\perp BD$

（1）证明：$DC_1\perp BC$；

（2）求二面角A_1﹣BD﹣C_1的大小．



【考点】LO：空间中直线与直线之间的位置关系；MJ：二面角的平面角及求法

.

【专题】15：综合题．

【分析】（1）证明$DC_1\perp BC$，只需证明$DC_1\perp$面BCD，即证明$DC_1\perp DC$，$DC_1\perp BD$；

（2）证明$BC\perp$面ACC_1A_1，可得$BC\perp AC$取A_1B_1的中点O，过点O作$OH\perp BD$于点H，连接C_1O，C_1H，可得点H与点D重合且$\angle C_1DO$是二面角A_1-BD-C_1的平面角，由此可求二面角A_1-BD-C_1的大小．

【解答】（1）证明：在$Rt\triangle DAC$中，$AD=AC$，$\therefore\angle ADC=45°$

同理：$\angle A_1DC_1=45°$，$\therefore\angle CDC_1=90°$

$\therefore DC_1\perp DC$，$DC_1\perp BD$

$\because DC\cap BD=D$

$\therefore DC_1\perp$面BCD

$\because BC\subset$面BCD

$\therefore DC_1\perp BC$

（2）解：$\because DC_1\perp BC$，$CC_1\perp BC$，$DC_1\cap CC_1=C_1$，$\therefore BC\perp$面ACC_1A_1，

$\because AC\subset$面ACC_1A_1，$\therefore BC\perp AC$

取A_1B_1的中点O，过点O作$OH\perp BD$于点H，连接C_1O，OH

$\because A_1C_1=B_1C_1$，$\therefore C_1O\perp A_1B_1$，

$\because$面$A_1B_1C_1\perp$面A_1BD，面$A_1B_1C_1\cap$面$A_1BD=A_1B_1$，

$\therefore C_1O\perp$面A_1BD

而$BD\subset$面A_1BD

$\therefore BD\perp C_1O$，

$\because OH\perp BD$，$C_1O\cap OH=O$，

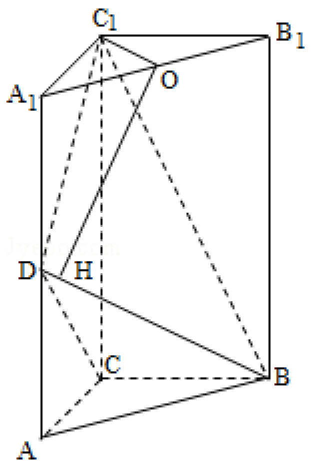
$\therefore BD\perp$面$C_1OH\therefore C_1H\perp BD$，$\therefore$点H与点D重合且$\angle C_1DO$是二面角$A_1-BD-C_1$的平面角

设AC=a，则$C_1O=\frac{\sqrt{2}a}{2}$，$C_1D=\sqrt{2}a=2C_1O$，

$\therefore\sin\angle C_1DO=\frac{1}{2}$

$\therefore\angle C_1DO=30°$

即二面角A_1-BD-C_1的大小为30°



【点评】本题考查线面垂直，考查面面角，解题的关键是掌握线面垂直的判定，正确作出面面角，属于中档题.

20. （12分）设抛物线C：$x^2=2py$（p＞0）的焦点为F，准线为l，A∈C，已知以F为圆心，FA为半径的圆F交l于B，D两点；

（1）若∠BFD=90°，△ABD的面积为$4\sqrt{2}$，求p的值及圆F的方程；

（2）若A，B，F三点在同一直线m上，直线n与m平行，且n与C只有一个公共点，求坐标原点到m，n距离的比值.

【考点】J1：圆的标准方程；K8：抛物线的性质；KI：圆锥曲线的综合.

【专题】15：综合题；16：压轴题.

【分析】（1）由对称性知：△BFD是等腰直角△，斜边|BD|=2p点A到准线l的距离$d=|FA|=|FB|=\sqrt{2}p$，由△ABD的面积$S_{\triangle ABD}=4\sqrt{2}$，知$\frac{1}{2}\times BD\times d=\frac{1}{2}\times 2p\times\sqrt{2}p=4\sqrt{2}$，由此能求出圆F的方程.

（2）由对称性设$A(x_0,\frac{x_0^2}{2p})(x_0>0)$，则$F(0,\frac{p}{2})$点A，B关于点F对称得：

$B(-x_0,p-\frac{x_0^2}{2p})\Rightarrow p-\frac{x_0^2}{2p}=-\frac{p}{2}\Leftrightarrow x_0^2=3p^2$，得：$A(\sqrt{3}p,\frac{3p}{2})$，由此能求出坐标原点到m，n距离的比值.

【解答】解：（1）由对称性知：△BFD是等腰直角△，斜边|BD|=2p

点A到准线l的距离$d=|FA|=|FB|=\sqrt{2}p$，

∵△ABD的面积$S_{\triangle ABD}=4\sqrt{2}$，

∴$\frac{1}{2}\times BD\times d=\frac{1}{2}\times 2p\times\sqrt{2}p=4\sqrt{2}$，

解得p=2，所以F坐标为（0，1），

∴圆F的方程为$x^2+(y-1)^2=8$.

（2）由题设$A(x_0,\frac{x_0^2}{2p})(x_0>0)$，则$F(0,\frac{p}{2})$，

∵A，B，F三点在同一直线m上，

又AB为圆F的直径，故A，B关于点F对称.

由点A，B关于点F对称得：$B(-x_0,p-\frac{x_0^2}{2p})\Rightarrow p-\frac{x_0^2}{2p}=-\frac{p}{2}\Leftrightarrow x_0^2=3p^2$

得：$A(\sqrt{3}p,\frac{3p}{2})$，直线m：$y=\frac{\frac{3p}{2}-\frac{p}{2}}{\sqrt{3}p}x+\frac{p}{2}\Leftrightarrow x-\sqrt{3}y+\frac{\sqrt{3}p}{2}=0$，

$x^2=2py\Leftrightarrow y=\frac{x^2}{2p}\Rightarrow y'=\frac{x}{p}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{3}p\Rightarrow$切点$P(\frac{\sqrt{3}p}{3},\frac{p}{6})$

直线n：$y-\frac{p}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-\frac{\sqrt{3}p}{3})\Leftrightarrow x-\sqrt{3}y-\frac{\sqrt{3}}{6}p=0$

坐标原点到m，n距离的比值为$\frac{\sqrt{3}p}{2}:\frac{\sqrt{3}p}{6}=3$.

【点评】本题考查抛物线与直线的位置关系的综合应用，具体涉及到抛物线的简单性质、圆的性质、导数的应用，解题时要认真审题，仔细解答，注意合理地进行等价转化.

21. （12分）已知函数f（x）满足$f(x)=f'(1)e^{x-1}-f(0)x+\frac{1}{2}x^2$；

（1）求f（x）的解析式及单调区间；

（2）若$f(x)\geqslant\frac{1}{2}x^2+ax+b$，求（a+1）b的最大值.

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值.

【专题】15：综合题；16：压轴题；2A：探究型；35：转化思想.

【分析】（1）对函数f（x）求导，再令自变量为1，求出f'（1）得到函数的解析式及导数，再由导数求函数的单调区间；

（2）由题意$f(x)\geqslant\frac{1}{2}x^2+ax+b\Leftrightarrow h(x)=e^x-(a+1)x-b\geqslant0$，借助导数求出新函数的最小值，令其大于0即可得到参数a，b

所满足的关系式，再研究（a+1）b的最大值

【解答】解：（1）$f(x)=f'(1)e^{x-1}-f(0)x+\frac{1}{2}x^2\Rightarrow f'(x)=f'(1)e^{x-1}-f(0)+x$

令x=1得：f（0）=1

$\therefore f(x)=f'(1)e^{x-1}-x+\frac{1}{2}x^2$令x=0，得$f(0)=f'(1)e^{-1}=1$解得f'（1）=e

故函数的解析式为$f(x)=e^x-x+\frac{1}{2}x^2$

令$g(x)=f'(x)=e^x-1+x$

$\therefore g'(x)=e^x+1>0$，由此知y=g（x）在x∈R上单调递增

当x＞0时，f'（x）＞f'（0）=0；当x＜0时，有

f'（x）＜f'（0）=0得：

函数$f(x)=e^x-x+\frac{1}{2}x^2$的单调递增区间为（0，+∞），单调递减区间为（﹣∞，0）

（2）$f(x)\geq\frac{1}{2}x^2+ax+b\Leftrightarrow h(x)=e^x-(a+1)x-b\geq0$得$h'(x)=e^x-(a+1)$

①当a+1≤0时，h′（x）＞0⇒y=h（x）在x∈R上单调递增，x→﹣∞时，h（x）→﹣∞与h（x）≥0矛盾

②当a+1＞0时，h′（x）＞0⇔x＞ln（a+1），h'（x）＜0⇔x＜ln（a+1）

得：当x=ln（a+1）时，$h(x)_{min}=(a+1)-(a+1)\ln(a+1)-b\geq0$，即$(a+1)-(a+1)\ln(a+1)\geq b$

$\therefore (a+1)b\leq(a+1)^2-(a+1)^2\ln(a+1)$，（a+1＞0）

令$F(x)=x^2-x^2\ln x\ (x>0)$，则$F'(x)=x(1-2\ln x)$

$\therefore F'(x)>0\Leftrightarrow0<x<\sqrt{e}$，$F'(x)<0\Leftrightarrow x>\sqrt{e}$

当$x=\sqrt{e}$时，$F(x)_{max}=\frac{e}{2}$

即当$a=\sqrt{e}-1$，$b=\frac{\sqrt{e}}{2}$时，（a+1）b的最大值为$\frac{e}{2}$

【点评】本题考查导数在最值问题中的应用及利用导数研究函数的单调性，解

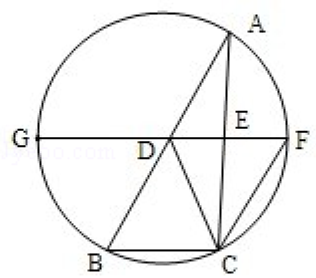
题的关键是第一题中要赋值求出f′（1），易因为没有将f′（1）看作常数而出错，第二题中将不等式恒成立研究参数关系的问题转化为最小值问题，本题考查了转化的思想，考查判断推理能力，是高考中的热点题型，计算量大，易马虎出错.

四、请考生在第22，23，24题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号.

22．（10分）如图，D，E分别为△ABC边AB，AC的中点，直线DE交△ABC的外接圆于F，G两点，若CF∥AB，证明：

（1）CD=BC；

（2）△BCD∽△GBD.



【考点】N4：相似三角形的判定.

【专题】14：证明题.

【分析】（1）根据D，E分别为△ABC边AB，AC的中点，可得DE∥BC，证明四边形ADCF是平行四边形，即可得到结论；

（2）证明两组对应角相等，即可证得△BCD～△GBD.

【解答】证明：（1）∵D，E分别为△ABC边AB，AC的中点

∴DF∥BC，AD=DB

∵AB∥CF，∴四边形BDFC是平行四边形

∴CF∥BD，CF=BD

∴CF∥AD，CF=AD

∴四边形ADCF是平行四边形

∴AF=CD

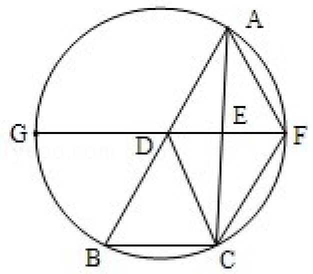
∵$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AF}$，∴BC=AF，∴CD=BC.

（2）由（1）知$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AF}$，所以$\overset{\frown}{BF}=\overset{\frown}{AC}$.

所以∠BGD=∠DBC.

因为GF∥BC，所以∠BDG=∠ADF=∠DBC=∠BDC.

所以△BCD～△GBD.



【点评】本题考查几何证明选讲，考查平行四边形的证明，考查三角形的相似，属于基础题.

23．选修4﹣4；坐标系与参数方程

已知曲线C_1的参数方程是$\begin{cases}x=2\cos\phi\\y=3\sin\phi\end{cases}$（φ为参数），以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立坐标系，曲线C_2的坐标系方程是ρ=2，正方形ABCD的顶点都在C_2上，且A，B，C，D依逆时针次序排列，点A的极坐标为（2，$\frac{\pi}{3}$）．

（1）求点A，B，C，D的直角坐标；

（2）设P为C_1上任意一点，求$|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$的取值范围.

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；Q8：点的极坐标和直角坐标的互化；QL：椭圆的参数方程.

【专题】15：综合题；16：压轴题.

【分析】（1）确定点A，B，C，D的极坐标，即可得点A，B，C，D的直角坐标；

（2）利用参数方程设出P的坐标，借助于三角函数，即可求得$|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$的取值范围.

【解答】解：（1）点A，B，C，D的极坐标为

$(2,\frac{\pi}{3})$，$(2,\frac{5\pi}{6})$，$(2,\frac{4\pi}{3})$，$(2,\frac{11\pi}{6})$

点A，B，C，D的直角坐标为$(1,\sqrt{3})$，$(-\sqrt{3},1)$，$(-1,-\sqrt{3})$，$(\sqrt{3},-1)$

（2）设P（x_0，y_0），则$\begin{cases}x_0=2\cos\phi\\ y_0=3\sin\phi\end{cases}$（φ为参数）

$t=|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2=4x^2+4y^2+16=32+20\sin^2\phi$

$\because\sin^2\phi\in[0,1]$

$\therefore t\in[32,52]$

【点评】本题考查极坐标与直角坐标的互化，考查圆的参数方程的运用，属于中档题．

24．已知函数f（x）=|x+a|+|x﹣2|

①当a=﹣3时，求不等式f（x）≥3的解集；

②f（x）≤|x﹣4|若的解集包含[1，2]，求a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】17：选作题；59：不等式的解法及应用；5T：不等式．

【分析】①不等式等价于$\begin{cases}x\leqslant2\\ 3-x+2-x\geqslant3\end{cases}$；，或$\begin{cases}2<x<3\\ 3-x+x-2\geqslant3\end{cases}$，或$\begin{cases}x\geqslant3\\ x-3+x-2\geqslant3\end{cases}$，求出每个不等式组的解集，再取并集即得所求．

②原命题等价于﹣2﹣x≤a≤2﹣x在[1，2]上恒成立，由此求得求a的取值范围．

【解答】解：（1）当a=﹣3时，f（x）≥3 即|x﹣3|+|x﹣2|≥3，即

$\begin{cases}x\leqslant2\\ 3-x+2-x\geqslant3\end{cases}$；，可得x≤1；

$\begin{cases}2<x<3\\ 3-x+x-2\geqslant3\end{cases}$，可得x∈∅；

$\begin{cases}x\geqslant3\\ x-3+x-2\geqslant3\end{cases}$，可得x≥4．

取并集可得不等式的解集为{x|x≤1或x≥4}．

（2）原命题即f（x）≤|x﹣4|在[1，2]上恒成立，等价于|x+a|+2﹣x≤4﹣x在[1，2]上恒成立，

等价于|x+a|≤2，等价于﹣2≤x+a≤2，﹣2﹣x≤a≤2﹣x在[1，2]上恒成立．

故当 1≤x≤2时，﹣2﹣x的最大值为﹣2﹣1=﹣3，2﹣x的最小值为0，

故a的取值范围为[﹣3，0]．

【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，关键是去掉绝对值，化为与之等价的不等式组来解，体现了分类讨论的数学思想，属于中档题．