1992年辽宁理科高考数学真题及答案

一、选择题（共18小题，每小题3分，满分54分）

1. （3分）$\frac{\log_8 9}{\log_2 3}$的值是（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

2. （3分）如果函数 y=sin（ωx）cos（ωx）的最小正周期是4π，那么常数ω为（　　）

A. 4　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

3. （3分）极坐标方程分别是ρ=cosθ和ρ=sinθ的两个圆的圆心距是（　　）

A. 2　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

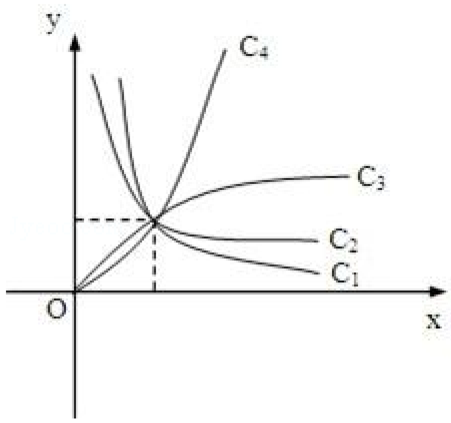
4. （3分）方程 sin4xcos5x=﹣cos4xsin5x 的一个解是（　　）

A. 10°　　B. 20°　　C. 50°　　D. 70°

5. （3分）已知轴截面是正方形的圆柱的高与球的直径相等，则圆柱的全面积与球的表面积的比是（　　）

A. 6：5　　B. 5：4　　C. 4：3　　D. 3：2

6. （3分）图中曲线是幂函数 $y=x^n$ 在第一象限的图象．已知n取±2，$\pm\frac{1}{2}$四个值，则相应于曲线c1、c2、c3、c4的n依次为（　　）



A. ﹣2，$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，2　　B. 2，$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，﹣2　　C. $-\frac{1}{2}$，﹣2，2，$\frac{1}{2}$　　D. 2，$\frac{1}{2}$，﹣2，$-\frac{1}{2}$

7. （3 分）若 $\log_a 2 < \log b2 < 0$，则（　　）

A. $0<a<b<1$　　B. $0<b<a<1$　　C. $a>b>1$　　D. $b>a>1$

8. （3 分）直线 $\begin{cases} x=t\sin 20^\circ+3 \\ y=-t\sin 20^\circ \end{cases}$（t 为参数）的倾斜角是（　　）

A. 20°　　B. 70°　　C. 45°　　D. 135°

9. （3 分）在四棱锥的四个侧面中，直角三角形最多可有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

10. （3 分）圆心在抛物线 $y^2=2x$ 上，且与 x 轴和该抛物线的准线都相切的一个圆的方程是（　　）

A. $x^2+y^2-x-2y-\frac{1}{4}=0$　　B. $x^2+y^2+x-2y+1=0$　　C. $x^2+y^2-x-2y+1=0$　　D. $x^2+y^2-x-2y+\frac{1}{4}=0$

11. （3 分）在 $(x^2+3x+2)^5$ 的展开式中 x 的系数为（　　）

A. 160　　B. 240　　C. 360　　D. 800

12. （3 分）若 $0<a<1$，在 $[0, 2\pi]$ 上满足 $\sin x \geq a$ 的 x 的范围是（　　）

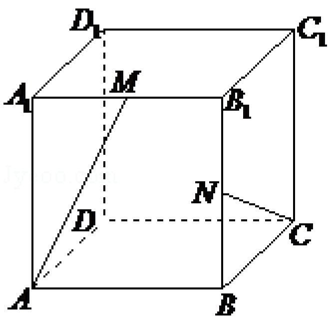
A. $[0, \arcsin a]$　　B. $[\arcsin a, \pi-\arcsin a]$

C. $[\pi-\arcsin a, \pi]$　　D. $[\arcsin a, \frac{\pi}{2}+\arcsin a]$

13. （3 分）已知直线 l_1 和 l2 的夹角平分线为 y=x，如果 l1 的方程是 ax+by+c=0，那么直线 l2 的方程为（　　）

A. bx+ay+c=0　　B. ax - by+c=0　　C. bx+ay - c=0　　D. bx - ay+c=0

14. （3 分）在棱长为 1 的正方体 ABCD - A_1B1C1D1 中，M 和 N 分别为 A1B1 和 BB1 的中点，那么直线 AM 与 CN 所成角的余弦值是（　　）



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

15. （3 分）已知复数 z 的模为 2，则|z - i|的最大值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

16. （3 分）函数 $y=\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$ 的反函数（　　）

A. 是奇函数，它在（0，+∞）上是减函数

B. 是偶函数，它在（0，+∞）上是减函数

C. 是奇函数，它在（0，+∞）上是增函数

D. 是偶函数，它在（0，+∞）上是增函数

17. （3 分）如果函数 f（x）$=x^2+bx+c$ 对任意实数 t 都有 f（2+t）=f（2 - t），那么（　　）

A. f（2）＜f（1）＜f（4）　B. f（1）＜f（2）＜f（4）　C. f（2）＜f（4）＜f（1）　D. f（4）＜f（2）＜f（1）

18. （3 分）长方体的全面积为 11，十二条棱长度之和为 24，则这个长方体的一条对角线长为（　　）

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{14}$　　C. 5　　D. 6

二、填空题（共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

19. （3 分）方程 $\frac{1+3^{-x}}{1+3^{x}}=3$ 的解是_____________.

20. （3 分）sin15° sin75° 的值是_____________.

21. （3 分）设含有 10 个元素的集合的全部子集数为 S，其中由 3 个元素组成的子集数为 T，则 $\frac{T}{S}$的值为_____________.

22.（3 分）焦点为 F_1（ - 2，0）和 F2（6，0），离心率为 2 的双曲线的方程是 _____________.

23. （3 分）已知等差数列$\{a_n\}$的公差 d≠0，且 a1，a3，a9 成等比数列，则 $\frac{a_1+a_3+a_9}{a_2+a_4+a_{10}}$ 的值是 _____________.

三、解答题（共 5 小题，满分 51 分）

24. （10分）已知z∈C，解方程$z\overline{z}-3i\overline{z}=1+3i$．

25. （10分）已知$\frac{\pi}{2}<\beta<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，cos（α－β）=$\frac{12}{13}$，sin（α+β）=$-\frac{3}{5}$．求sin2α的值．

26. （10分）已知：两条异面直线a、b所成的角为θ，它们的公垂线段AA_1的长度为d．在直线a、b上分别取点E、F，设A1E=m，AF=n．求证：EF=$\sqrt{d^2+m^2+n^2\pm 2mn\cos\theta}$．

27. （10分）设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为Sn．已知a3=12，S12＞0，S13＜0．

（1）求公差d的取值范围．

（2）指出S_1，S2，…，S12中哪一个值最大，并说明理由．

28. （11分）已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），A、B是椭圆上的两点，线段AB的垂直平分线与x轴相交于点P（x0，0）．证明$-\frac{a^2-b^2}{a}<x_0<\frac{a^2-b^2}{a}$．

参考答案：

一、选择题（共18小题，每小题3分，满分54分）

1. （3分）$\frac{\log_8 9}{\log_2 3}$的值是（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

考点：　对数的运算性质．

分析：　根据$\log_8 9=\frac{2}{3}\log_2 3$，从而得到答案．

解答：　解：$\frac{\log_8 9}{\log_2 3}=\frac{\frac{2}{3}\log_2 3}{\log_2 3}=\frac{2}{3}$．

故选A．

点评：　本题考查对数的运算性质．

2. （3分）如果函数y=sin（ωx）cos（ωx）的最小正周期是4π，那么常数ω为（　　）

A. 4　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

考点：　　二倍角的正弦.

分析：　　逆用二倍角正弦公式，得到 $y=A\sin(\omega x+\phi)+b$ 的形式，再利用正弦周期公式和周期是求出ω

解答：

解：∵$y=\sin(\omega x)\cos(\omega x)=\frac{1}{2}\sin(2\omega x)$，

∴$T=2\pi\div 2\omega=4\pi$

∴$\omega=\frac{1}{4}$,

故选 D

点评：　　二倍角公式是高考中常考到的知识点，特别是余弦角的二倍角公式，对它们正用、逆用、变形

本题还考的周期的公式求法，记住公式，是解题的关键，注意ω的正负，要加绝对值.

3. （3 分）极坐标方程分别是 $\rho=\cos\theta$ 和 $\rho=\sin\theta$ 的两个圆的圆心距是（　　）

A. 2　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

考点：　　简单曲线的极坐标方程.

专题：　　计算题.

分析：　　先利用直角坐标与极坐标间的关系，即利用 $\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$，$\rho^2=x^2+y^2$，将极坐标方程为 ρ

$=\sin\theta$ 化成直角坐标方程，最后利用直角坐标方程的形式，结合两点间的距离公式求解即得.

解答：

解：由 $\rho=\cos\theta$，化为直角坐标方程为 $x^2+y^2-x=0$，其圆心是 A（$\frac{1}{2}$，0），

由 $\rho=\sin\theta$，化为直角坐标方程为 $x^2+y^2-y=0$，其圆心是 B（0，$\frac{1}{2}$），

由两点间的距离公式，得 $AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故选 D.

点评：　　本小题主要考查圆的极坐标方程与直角坐标方程的互化，以及利用圆的几何性质计算圆心距等

我们要给予重视.

4. （3 分）方程 $\sin4x\cos5x=-\cos4x\sin5x$ 的一个解是（　　）

A. 10°　　B. 20°　　C. 50°　　D. 70°

考点：　　两角和与差的正弦函数.

分析：　　把原式移项整理，逆用两角和的正弦公式，解一个正弦值为零的三角函数方程对应的解，写出

选择一个合适的，因为是选择题，也可以代入选项验证.

解答：　　解：∵sin4xcos5x=﹣cos4xsin5x，

∴sin4xcos5x+cos4xsin5x=0，

∴sin（4x+5x）=0，

∴sin9x=0，

∴9x=kπ，k∈Z，

∴x=20°

故选B．

点评：　　抓住公式的结构特征，有利于在解题时观察分析题设和结论等三角函数式中所具有的相似性的联想到相应的公式，从而找到解题的切入点，对公式的逆用公式，变形式也要熟悉．

5．（3分）已知轴截面是正方形的圆柱的高与球的直径相等，则圆柱的全面积与球的表面积的比是（　　）

A．6：5　　B．5：4　　C．4：3　　D．3：2

考点：　　旋转体（圆柱、圆锥、圆台）．

专题：　　计算题．

分析：　　设圆柱的底面半径，求出圆柱的全面积以及球的表面积，即可推出结果．

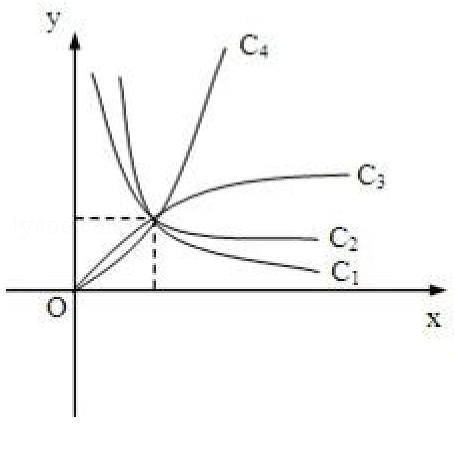
解答：　　解：设圆柱的底面半径为r，则圆柱的全面积是：$2\pi r^2+2r\pi\times 2r=6\pi r^2$

球的全面积是：$4\pi r^2$，所以圆柱的全面积与球的表面积的比：3：2

故选D．

点评：　　本题考查旋转体的表面积，是基础题．

6．（3分）图中曲线是幂函数$y=x^n$在第一象限的图象．已知n取±2，$\pm\frac{1}{2}$四个值，则相应



于曲线c1、c2、c3、c4的n依次为（　　）

A．$-2，-\frac{1}{2}，\frac{1}{2}，2$　　B．$2，\frac{1}{2}，-\frac{1}{2}，-2$　　C．$-\frac{1}{2}，-2，2，\frac{1}{2}$　　D．$2，\frac{1}{2}，-2，-\frac{1}{2}$

考点：　　幂函数的图像．

专题：　　阅读型．

分析：
由题中条件："n 取±2，±$\frac{1}{2}$四个值"，依据幂函数 $y=x^n$ 的性质，在第一象限内的图象特征可

解答：
解：根据幂函数 $y=x^n$ 的性质，在第一象限内的图象，n 越大，递增速度越快，

故曲线 c_1 的 n=－2，曲线 c2 的 n=$-\frac{1}{2}$，c3 的 n=$\frac{1}{2}$，

曲线 c_4 的 n=2，故依次填－2，－$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，2．

故选 A．

点评：
幂函数是重要的基本初等函数模型之一．学习幂函数重点是掌握幂函数的图形特征，即图象语
函数的图象、性质，把握幂函数的关键点（1，1）和利用直线 y=x 来刻画其它幂函数在第一象

7．（3 分）若 $\log_a 2<\log b2<0$，则（　　）

A．0＜a＜b＜1　　B．0＜b＜a＜1　　C．a＞b＞1　　D．b＞a＞1

考点：
对数函数图象与性质的综合应用．

专题：
计算题．

分析：
利用对数的换底公式，将题中条件："$\log_a 2<\log b2<0$，"转化成同底数对数进行比较即可．

解答：
解：∵$\log_a 2<\log b2<0$，

由对数换底公式得：

$$\therefore \frac{1}{\log_2 a}<\frac{1}{\log_2 b}<0$$

∴$0>\log_2 a>\log 2b$

∴根据对数的性质得：

∴0＜b＜a＜1．

故选 B．

点评：
本题主要考查对数函数的性质，对数函数是许多知识的交汇点，是历年高考的必考内容，在高
查：定义域、值域、图象、对数方程、对数不等式、对数函数的主要性质（单调性等）及这些
运用．

8．（3 分）直线 $\begin{cases}x=t\sin 20°+3\\y=-t\sin 20°\end{cases}$（t 为参数）的倾斜角是（　　）

A．20°　　B．70°　　C．45°　　D．135°

考点：
直线的参数方程．

专题：
计算题．

分析：
已知直线 $\begin{cases}x=t\sin 20°+3\\y=-t\sin 20°\end{cases}$（t 为参数）再将直线先化为一般方程坐标，然后再计算直线 l 的倾

解答：

解：∵直线 $\begin{cases}x=t\sin20^\circ+3\\ y=-t\sin20^\circ\end{cases}$（t 为参数）

∴$x-3=t\sin20^\circ$，$y=-t\sin20^\circ$，

∴$x+y-3=0$，

∴直线倾斜角是 135°，

故选 D.

点评： 此题考查参数方程与普通方程的区别和联系，两者要会互相转化，根据实际情况选择不同的方
这也是每年高考必考的热点问题.

9. （3 分）在四棱锥的四个侧面中，直角三角形最多可有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

考点： 棱锥的结构特征.

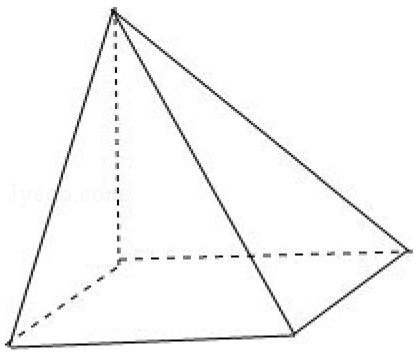
专题： 作图题.

分析： 借助长方体的一个顶点画出图形，不难解答本题.

解答： 解：如图底面是矩形，一条侧棱垂直底面，

那么它的四个侧面都是直角三角形.

故选 D.



点评： 本题考查棱锥的结构特征，考查空间想象能力，要求学生心中有图，是基础题.

10. （3 分）圆心在抛物线 $y^2=2x$ 上，且与 x 轴和该抛物线的准线都相切的一个圆的方程是（　　）

A. $x^2+y^2-x-2y-\frac{1}{4}=0$　　B. $x^2+y^2+x-2y+1=0$　　C. $x^2+y^2-x-2y+1=0$　　D. $x^2+y^2-x-2y+\frac{1}{4}=0$

考点： 圆的一般方程.

分析： 所求圆圆心在抛物线 $y^2=2x$ 上，且与 x 轴和该抛物线的准线都相切，不难由抛物线的定义知道，
可得结果.

解答：　　解：圆心在抛物线 $y^2=2x$ 上，且与 x 轴和该抛物线的准线都相切的一个圆的方程，以及抛物线的

所求圆的圆心的横坐标 $x=\frac{1}{2}$，即圆心（$\frac{1}{2}$，1），半径是 1，所以排除 A、B、C.

故选 D.

点评：　　本题考查圆的方程，抛物线的定义，考查数形结合、转化的数学思想，是中档题.

11.（3 分）在 $(x^2+3x+2)^5$ 的展开式中 x 的系数为（　　）

A. 160　　B. 240　　C. 360　　D. 800

考点：　　二项式定理的应用.

专题：　　计算题.

分析：　　利用分步乘法原理：展开式中的项是由 5 个多项式各出一个乘起来的积，展开式中 x 的系数是仅一个多项式出 3x，其它 4 个都出 2 组成.

解答：　　解：$(x^2+3x+2)^5$ 展开式的含 x 的项是由 5 个多项式在按多项式乘法展开时仅一个多项式出 3x，都出 2

∴展开式中 x 的系数为 $C_5^1 \cdot 3 \cdot 2^4=240$

故选项为 B

点评：　　本题考查二项式定理的推导依据：分步乘法计数原理，也是求展开式有关问题的方法.

12.（3 分）若 $0<a<1$，在 $[0, 2\pi]$ 上满足 $\sin x \geq a$ 的 x 的范围是（　　）

A. [0，arcsina]　B. [arcsina，π－arcsina]

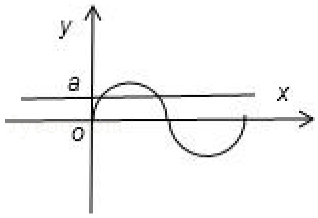
C. [π－arcsina，π]　D. [arcsina，$\frac{\pi}{2}$+arcsina]

考点：　　正弦函数的图象；反三角函数的运用.

分析：　　在同一坐标系中画出 y=sinx、y=a，根据 sinx≥a 即可得到答案.

解答：　　解：由题可知，如图示，当 sinx≥a 时，arcsina≤x≤π－arcsina

故选 B.



点评：　　本题主要考查三角函数的图象问题．三角函数的图象和性质是高考热点问题，要给予重视.

13.（3 分）已知直线 l_1 和 l2 的夹角平分线为 y=x，如果 l1 的方程是 ax+by+c=0，那么直线 l2 的方程为（　　）

A. bx+ay+c=0　　B. ax－by+c=0　　C. bx+ay－c=0　　D. bx－ay+c=0

考点：　　与直线关于点、直线对称的直线方程.

专题：　　计算题．

分析：　　因为由题意知，直线 l_1 和 l2 关于直线 y=x 对称，故把 l1 的方程中的 x 和 y 交换位置即得直
程．

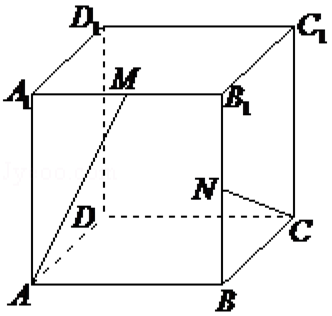
解答：　　解：因为夹角平分线为 y=x，所以直线 l_1 和 l2 关于直线 y=x 对称，

故 l_2 的方程为 bx+ay+c=0．

故选 A．

点评：　　本题考查求对称直线的方程的方法，当两直线关于直线 y=x 对称时，把其中一个方程中的 x 和
即得另一条直线的方程．

14．（3 分）在棱长为 1 的正方体 ABCD－A_1B1C1D1 中，M 和 N 分别为 A1B1 和 BB1 的中点，那么直线 AM 与 CN 所成角的余弦值是（　　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

考点：　　异面直线及其所成的角．

专题：　　计算题．

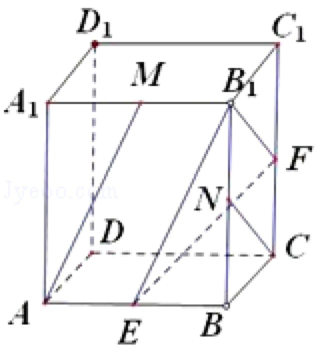
分析：　　先通过平移将两条异面直线平移到同一个起点 B_1，得到的锐角或直角就是异面直线所成的角，再利用余弦定理求出此角即可．

解答：　　解：如图，将 AM 平移到 B_1E，NC 平移到 B1F，则∠EB1F 为直线 AM 与 CN 所成角

设边长为 2，则 B_1E=B1F= $\sqrt{5}$，EF= $\sqrt{6}$，

∴cos∠EB_1F= $\frac{2}{5}$，

故选 D．



点评：　　本题主要考查了异面直线及其所成的角，以及余弦定理的应用，属于基础题．

15．（3分）已知复数z的模为2，则|z﹣i|的最大值为（　　）

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{5}$　　D．3

考点：　复数的代数表示法及其几何意义．

分析：　根据复数的几何意义，知|z|=2对应的轨迹是圆心在原点半径为2的圆，|z﹣i|表示的是圆上一1）的距离，其最大值为圆上点（0，﹣2）到点（0，1）的距离．

解答：　解：∵|z|=2，则复数z对应的轨迹是以圆心在原点，半径为2的圆，

而|z﹣i|表示的是圆上一点到点（0，1）的距离，

∴其最大值为圆上点（0，﹣2）到点（0，1）的距离，

最大的距离为3．

故选D．

点评：　本题考查了复数及复数模的几何意义，数形结合可简化解答．

16．（3分）函数$y=\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$的反函数（　　）

A．是奇函数，它在（0，+∞）上是减函数

B．是偶函数，它在（0，+∞）上是减函数

C．是奇函数，它在（0，+∞）上是增函数

D．是偶函数，它在（0，+∞）上是增函数

考点：　反函数；函数单调性的判断与证明；函数奇偶性的判断．

专题：　计算题；综合题．

分析：　先求函数的反函数，注意函数的定义域，然后判定反函数的奇偶性，单调性，即可得到选项．

解答：　解：设$e^{x}=t$（t＞0），

则 $2y=t-\frac{1}{t}$，

$t^{2}-2yt-1=0$，

解方程得 $t=y+\sqrt{y^{2}+1}$负跟已舍去，

$e^{x}=y+\sqrt{y^{2}+1}$，

对换 X，Y 同取对数得函数$y=\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$的反函数：

$g(x)=\ln(x+\sqrt{x^{2}+1})$

由于$g(-x)=\ln(-x+\sqrt{x^{2}+1})=-\ln(x+\sqrt{x^{2}+1})=-g(x)$，所以它是奇函数，

并且它在（0，+∞）上是增函数．

故选 C.

点评：　本题考查反函数的求法，函数的奇偶性，单调性的判定，是基础题.

17．（3 分）如果函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 对任意实数 t 都有 $f(2+t)=f(2-t)$，那么（　　）

A．$f(2)<f(1)<f(4)$　B．$f(1)<f(2)<f(4)$　C．$f(2)<f(4)<f(1)$　D．$f(4)<f(2)<f(1)$

考点：　二次函数的图象；二次函数的性质.

专题：　压轴题；数形结合.

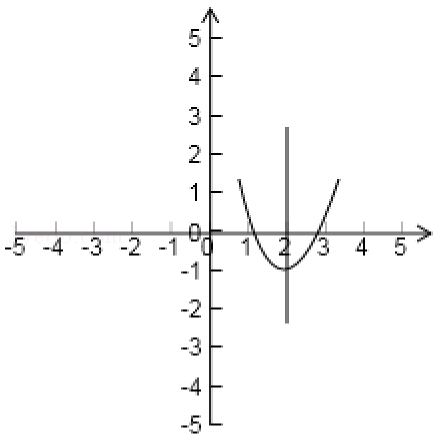
分析：　先从条件"对任意实数 t 都有 $f(2+t)=f(2-t)$"得到对称轴，然后结合图象判定函数值的可.

解答：　解：∵对任意实数 t 都有 $f(2+t)=f(2-t)$

∴$f(x)$ 的对称轴为 $x=2$，而 $f(x)$ 是开口向上的二次函数故可画图观察

可得 $f(2)<f(1)<f(4)$，

故选 A.



点评：　本题考查了二次函数的图象，通过图象比较函数值的大小，数形结合有助于我们的解题，形象

18．（3 分）长方体的全面积为 11，十二条棱长度之和为 24，则这个长方体的一条对角线长为（　　）

A．$2\sqrt{3}$　B．$\sqrt{14}$　C．5　D．6

考点：　　棱柱的结构特征.

专题：　　计算题；压轴题.

分析：　　设出长方体的长、宽、高，表示出长方体的全面积为11，十二条棱长度之和为24，然后整理可长度.

解答：　　解：设长方体的长、宽、高分别为a，b，c，由题意可知，

$4（a+b+c）=24$…①，

$2ab+2bc+2ac=11$…②，

由①的平方减去②可得 $a^2+b^2+c^2=25$，

这个长方体的一条对角线长为：5，

故选C.

点评：　　本题考查长方体的有关知识，是基础题.

二、填空题（共5小题，每小题3分，满分15分）

19. （3分）方程 $\frac{1+3^{-x}}{1+3^{x}}=3$ 的解是__x=－1__.

考点：　　有理数指数幂的化简求值.

分析：　　将方程两边乘以 $1+3^x$，令 $t=3^x$，然后移项、合并同类项，从而解出x.

解答：

解：∵ $\frac{1+3^{-x}}{1+3^{x}}=3$，

∴$1+3^{-x}=3（1+3^x）$，

令 $t=3^x$，

则 $1+\frac{1}{t}=3+3t$，

解得 $t=\frac{1}{3}$，

∴x=－1，

故答案为：x=－1.

点评：　　此题考查有理数指数幂的化简，利用换元法求解方程的根，是一道不错的题.

20. （3分）sin15° sin75° 的值是__$\frac{1}{4}$__.

考点：　　两角和与差的正弦函数；两角和与差的余弦函数.

专题：　　计算题.

分析：　　注意角之间的关系，先将原式化成sin15° cos15° ，再反用二倍角求解即得.

解答：　　解：∵sin15° sin75°

=sin15° cos15°

$=\frac{1}{2}\sin 30°$

$=\frac{1}{4}$.

∴sin15° sin75° 的值是 $\frac{1}{4}$.

故填：$\frac{1}{4}$.

点评：　　本题主要考查三角函数中二倍角公式，求三角函数的值，通常借助于三角恒等变换，有时须逆
角公式.

21. （3 分）设含有 10 个元素的集合的全部子集数为 S，其中由 3 个元素组成的子集数为 T，则 $\frac{T}{S}$的值为__ $\frac{15}{128}$__.

考点：　　子集与真子集.

专题：　　计算题；压轴题.

分析：　　先根据子集的定义，求集合的子集及其个数，子集即是指属于集合的部分或所有元素组成的集
集.

解答：　　解：∵含有 10 个元素的集合的全部子集数为 $2^{10}=1024$，

又∵其中由 3 个元素组成的子集数为 $C_{10}^{3}=120$.

∴则 $\frac{T}{S}$的值为 $\frac{120}{1024}=\frac{15}{128}$.

故填：$\frac{15}{128}$.

点评：　　本题考查集合的子集个数问题，对于集合 M 的子集问题一般来说，若 M 中有 n 个元素，则集合
有 2^n 个.

22. （3 分）焦点为 F_1（－2，0）和 F2（6，0），离心率为 2 的双曲线的方程是

__ $\frac{(x-2)^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$__.

考点：　　双曲线的标准方程；双曲线的简单性质.

专题：　　计算题；压轴题.

分析：　　先由已知条件求出 a，b，c 的值，然后根据函数的平移求出双曲线的方程.

解答：　　解：∵双曲线的焦点为F_1（－2，0）和F2（6，0），离心率为2，

∴2c=6－（－2）=8，c=4，$\frac{4}{a}=2$，$a=2$，$b^2=16-4=12$，

∴双曲线的方程是$\frac{(x-2)^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$．

故答案为：$\frac{(x-2)^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$．

点评：　　本题考查双曲线方程的求法，解题时要注意函数的平移变换，合理地选取公式．

23．（3分）已知等差数列$\{a_n\}$的公差d≠0，且a1，a3，a9成等比数列，则$\frac{a_1+a_3+a_9}{a_2+a_4+a_{10}}$的值是

__ $\frac{13}{16}$__．

考点：　　等差数列的性质．

专题：　　压轴题．

分析：　　由a_1，a3，a9成等比数列求得a1与d的关系，再代入$\frac{a_1+a_3+a_9}{a_2+a_4+a_{10}}$即可．

解答：　　解：∵a_1，a3，a9成等比数列，

∴$(a_1+2d)^2=a1\cdot(a1+8d)$，

∴$a_1=d$，

∴$\frac{a_1+a_3+a_9}{a_2+a_4+a_{10}}=\frac{13}{16}$，

故答案是：$\frac{13}{16}$．

点评：　　本题主要考查等差数列的通项公式及等比数列的性质．

三、解答题（共5小题，满分51分）

24．（10分）已知z∈C，解方程$z\overline{z}-3i\overline{z}=1+3i$．

考点：　　复数代数形式的混合运算．

专题：　　计算题．

分析：　　设出复数z将其和它的共轭复数代入复数方程，利用复数相等，求出复数z即可．

解答：　解：设 $z=x+yi$（x，$y\in R$）．

将 $z=x+yi$ 代入原方程，得

$(x+yi)(x-yi)-3i(x-yi)=1+3i$，

整理得 $x^2+y^2-3y-3xi=1+3i$．

根据复数相等的定义，得 $\begin{cases}-3x=3 & ① \\ x^2+y^2-3y=1 & ②\end{cases}$

由①得 $x=-1$．

将 $x=-1$ 代入②式解得 $y=0$，$y=3$．

∴$z_1=-1$，$z2=-1+3i$．

点评：　本小题考查复数相等的条件及解方程的知识，考查计算能力，是基础题．

25．（10 分）已知 $\frac{\pi}{2}<\beta<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{12}{13}$，$\sin(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$．求 $\sin2\alpha$ 的值．

考点：　两角和与差的余弦函数；两角和与差的正弦函数；二倍角的正弦．

专题：　计算题．

分析：　本题主要知识是角的变换，要求的角 2α 变化为 $(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)$，利用两个角的范围，得的范围，用两角和的正弦公式，代入数据，得到结果．

解答：　解：由题设知 $\alpha-\beta$ 为第一象限的角，

∴$\sin(\alpha-\beta)=\sqrt{1-\cos^2(\alpha-\beta)}=\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}=\frac{5}{13}$．

由题设知 $\alpha+\beta$ 为第三象限的角，

∴$\cos(\alpha+\beta)=-\sqrt{1-\sin^2(\alpha+\beta)}=-\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=-\frac{4}{5}$，

∴$\sin2\alpha=\sin[(\alpha-\beta)+(\alpha+\beta)]$，

$=\sin(\alpha-\beta)\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)$

$=\frac{5}{13}\times\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{12}{13}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{56}{65}$．

点评：　本小题主要考查三角函数和角公式等基础知识及运算能力．已知一个角的某一个三角函数值，本关系式求出其它三角函数值．角的变换是解题的关键．

26．（10 分）已知：两条异面直线 a、b 所成的角为 θ，它们的公垂线段 AA_1 的长度为 d．在直线 a、b 上分别取点 E、F，设 $A1E=m$，$AF=n$．求证：$EF=\sqrt{d^2+m^2+n^2\pm2mn\cos\theta}$．

考点：　空间中直线与平面之间的位置关系；平面与平面垂直的判定．

专题：　证明题．

分析：　由题意作辅助面，作出两条异面直线 a、b 所成的角，再由垂直关系通过作辅助线把 EF 放在直求解．

答：　　解：设经过 b 与 a 平行的平面为α，经过 a 和 AA_1 的平面为β，α∩β=c，则 c∥a.

因而 b，c 所成的角等于θ，且 AA_1⊥c.

∵AA_1⊥b，∴AA1⊥α.

根据两个平面垂直的判定定理，β⊥α.

在平面β内作 EG⊥c，垂足为 G，则 EG=AA_1.

根据两个平面垂直的性质定理，EG⊥α. 连接 FG，则 EG⊥FG.

在 Rt△EFG 中，$EF^2=EG^2+FG^2$.

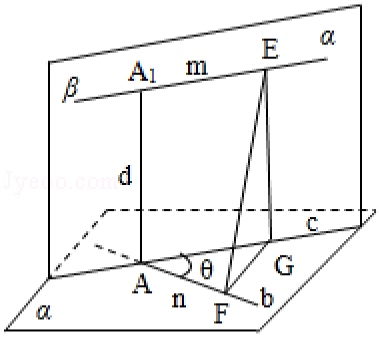
∵AG=m，∴在△AFG 中，$FG^2=m^2+n^2-2mn\cos\theta$.

∵$EG^2=d^2$，∴$EF^2=d^2+m^2+n^2-2mn\cos\theta$.

如果点 F（或 E）在点 A（或 A_1）的另一侧，则

$EF^2=d^2+m^2+n^2+2mn\cos\theta$.

因此，$EF=\sqrt{d^2+m^2+n^2\pm 2mn\cos\theta}$.



点评：　　本题利用条件作出辅助面和辅助线，结合线面、面面垂直的定理，在直角三角形中求公垂线的
间图形的线面关系，空间想象能力和逻辑思维能力.

27．（10 分）设等差数列{a_n}的前 n 项和为 Sn. 已知 a3=12，S12＞0，S13＜0.

（1）求公差 d 的取值范围.

（2）指出 S_1，S2，…，S12 中哪一个值最大，并说明理由.

考点：　　等差数列的前 n 项和；数列的函数特性.

专题：　　计算题；压轴题.

分析：　　（1）由 S_{12}＞0，S13＜0，利用等差数列的前 n 项和的公式化简分别得到①和②，然后利用等差
公式化简 a3 得到首项与公差的关系式，解出首项分别代入到①和②中得到关于 d 的不等式组，
组的解集即可得到 d 的范围；

（2）根据（1）中 d 的范围可知 d 小于 0，所以此数列为递减数列，在 n 取 1 到 12 中的正整数
有一项大于 0，它的后一项小于 0，则这项与之前的各项相加就最大，根据 S_{12}＞0，S13＜0，和
的性质及前 n 项和的公式化简可得 S1，S2，…，S12 中最大的项.

解答：

解：（1）依题意，有 $S_{12}=12a_1+\frac{12\times(12-1)}{2}\cdot d>0$，

$S_{13}=13a_1+\frac{13\times(13-1)}{2}\cdot d<0$

即 $\begin{cases}2a_1+11d>0① \\ a_1+6d<0②\end{cases}$

由 $a_3=12$，得 $a1=12-2d$③，

将③式分别代①、②式，得 $\begin{cases}24+7d>0 \\ 3+d<0\end{cases}$

∴ $-\frac{24}{7}<d<-3$.

（2）由 $d<0$ 可知 $a_1>a2>a3>\cdots>a12>a13$.

因此，若在 $1\leqslant n\leqslant 12$ 中存在自然数 n，使得 $a_n>0$，$an+1<0$，

则 S_n 就是 S1，S2，…，S12 中的最大值.

$\Rightarrow \begin{cases}6(a_1+a_{12})=6(a_6+a_7)>0 \\ \frac{13}{2}(a_1+a_{13})=\frac{26a_7}{2}=13a_7<0\end{cases}$，

∴$a_6>0$，$a7<0$，

故在 S_1，S2，…，S12 中 S6 的值最大.

点评： 本小题考查数列、不等式及综合运用有关知识解决问题的能力，是一道中档题.

28．（11 分）已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），A、B 是椭圆上的两点，线段 AB 的垂直平分线与 x 轴相交于点 P（x0，0）．证明 $-\frac{a^2-b^2}{a}<x_0<\frac{a^2-b^2}{a}$.

考点： 椭圆的简单性质.

专题： 证明题；压轴题.

分析： 设 A、B 的坐标分别为（x_1，y1）和（x2，y2）．因线段 AB 的垂直平分线与 x 轴相交，故 AB 不

即 x1≠x2．又交点为 P（x0，0），故|PA|=|PB|．把点 P 坐标代入，同时把 A、B 代入椭圆方程

方程即可得到 x0 关于 x1 和 x2 的关系式，最后根据 x1 和 x2 的范围确定 x0 的范围.

解答：证明：设A、B的坐标分别为（x_1，y1）和（x2，y2）．因线段AB的垂直平分线与x轴相交，故AB不平行于y轴，即x1≠x2．又交点为P（x0，0），故|PA|=|PB|，即

（x_1－x0）^{2}+y1^2=（x2－x0）^{2}+y2^{2}①

∵A、B在椭圆上，

∴ $y_1^2=b^2-\frac{b^2}{a^2}x_1^2$，$y_2^2=b^2-\frac{b^2}{a^2}x_2^2$．

将上式代入①，得

2（x_2－x1）x0= $(x_2^2-x_1^2)\frac{a^2-b^2}{a^2}$ ②

∵x_1≠x2，可得 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^2}$．③

∵－a≤x_1≤a，－a≤x2≤a，且x1≠x2，

∴－2a＜x_1+x2＜2a，

∴ $-\frac{a^2-b^2}{a}<x_0<\frac{a^2-b^2}{a}$．

点评：本小题考查椭圆性质、直线方程等知识，以及综合分析能力．