2013年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)

文科数学

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷(非选择题)两部分, 共150分. 考试用时120分钟. 第I卷1至2页, 第II卷3至5页.

第I卷

参考公式:

如果事件*A*, *B*互斥, 那么

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

·棱柱的体积公式$V = Sh$,

其中*S*表示棱柱的底面面积, *h*表示棱柱的高.

·如果事件*A*, *B*相互独立, 那么

$P(AB)=P(A)P(B)$

·球的体积公式$V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

其中*R*表示球的半径.

一. 选择题: 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1) 已知集合$A = \{x\in \mathbf{R} \mid |x|\le 2\}$, $B = \{x\in \mathbf{R} \mid x\le 1\}$, 则$A\cap B=$

(A) $(-\infty,2]$　　(B) $[1,2]$　　(C) $[-2,2]$　　(D) $[-2,1]$

(2) 设变量*x*, *y*满足约束条件$\begin{cases}3x+y-6\ge 0,\\ x-y-2\le 0,\\ y-3\le 0,\end{cases}$ 则目标函数$z = y-2x$的最小值为

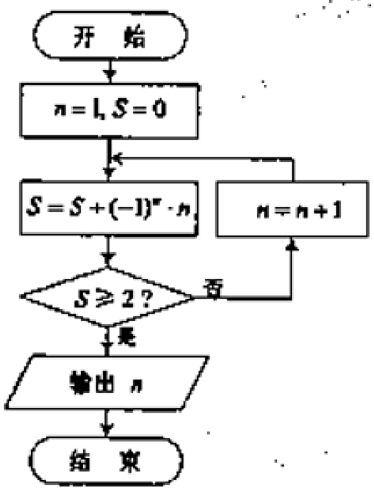
(A) -7　　(B) -4

(C) 1　　(D) 2

(3) 阅读右边的程序框图, 运行相应的程序, 则输出*n*的值为

(A) 7　　(B) 6

(C) 5　　(D) 4



(4) 设 $a,b\in \boldsymbol{R}$, 则 “$(a-b)a^2<0$”是“$a<b$”的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(5) 已知过点*P*(2,2) 的直线与圆 $(x-1)^2+y^2=5$ 相切, 且与直线 $ax-y+1=0$ 垂直, 则 $a=$

(A) $-\frac{1}{2}$　　(B) 1

(C) 2　　(D) $\frac{1}{2}$

(6) 函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值是

(A) -1　　(B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) 0

(7) 已知函数 $f(x)$ 是定义在**R**上的偶函数, 且在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增. 若实数*a*满足 $f(\log_2 a)+f(\log_{\frac{1}{2}} a)\le 2f(1)$, 则*a*的取值范围是

(A) $[1,2]$　　(B) $\left(0,\frac{1}{2}\right]$

(C) $\left[\frac{1}{2},2\right]$　　(D) $(0,2]$

(8) 设函数 $f(x)=e^x+x-2, g(x)=\ln x+x^2-3$. 若实数*a*, *b*满足 $f(a)=0, g(b)=0$, 则

(A) $g(a)<0<f(b)$　(B) $f(b)<0<g(a)$

(C) $0<g(a)<f(b)$　(D) $f(b)<g(a)<0$

第II卷

注意事项:

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上.

2. 本卷共12小题, 共110分.

二. 填空题: 本大题共6小题, 每小题5分, 共30分.

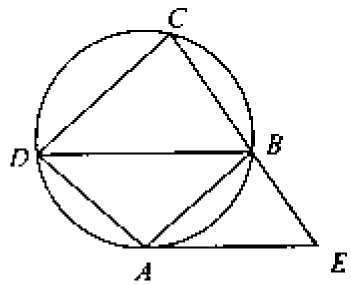
(9) i是虚数单位. 复数$(3+i)(1-2i)=$ ___.

(10) 已知一个正方体的所有顶点在一个球面上. 若球的体积为$\frac{9\pi}{2}$, 则正方体的棱长为 ___.

(11) 已知抛物线$y^2=8x$的准线过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点, 且双曲线的离心率为2, 则该双曲线的方程为___.

(12) 在平行四边形$ABCD$中, $AD=1$, $\angle BAD=60^\circ$, E为CD的中点. 若$\overline{AC}\cdot\overline{BE}=1$, 则$AB$的长为___.

(13) 如图, 在圆内接梯形$ABCD$中, $AB//DC$, 过点A作圆的切线与CB的延长线交于点E. 若$AB=AD=5$, $BE=4$, 则弦BD的长为___.



(14) 设$a+b=2$, $b>0$, 则$\frac{1}{2|a|}+\frac{|a|}{b}$的最小值为___.

三. 解答题: 本大题共6小题, 共70分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(15) (本小题满分13分)

某产品的三个质量指标分别为x, y, z, 用综合指标$S=x+y+z$评价该产品的等级. 若$S\le4$, 则该产品为一等品. 现从一批该产品中, 随机抽取10件产品作为样本, 其质量指标列表如下:

产品编号	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
质量指标(x, y, z)	(1,1,2)	(2,1,1)	(2,2,2)	(1,1,1)	(1,2,1)
产品编号	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
质量指标(x, y, z)	(1,2,2)	(2,1,1)	(2,2,1)	(1,1,1)	(2,1,2)

(I) 利用上表提供的样本数据估计该批产品的一等品率;

(II) 在该样品的一等品中, 随机抽取2件产品,

(1.) 用产品编号列出所有可能的结果;

(2.) 设事件B为 “在取出的2件产品中, 每件产品的综合指标S都等于4”, 求事件B发生的概率.

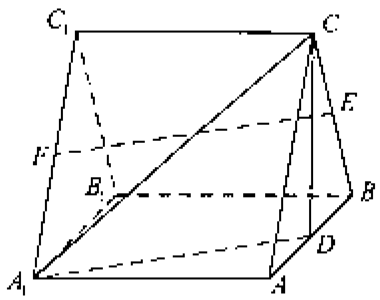
(16) (本小题满分13分)

在△ABC中, 内角A, B, C所对的边分别是a, b, c. 已知$b\sin A=3c\sin B$, a = 3, $\cos B=\frac{2}{3}$.

(I) 求b的值;

(II) 求$\sin\left(2B-\frac{\pi}{3}\right)$的值.

(17) (本小题满分13分)



如图, 三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中, 侧棱$A_1A\perp$底面ABC,且各棱长均相等. D, E, F分别为棱AB, BC, A_1C_1的中点.

(I) 证明EF//平面A_1CD;

(II) 证明平面$A_1CD\perp$平面A_1ABB_1;

(III) 求直线BC与平面A_1CD所成角的正弦值.

(18) (本小题满分13分)

设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F$, 离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$,

过点F且与x轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为$\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 设A, B分别为椭圆的左,右顶点, 过点F且斜率为k的直线与椭圆交于C, D两点. 若$\overline{AC}\cdot\overline{DB}+\overline{AD}\cdot\overline{CB}=8$, 求$k$的值.

(19) (本小题满分14分)

已知首项为$\frac{3}{2}$的等比数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n(n\in \boldsymbol{N}^*)$, 且$-2S_2,S_3,4S_4$成等差数列.

(I) 求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(II) 证明$S_n+\frac{1}{S_n}\le\frac{13}{6}(n\in \boldsymbol{N}^*)$.

(20) (本小题满分14分)

设$a\in[-2,0]$, 已知函数$f(x)=\begin{cases} x^3-(a+5)x, & x\le 0, \\ x^3-\frac{a+3}{2}x^2+ax, & x>0. \end{cases}$

(I) 证明$f(x)$在区间(－1,1)内单调递减, 在区间(1, + ∞)内单调递增;

(II) 设曲线$y=f(x)$在点$P_i(x_i,f(x_i))(i=1,2,3)$处的切线相互平行, 且$x_1x_2x_3\ne 0$, 证明$x_1+x_2+x_3>\frac{1}{3}$.