

2008年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）设集合 $M = \{m \in \mathbb{Z} \mid -3 < m < 2\}$ ， $N = \{n \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq n \leq 3\}$ ，则 $M \cap N =$ （ ）
- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. （5分）设 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $b \neq 0$ ，若复数 $(a+bi)^3$ 是实数，则（ ）
- A. $b^2=3a^2$ B. $a^2=3b^2$ C. $b^2=9a^2$ D. $a^2=9b^2$
3. （5分）函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x$ 的图象关于（ ）
- A. y 轴对称 B. 直线 $y = -x$ 对称 C. 坐标原点对称 D. 直线 $y = x$ 对称
4. （5分）若 $x \in (e^{-1}, 1)$ ， $a = \ln x$ ， $b = 2 \ln x$ ， $c = \ln^3 x$ ，则（ ）
- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$
5. （5分）设变量 x, y 满足约束条件：
$$\begin{cases} y > x \\ x + 2y < 2 \\ x > -2 \end{cases}$$
，则 $z = x - 3y$ 的最小值（ ）
- A. -2 B. -4 C. -6 D. -8
6. （5分）从20名男同学，10名女同学中任选3名参加体能测试，则选到的3名同学中既有男同学又有女同学的概率为（ ）
- A. $\frac{9}{29}$ B. $\frac{10}{29}$ C. $\frac{19}{29}$ D. $\frac{20}{29}$
7. （5分） $(1 - \sqrt{x})^6 (1 + \sqrt{x})^4$ 的展开式中 x 的系数是（ ）
- A. -4 B. -3 C. 3 D. 4
8. （5分）若动直线 $x = a$ 与函数 $f(x) = \sin x$ 和 $g(x) = \cos x$ 的图象分别交于 M, N 两点，则 $|MN|$ 的最大值为（ ）
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
9. （5分）设 $a > 1$ ，则双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{(a+1)^2} = 1$ 的离心率 e 的取值范围是（ ）
- A. $(\sqrt{2}, 2)$ B. $(\sqrt{2}, \sqrt{5})$ C. $(2, 5)$ D. $(2, \sqrt{5})$
10. （5分）已知正四棱锥 $S - ABCD$ 的侧棱长与底面边长都相等， E 是 SB 的中点

，则AE、SD所成的角的余弦值为（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

11. (5分) 等腰三角形两腰所在直线的方程分别为 $x+y-2=0$ 与 $x-7y-4=0$ ，原点在等腰三角形的底边上，则底边所在直线的斜率为（ ）

- A. 3 B. 2 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

12. (5分) 已知球的半径为2，相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆，若两圆的公共弦长为2，则两圆的圆心距等于（ ）

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13. (5分) 设向量 $\vec{a}=(1, 2)$ ， $\vec{b}=(2, 3)$ ，若向量 $\lambda\vec{a}+\vec{b}$ 与向量 $\vec{c}=(-4, -7)$ 共线，则 $\lambda=$ _____.

14. (5分) 设曲线 $y=e^{ax}$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线与直线 $x+2y+1=0$ 垂直，则 $a=$ _____.

15. (5分) 已知F是抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点，过F且斜率为1的直线交C于A, B两点. 设 $|FA| > |FB|$ ，则 $|FA|$ 与 $|FB|$ 的比值等于_____.

16. (5分) 平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个，如两组对边分别平行，类似地，写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的两个充要条件:

充要条件①_____;

充要条件②_____.

(写出你认为正确的两个充要条件)

三、解答题（共6小题，满分70分）

17. (10分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\cos B = -\frac{5}{13}$ ， $\cos C = \frac{4}{5}$.

(1) 求 $\sin A$ 的值

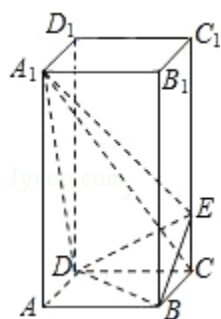
(2) 设 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{33}{2}$ ，求BC的长.

18. (12分) 购买某种保险, 每个投保人每年度向保险公司交纳保费 a 元, 若投保人在购买保险的一年度内出险, 则可以获得10000元的赔偿金. 假定在一年度内有10000人购买了这种保险, 且各投保人是否出险相互独立. 已知保险公司在一年度内至少支付赔偿金10000元的概率为 $1 - 0.999^{10^4}$.

- (I) 求一投保人在一年度内出险的概率 p ;
 (II) 设保险公司开办该项险种业务除赔偿金外的成本为50000元, 为保证盈利的期望不小于0, 求每位投保人应交纳的最低保费(单位: 元).

19. (12分) 如图, 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB = 4$, 点 E 在 CC_1 上且 $C_1E = 3EC$.

- (I) 证明: $A_1C \perp$ 平面 BED ;
 (II) 求二面角 $A_1 - DE - B$ 的大小.



20. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 $a_1 = a$, $a_{n+1} = S_n + 3^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- (I) 设 $b_n = S_n - 3^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
 (II) 若 $a_{n+1} \geq a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$, 求 a 的取值范围.

21. (12分) 设椭圆中心在坐标原点, $A(2, 0)$, $B(0, 1)$ 是它的两个顶点, 直线 $y=kx$ ($k>0$) 与 AB 相交于点 D , 与椭圆相交于 E 、 F 两点.

(I) 若 $\vec{ED} = 6\vec{DF}$, 求 k 的值;

(II) 求四边形 $AEBF$ 面积的最大值.

22. (12分) 设函数 $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 如果对任何 $x \geq 0$, 都有 $f(x) \leq ax$, 求 a 的取值范围.