2007年宁夏高考文科数学真题及答案

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分．第II卷第22题为选考题，其他题为必考题．考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试卷上答题无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，认真核对条形码上的准考证号、姓名，并将条形码粘贴在指定位置上．

2．选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂基他答案标号，非选择题答案使用0.5毫米的黑色中性（签字）笔或炭素笔书写，字体工整、笔迹清楚．

3．请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效．

4．保持卡面清洁，不折叠，不破损．

5．作选考题时，考生按照题目要求作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑．

参考公式：

样本数据x_1，x_2，$\cdots$，x_n的标准差

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_m-\bar{x})^2]}$$

其中$\bar{x}$为标本平均数

柱体体积公式

$$V=Sh$$

其中S为底面面积，h为高

锥体体积公式

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

其中S为底面面积，h为高

球的表面积、体积公式

$$S=4\pi R^2，V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中R为球的半径

第I卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．设集合$A=\{x\,|\,x>-1\}$，$B=\{x\,|-2<x<2\}$，则$A\cup B=$（　　）

A．$\{x\,|\,x>-2\}$　　B．$\{x|\,x>-1\}$

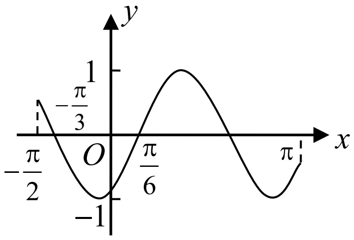
C．$\{x\,|-2<x<-1\}$　　D．$\{x\,|-1<x<2\}$

2．已知命题$p:\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\leqslant 1$，则（　　）

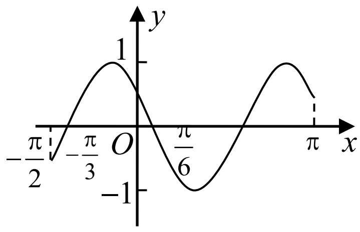
A．$\neg p:\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$　　B．$\neg p:\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$

C． $\neg p:\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$　　　　D． $\neg p:\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$

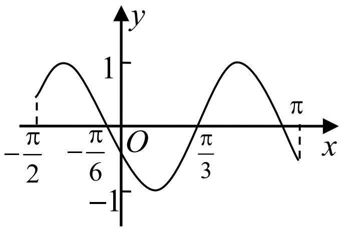
3．函数 $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{2},\ \pi\right]$ 的简图是（　　）



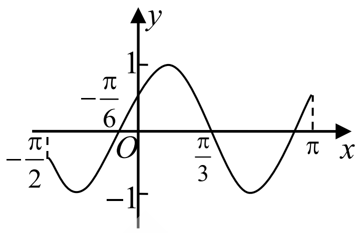
A



B



C



D

4．已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-1)$，则向量 $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{3}{2}\boldsymbol{b}=$（　　）

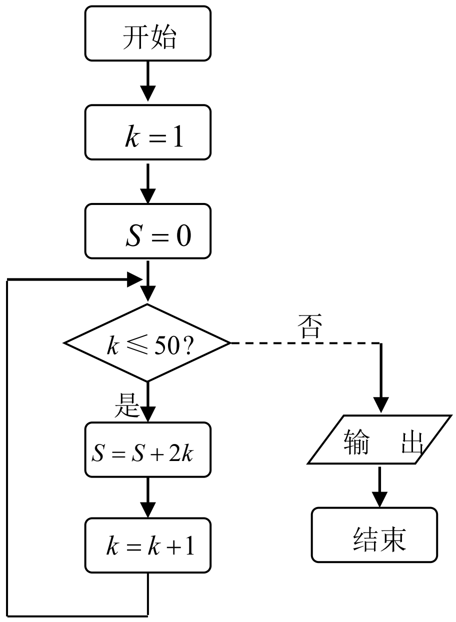
A． $(-2,-1)$　　　　B． $(-2,1)$

C． $(-1,0)$　　　　D． $(1,2)$

5．如果执行右面的程序框图，那么输出的 $S=$（　　）

A．2450　　　　B．2500

C．2550　　　　D．2652



6.已知 $a,\ b,\ c,\ d$ 成等比数列,且曲线 $y=x^2-2x+3$ 的顶点是 $(b,\ c)$,则 ad 等于(　　)

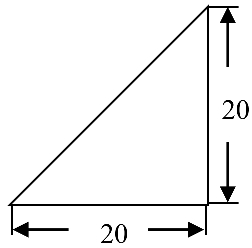
A．3　　　B．2　　　C．1　　　D． -2

7．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，$P_3(x_3,\ y_3)$ 在抛物线上，且 $2x_2=x_1+x_3$，则有（　　）

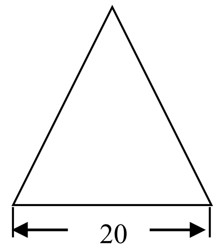
A． $|FP_1|+|FP_2|=|FP_3|$　　　　B． $|FP_1|^2+|FP_2|^2=|FP_3|^2$

C． $2|FP_2|=|FP_1|+|FP_3|$　　　　D． $|FP_2|^2=|FP_1|\,|FP_3|$

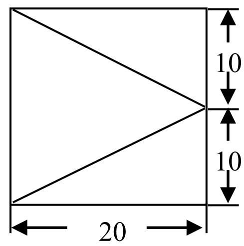
8．已知某个几何体的三视图如下，根据图中标出的尺寸（单位：cm），可得这个几何体的体积是（　　）



正视图



侧视图



俯视图

A．$\dfrac{4000}{3}\text{cm}^3$

B．$\dfrac{8000}{3}\text{cm}^3$

C．2000cm^3

D．4000cm^3

9．若 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\cos\alpha+\sin\alpha$ 的值为（　　）

A．$-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$

C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

10．曲线 $y=e^x$ 在点 $(2,\ e^2)$ 处的切线与坐标轴所围三角形的面积为（　　）

A．$\dfrac{9}{4}e^2$　　B．$2e^2$　　C．e^2　　D．$\dfrac{e^2}{2}$

11．已知三棱锥 $S-ABC$ 的各顶点都在一个半径为 r 的球面上，球心 O 在 AB 上，$SO\perp$ 底面 ABC，$AC=\sqrt{2}r$，则球的体积与三棱锥体积之比是（　　）

A．π　　B．2π　　C．3π　　D．4π

12．甲、乙、丙三名射箭运动员在某次测试中各射箭 20 次，三人的测试成绩如下表

甲的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	5	5	5	5

乙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	6	4	4	6

丙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	4	6	6	4

s_1，s_2，s_3 分别表示甲、乙、丙三名运动员这次测试成绩的标准差，则有（　　）

A．$s_3>s_1>s_2$　　B．$s_2>s_1>s_3$

C．$s_1>s_2>s_3$　　D．$s_2>s_1>s_3$

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分．第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须

做答．第 22 题为选考题，考生根据要求做答．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分．

13．已知双曲线的顶点到渐近线的距离为 2，焦点到渐近线的距离为 6，则该双曲线的离心率为__________．

14．设函数 $f(x)=(x+1)(x+a)$ 为偶函数，则 $a=$________．

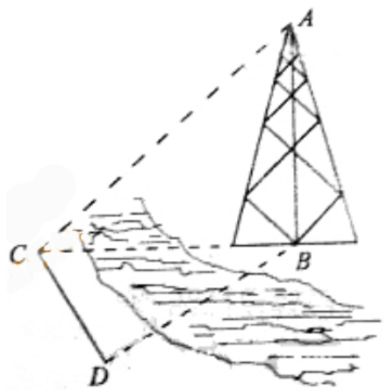
15． i 是虚数单位， $\mathrm{i}+2\mathrm{i}^2+3\mathrm{i}^3+\cdots+8\mathrm{i}^8=$____________．（用 $a+b\mathrm{i}$ 的形式表示，a，$b\in\mathbf{R}$）

16．已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_4+a_6=6$，其前 5 项和 $S_5=10$，则其公差 $d=$________．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 12 分）

如图，测量河对岸的塔高 AB 时，可以选与塔底 B 在同一水平面内的两个侧点 C 与 D．现测得 $\angle BCD=\alpha$，$\angle BDC=\beta$，$CD=s$，并在点 C 测得塔顶 A 的仰角为 θ，求塔高 AB．

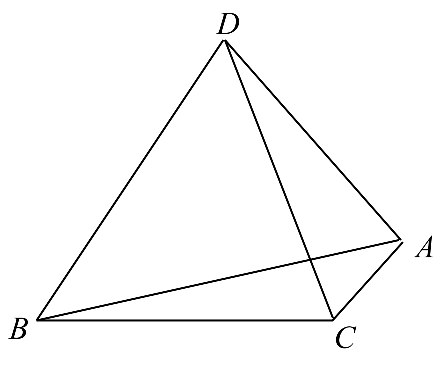


18．（本小题满分 12 分）

如图，A，B，C，D 为空间四点．在 $\triangle ABC$ 中，$AB=2$，$AC=BC=\sqrt{2}$．等边三角形 ADB 以 AB 为轴运动．

（Ⅰ）当平面 $ADB\perp$ 平面 ABC 时，求 CD；

（Ⅱ）当 $\triangle ADB$ 转动时，是否总有 $AB\perp CD$？证明你的结论．



19．（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=\ln(2x+3)+x^2$

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right]$ 的最大值和最小值．

20．（本小题满分 12 分）

设有关于 x 的一元二次方程 $x^2+2ax+b^2=0$．

（Ⅰ）若 a 是从 $0,1,2,3$ 四个数中任取的一个数，b 是从 $0,1,2$ 三个数中任取的一个数，求上述方程有实根的概率．

（Ⅱ）若 a 是从区间 $[0,3]$ 任取的一个数，b 是从区间 $[0,2]$ 任取的一个数，求上述方程有实根的概率．

21．（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $x^2+y^2-12x+32=0$ 的圆心为 Q，过点 $P(0,2)$ 且斜率为 k 的直线与圆 Q 相交于不同的两点 A，B．

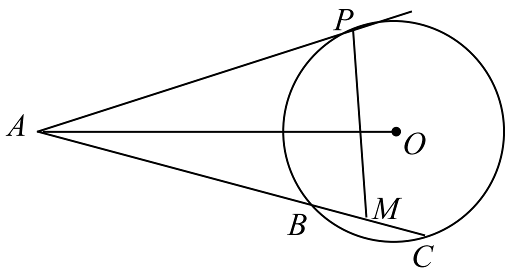
（Ⅰ）求 k 的取值范围；

（Ⅱ）是否存在常数 k，使得向量 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{PQ}$ 共线？如果存在，求 k 值；如果不存在，请说明理由．

22．请考生在A、B两题中选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑．

22． A（本小题满分 10 分）选修 4－1：几何证明选讲

如图，已知 AP 是 $\odot O$ 的切线，P 为切点，AC 是 $\odot O$ 的割线，与 $\odot O$ 交于 B，C 两点，圆心 O 在 $\angle PAC$ 的内部，点 M 是 BC 的中点．



（Ⅰ）证明 A，P，O，M 四点共圆；

（Ⅱ）求 $\angle OAM+\angle APM$ 的大小．

22． B（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

$\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的极坐标方程分别为 $\rho=4\cos\theta$，$\rho=-4\sin\theta$．

（Ⅰ）把 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（Ⅱ）求经过 $\odot O_1$，$\odot O_2$ 交点的直线的直角坐标方程．

2007年普通高等学校招生全国统一考试
文科数学试题参考答案（宁夏）

一、选择题

1．A　　2．C　　3．A　　4．D　　5．C　　6．B
7．C　　8．B　　9．C　　10．D　　11．D　　12．B

二、填空题

13．3　　14．1　　15．$4-4\mathrm{i}$　　16．$\dfrac{1}{2}$

三、解答题

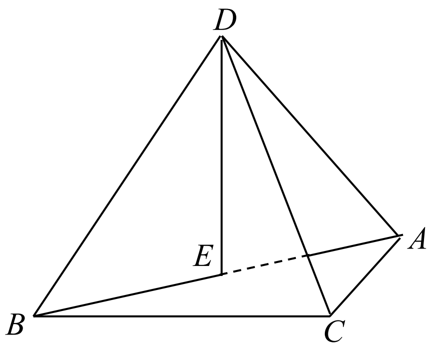
17．解：在$\triangle BCD$中，$\angle CBD=\pi-\alpha-\beta$．

由正弦定理得$\dfrac{BC}{\sin\angle BDC}=\dfrac{CD}{\sin\angle CBD}$．

所以$BC=\dfrac{CD\sin\angle BDC}{\sin\angle CBD}=\dfrac{s\ \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$．

在$\mathbf{Rt}\triangle ABC$中，$AB=BC\tan\angle ACB=\dfrac{s\ \tan\theta\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$．

18．解：



（Ⅰ）取AB的中点E，连结$DE,\ CE$，因为ADB是等边三角形，所以$DE\perp AB$．
当平面$ADB\perp$平面ABC时，
因为平面$ADB\bigcap$平面$ABC=AB$，
所以$DE\perp$平面ABC，
可知$DE\perp CE$

由已知可得$DE=\sqrt{3},\ EC=1$，在$\mathbf{Rt}\triangle DEC$中，

$CD=\sqrt{DE^2+EC^2}=2$．

（Ⅱ）当$\triangle ADB$以AB为轴转动时，总有$AB\perp CD$．
证明：
（ⅰ）当D在平面ABC内时，因为$AC=BC,\ AD=BD$，所以$C,\ D$都在线段AB的垂直平分线上，即$AB\perp CD$．
（ⅱ）当D不在平面ABC内时，由（Ⅰ）知$AB\perp DE$．又因$AC=BC$，所以$AB\perp CE$．
又$DE,\ CE$为相交直线，所以$AB\perp$平面CDE，由$CD\subset$平面CDE，得$AB\perp CD$．
综上所述，总有$AB\perp CD$．

19．解：$f(x)$的定义域为$\left(-\dfrac{3}{2},+\infty\right)$．

（Ⅰ）$f'(x)=\dfrac{2}{2x+3}+2x=\dfrac{4x^2+6x+2}{2x+3}=\dfrac{2(2x+1)(x+1)}{2x+3}$．

当 $-\frac{3}{2}<x<-1$时， $f'(x)>0$；当 $-1<x<-\frac{1}{2}$时， $f'(x)<0$；当 $x>-\frac{1}{2}$时， $f'(x)>0$.

从而，$f(x)$分别在区间$\left(-\frac{3}{2},-1\right)$，$\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$单调增加，在区间$\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$单调减少.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$f(x)$在区间$\left[-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right]$的最小值为$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\ln 2+\frac{1}{4}$.

又$f\left(-\frac{3}{4}\right)-f\left(\frac{1}{4}\right)=\ln\frac{3}{2}+\frac{9}{16}-\ln\frac{7}{2}-\frac{1}{16}=\ln\frac{3}{7}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\left(1-\ln\frac{49}{6}\right)<0$.

所以$f(x)$在区间$\left[-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right]$的最大值为$f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{16}+\ln\frac{7}{2}$.

20．解：

设事件A为“方程$a^2+2ax+b^2=0$有实根”.

当$a>0$，$b>0$时，方程$x^2+2ax+b^2=0$有实根的充要条件为$a\geqslant b$.

（Ⅰ）基本事件共 12 个：

$(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2)$．其中第一个数表示$a$的取值，第二个数表示$b$的取值.

事件A中包含 9 个基本事件，事件A发生的概率为$P(A)=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$.

（Ⅱ）试验的全部结束所构成的区域为$\left\{(a,\ b)\,|\,0\leqslant a\leqslant 3,0\leqslant b\leqslant 2\right\}$.

构成事件A的区域为$\left\{(a,\ b)\,|\,0\leqslant a\leqslant 3,0\leqslant b\leqslant 2,\ a\geqslant b\right\}$.

所以所求的概率为$=\dfrac{3\times 2-\frac{1}{2}\times 2^2}{3\times 2}=\frac{2}{3}$.

21．解：

（Ⅰ）圆的方程可写成$(x-6)^2+y^2=4$，所以圆心为$Q(6,0)$，过$P(0,2)$且斜率为k的直线方程为$y=kx+2$.

代入圆方程得$x^2+(kx+2)^2-12x+32=0$，

整理得$(1+k^2)x^2+4(k-3)x+36=0$.　　　①

直线与圆交于两个不同的点A，B等价于

$\Delta=[4(k-3)^2]-4\times36(1+k^2)=4^2(-8k^2-6k)>0$，

解得$-\frac{3}{4}<k<0$，即k的取值范围为$\left(-\frac{3}{4},0\right)$.

（Ⅱ）设$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，则$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2,\ y_1+y_2)$，

由方程①，

$x_1+x_2=-\frac{4(k-3)}{1+k^2}$　　　　　②

又$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+4$.　　　　　③

而$P(0,2)$，$Q(6,0)$，$\overrightarrow{PQ}=(6,-2)$.

所以$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{PQ}$共线等价于$(x_1+x_2)=6(y_1+y_2)$，

将②③代入上式，解得$k=-\frac{3}{4}$.

由（Ⅰ）知$k\in\left(\frac{3}{4},0\right)$，故没有符合题意的常数$k$.

22．A

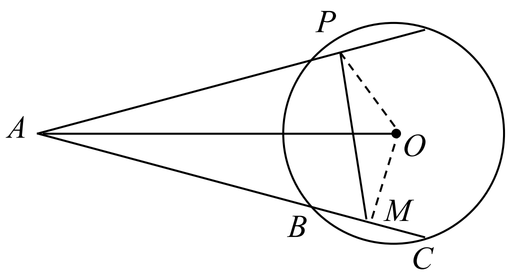
（Ⅰ）证明：连结OP，OM.

因为AP与$\odot O$相切于点P，所以$OP\perp AP$.

因为M是$\odot O$的弦BC的中点，所以$OM\perp BC$.

于是$\angle OPA+\angle OMA=180^\circ$.

由圆心O在$\angle PAC$的内部，可知四边形$APOM$的对角互补，所以A，P，O，M四点共圆.



（Ⅱ）解：由（Ⅰ）得A，P，O，M四点共圆，所以$\angle OAM=\angle OPM$.

由（Ⅰ）得$OP\perp AP$.

由圆心O在$\angle PAC$的内部，可知$\angle OPM+\angle APM=90^\circ$.

所以$\angle OAM+\angle APM=90^\circ$.

22．B

解：以有点为原点，极轴为x轴正半轴，建立平面直角坐标系，两坐标系中取相同的长度单位.

（Ⅰ）$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，由$\rho=4\cos\theta$得$\rho^2=4\rho\cos\theta$.

所以$x^2+y^2=4x$.

即$x^2+y^2-4x=0$为$\odot O_1$的直角坐标方程.

同理$x^2+y^2+4y=0$为$\odot O_2$的直角坐标方程.

（Ⅱ）由$\begin{cases} x^2+y^2-4x=0 \\ x^2+y^2+4y=0 \end{cases}$

解得$\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=0, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=2 \\ y_2=-2 \end{cases}$.

即$\odot O_1$，$\odot O_2$交于点$(0,0)$和$(2,-2)$．过交点的直线的直角坐标方程为$y=-x$．