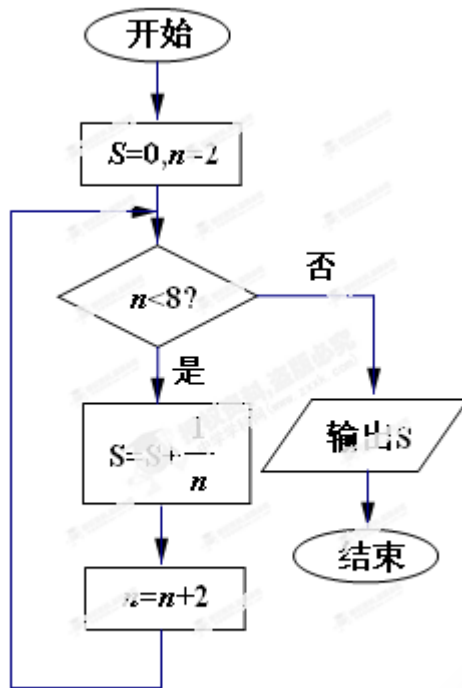




(C)  $\frac{11}{12}$

(D)  $\frac{25}{24}$



第 (3) 题图

(4) “ $(2x-1)x=0$ ” 是 “ $x=0$ ” 的 ( )

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(5) 若某公司从五位大学毕业生甲、乙、丙、丁、戊中录用三人，这五人被录用的机会均等，则甲或乙被录用的概率为 ( )

(A)  $\frac{2}{3}$

(B)  $\frac{2}{5}$

(C)  $\frac{3}{5}$

(D)  $\frac{9}{10}$

(6) 直线  $x+2y-5+\sqrt{5}=0$  被圆  $x^2+y^2-2x-4y=0$  截得的弦长为 ( )

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D)  $4\sqrt{6}$

(7) 设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， $S_8=4a_3, a_7=-2$ ，则  $a_9=( )$

(A) -6

(B) -4

(C) -2

(D) 2

(8) 函数  $y = f(x)$  的图像如图所示, 在区间  $[a, b]$  上可找到  $n(n \geq 2)$  个不同的数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 使得

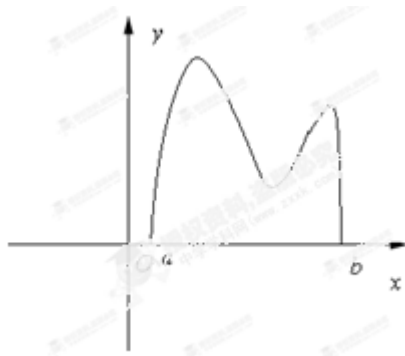
$$\frac{f(x_1)}{x_1} = \frac{f(x_2)}{x_2} = \dots = \frac{f(x_n)}{x_n}, \text{ 则 } n \text{ 的取值范围为 ( )}$$

(A)  $\{2, 3\}$

(B)  $\{2, 3, 4\}$

(C)  $\{3, 4\}$

(D)  $\{3, 4, 5\}$



(9) 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对边的长分别为  $a, b, c$ , 若  $b + c = 2a, 3 \sin A = 5 \sin B$ , 则角  $C =$  ( )

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\frac{2\pi}{3}$

(C)  $\frac{3\pi}{4}$

(D)  $\frac{5\pi}{6}$

(10) 已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 若  $f(x_1) = x_1 < x_2$ , 则关于  $x$  的方程

$$3(f(x))^2 + 2af(x) + b = 0 \text{ 的不同实根个数为 ( )}$$

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

## 第 II 卷 (非选择题 共 100 分)

考生注意事项:

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效。

二. 填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

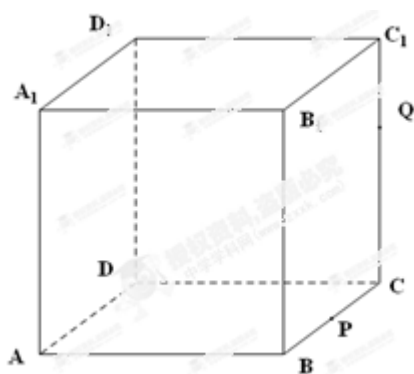
(11) 函数  $y = \ln(1 + \frac{1}{x}) + \sqrt{1-x^2}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

(12) 若非负数变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y \geq -1 \\ x+2y \leq 4 \end{cases}$ , 则  $x+y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

(13) 若非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 3|\vec{b}| = |\vec{a} + 2\vec{b}|$ , 则  $\vec{a}, \vec{b}$  夹角的余弦值为\_\_\_\_\_.

(14) 定义在  $R$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) = 2f(x)$ . 若当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = x(1-x)$ , 则当  $-1 \leq x \leq 0$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

(15) 如图, 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1,  $P$  为  $BC$  的中点,  $Q$  为线段  $CC_1$  上的动点, 过点  $A, P, Q$  的平面截该正方体所得的截面记为  $S$ , 则下列命题正确的是\_\_\_\_\_ (写出所有正确命题的编号).



①当  $0 < CQ < \frac{1}{2}$  时,  $S$  为四边形

②当  $CQ = \frac{1}{2}$  时,  $S$  为等腰梯形

③当  $CQ = \frac{3}{4}$  时,  $S$  与  $C_1D_1$  的交点  $R$  满足  $C_1R = \frac{1}{3}$

④当  $\frac{3}{4} < CQ < 1$  时,  $S$  为六边形

⑤当  $CQ = 1$  时,  $S$  的面积为  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

三. 解答题

(16) (本小题满分 12 分)

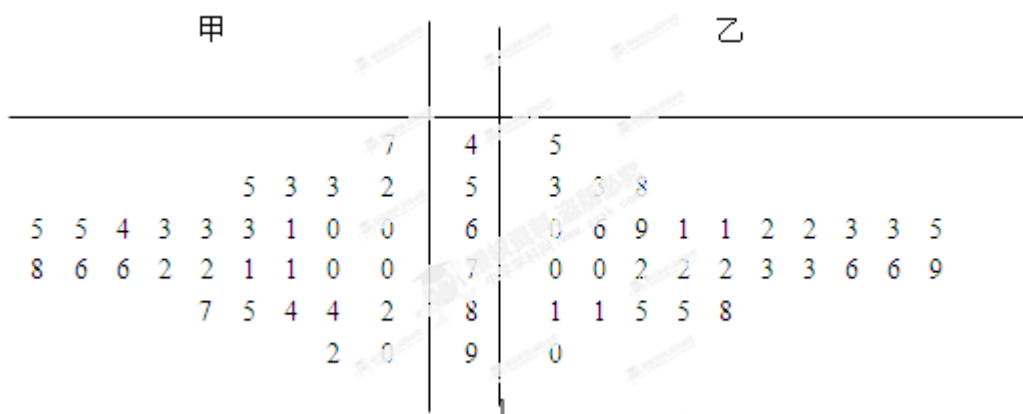
设函数  $f(x) = \sin x + \sin(x + \frac{\pi}{3})$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小值, 并求使  $f(x)$  取得最小值的  $x$  的集合;

(II) 不画图, 说明函数  $y = f(x)$  的图像可由  $y = \sin x$  的图像经过怎样的变化得到.

(17) (本小题满分 12 分)

为调查甲、乙两校高三年级学生某次联考数学成绩情况, 用简单随机抽样, 从这两校中各抽取 30 名高三年级学生, 以他们的数学成绩 (百分制) 作为样本, 样本数据的茎叶图如下:



(I) 若甲校高三年级每位学生被抽取的概率为 0.05, 求甲校高三年级学生总人数, 并估计甲校高三年级这次联考数学成绩的及格率 (60 分及 60 分以上为及格);

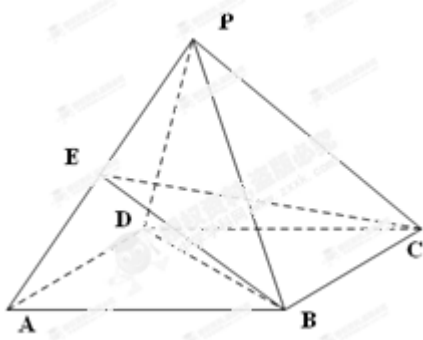
(II) 设甲、乙两校高三年级学生这次联考数学平均成绩分别为  $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ , 估计  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$  的值.

(18) (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面  $ABCD$  是边长为 2 的菱形,  $\angle BAD = 60^\circ$ . 已知  $PB = PD = 2, PA = \sqrt{6}$ .

(I) 证明:  $PC \perp BD$

(II) 若  $E$  为  $PA$  的中点, 求三棱锥  $P-BCE$  的体积.



(19) (本小题满分 13 分)

设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2$ ,  $a_2 + a_4 = 8$ , 且对任意  $n \in N^*$ , 函数

$$f(x) = (a_n - a_{n+1} + a_{n+2})x + a_{n+1} \cdot \cos x - a_{n+2} \cdot \sin x \quad \text{满足 } f'(\frac{\pi}{2}) = 0$$

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 若  $b_n = 2(a_n + \frac{1}{2^{a_n}})$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

(20) (本小题满分 13 分)

设函数  $f(x) = ax - (1 + a^2)x^2$ , 其中  $a > 0$ , 区间  $I = \{x \mid f(x) > 0\}$ .

(I) 求  $I$  的长度 (注: 区间  $(\alpha, \beta)$  的长度定义为  $\beta - \alpha$ );

(II) 给定常数  $k \in (0, 1)$ , 当  $1 - k \leq a \leq 1 + k$  时, 求  $I$  长度的最小值.

(21) (本小题满分 13 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦距为 4, 且过点  $P(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 设  $Q(x_0, y_0) (x_0 y_0 \neq 0)$  为椭圆  $C$  上一点, 过点  $Q$  作  $x$  轴的垂线, 垂足为  $E$ . 取点

$A(0, 2\sqrt{2})$ , 连接  $AE$ , 过点  $A$  作  $AE$  的垂线交  $x$  轴于点  $D$ . 点  $G$  是点  $D$  关于  $y$  轴的对称点, 作直线  $QG$ , 问这样作出的直线  $QG$  是否与椭圆  $C$  一定有唯一的公共点? 并说明理由.