

2017年天津市高考数学试卷（文科）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (5分) 设集合 $A=\{1, 2, 6\}$, $B=\{2, 4\}$, $C=\{1, 2, 3, 4\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$ ()

A. $\{2\}$ B. $\{1, 2, 4\}$ C. $\{1, 2, 4, 6\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

2. (5分) 设 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $2 - x \geq 0$ ”是“ $|x - 1| \leq 1$ ”的 ()

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

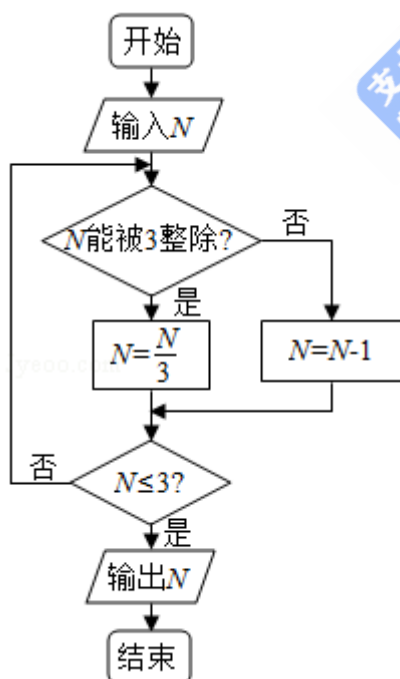
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. (5分) 有5支彩笔（除颜色外无差别），颜色分别为红、黄、蓝、绿、紫.

从这5支彩笔中任取2支不同颜色的彩笔，则取出的2支彩笔中含有红色彩笔的概率为 ()

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

4. (5分) 阅读如图的程序框图，运行相应的程序，若输入N的值为19，则输出N的值为 ()



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. (5分) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为F, 点A在双曲线

的渐近线上， $\triangle OAF$ 是边长为2的等边三角形（O为原点），则双曲线的方程为（ ）

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

6. (5分) 已知奇函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数. 若 $a = -f(\log_8 \frac{1}{5})$, $b = f(\log_2 4)$, $c = f(2^{0.8})$, 则 a, b, c 的大小关系为（ ）

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

7. (5分) 设函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \phi)$, $x \in \mathbb{R}$, 其中 $\omega > 0$, $|\phi| < \pi$. 若 $f(\frac{5\pi}{8}) = 2$, $f(\frac{11\pi}{8}) = 0$, 且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π , 则（ ）

- A. $\omega = \frac{2}{3}, \phi = \frac{\pi}{12}$ B. $\omega = \frac{2}{3}, \phi = -\frac{11\pi}{12}$
 C. $\omega = \frac{1}{3}, \phi = -\frac{11\pi}{24}$ D. $\omega = \frac{1}{3}, \phi = \frac{7\pi}{24}$

8. (5分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x|+2, & x < 1 \\ x + \frac{2}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$, 设 $a \in \mathbb{R}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq |\frac{x}{2} + a|$ 在 \mathbb{R} 上恒成立, 则 a 的取值范围是（ ）

- A. $[-2, 2]$ B. $[-2\sqrt{3}, 2]$ C. $[-2, 2\sqrt{3}]$ D. $[-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。

9. (5分) 已知 $a \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位, 若 $\frac{a-i}{2+i}$ 为实数, 则 a 的值为_____.

10. (5分) 已知 $a \in \mathbb{R}$, 设函数 $f(x) = ax - \ln x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 l , 则 l 在 y 轴上的截距为_____.

11. (5分) 已知一个正方体的所有顶点在一个球面上, 若这个正方体的表面积为18, 则这个球的体积为_____.

12. (5分) 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l . 已知点 C 在 l 上, 以 C 为圆心的圆与 y 轴的正半轴相切于点 A . 若 $\angle FAC = 120^\circ$, 则圆的方程为_____.

13. (5分) 若 $a, b \in \mathbb{R}$, $ab > 0$, 则 $\frac{a^4 + 4b^4 + 1}{ab}$ 的最小值为_____.

14. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 3$, $AC = 2$. 若 $\vec{BD} = 2\vec{DC}$, $\vec{AE} = \lambda \vec{AC} - \vec{AB}$ ($\lambda \in$

R), 且 $\vec{AD} \cdot \vec{AE} = -4$, 则 λ 的值为_____.

三、解答题: 本大题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

15. (13分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c. 已知 $a \sin A = 4b \sin B$, $ac = \sqrt{5}(a^2 - b^2 - c^2)$.

(I) 求 $\cos A$ 的值;

(II) 求 $\sin(2B - A)$ 的值.

16. (13分) 电视台播放甲、乙两套连续剧, 每次播放连续剧时, 需要播放广告. 已知每次播放甲、乙两套连续剧时, 连续剧播放时长、广告播放时长、收视人次如下表所示:

	连续剧播放时长(分钟)	广告播放时长(分钟)	收视人次(万)
甲	70	5	60
乙	60	5	25

已知电视台每周安排的甲、乙连续剧的总播放时间不多于600分钟, 广告的总播放时间不少于30分钟, 且甲连续剧播放的次数不多于乙连续剧播放次数的2倍. 分别用 x, y 表示每周计划播出的甲、乙两套连续剧的次数.

(I) 用 x, y 列出满足题目条件的数学关系式, 并画出相应的平面区域;

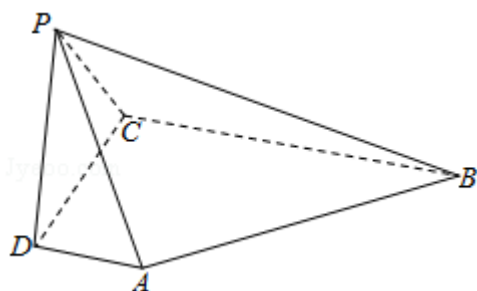
(II) 问电视台每周播出甲、乙两套连续剧各多少次, 才能使总收视人次最多?

17. (13分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \perp$ 平面 PDC , $AD \parallel BC$, $PD \perp PB$, $AD=1$, $BC=3$, $CD=4$, $PD=2$.

(I) 求异面直线 AP 与 BC 所成角的余弦值;

(II) 求证: $PD \perp$ 平面 PBC ;

(III) 求直线 AB 与平面 PBC 所成角的正弦值.



18. (13分) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbb{N}^*$), $\{b_n\}$ 是首项为 2 的等比数列, 且公比大于 0, $b_2 + b_3 = 12$, $b_3 = a_4 - 2a_1$, $S_{11} = 11b_4$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\{a_{2n}b_n\}$ 的前 n 项和 ($n \in \mathbb{N}^*$).

19. (14分) 设 $a, b \in \mathbb{R}$, $|a| \leq 1$. 已知函数 $f(x) = x^3 - 6x^2 - 3a(a-4)x + b$, $g(x) = e^x f(x)$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 已知函数 $y = g(x)$ 和 $y = e^x$ 的图象在公共点 (x_0, y_0) 处有相同的切线,

(i) 求证: $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处的导数等于 0;

(ii) 若关于 x 的不等式 $g(x) \leq e^x$ 在区间 $[x_0 - 1, x_0 + 1]$ 上恒成立, 求 b 的取值范围.

20. (14分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 $F(-c, 0)$, 右顶点

为 A , 点 E 的坐标为 $(0, c)$, $\triangle EFA$ 的面积为 $\frac{b^2}{2}$.

(I) 求椭圆的离心率;

(II) 设点 Q 在线段 AE 上, $|FQ| = \frac{3}{2}c$, 延长线段 FQ 与椭圆交于点 P , 点 M, N 在 x 轴上, $PM \parallel QN$, 且直线 PM 与直线 QN 间的距离为 c , 四边形 $PQNM$ 的面积为 $3c$.

(i) 求直线 FP 的斜率;

(ii) 求椭圆的方程.