

2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

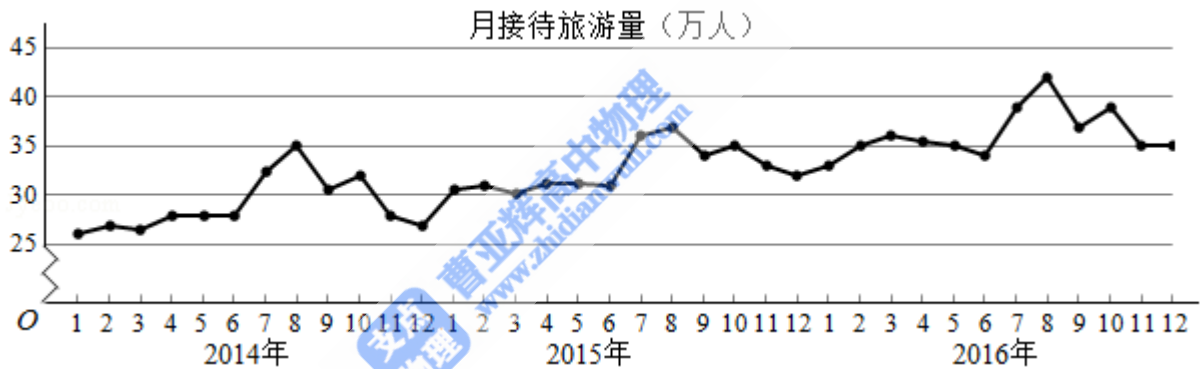
1. (5分) 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

2. (5分) 设复数 z 满足 $(1+i)z = 2i$, 则 $|z| =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

3. (5分) 某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图。



根据该折线图，下列结论错误的是 ()

- A. 月接待游客量逐月增加
 B. 年接待游客量逐年增加
 C. 各年的月接待游客量高峰期大致在7, 8月
 D. 各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

4. (5分) $(x+y)(2x-y)^5$ 的展开式中的 x^3y^3 系数为 ()

- A. -80 B. -40 C. 40 D. 80

5. (5分) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线方程为 $y =$

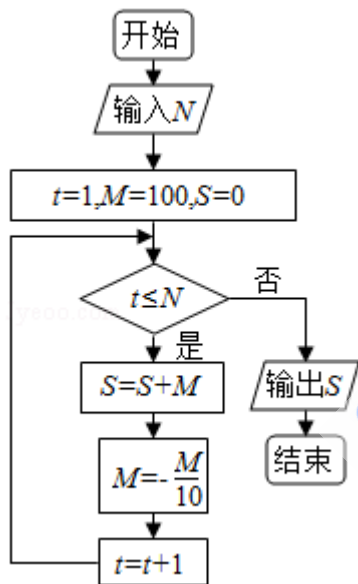
$\frac{\sqrt{5}}{2}x$, 且与椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 有公共焦点, 则 C 的方程为 ()

A. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{10} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

6. (5分) 设函数 $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ ，则下列结论错误的是 ()

- A. $f(x)$ 的一个周期为 -2π
 B. $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{8\pi}{3}$ 对称
 C. $f(x+\pi)$ 的一个零点为 $x = \frac{\pi}{6}$
 D. $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 单调递减

7. (5分) 执行如图的程序框图，为使输出 S 的值小于 91 ，则输入的正整数 N 的最小值为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

8. (5分) 已知圆柱的高为 1 ，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为 ()

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

9. (5分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1 ，公差不为 0 。若 a_2, a_3, a_6 成等比数列，则 $\{a_n\}$ 前 6 项的和为 ()

- A. -24 B. -3 C. 3 D. 8

10. (5分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 ,

且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx - ay + 2ab = 0$ 相切，则C的离心率为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

11. (5分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 $a =$ （ ）

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

12. (5分) 在矩形ABCD中， $AB=1$ ， $AD=2$ ，动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上. 若 $\vec{AP} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AD}$ ，则 $\lambda + \mu$ 的最大值为（ ）

- A. 3 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2

二、填空题:本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y-2 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z=3x - 4y$ 的最小值为_____.

14. (5分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = -1$ ， $a_1 - a_3 = -3$ ，则 $a_4 =$ _____.

15. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$ ，则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的 x 的取值范围是_____.

16. (5分) a, b 为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形ABC的直角边AC所在直线与 a, b 都垂直，斜边AB以直线AC为旋转轴旋转，有下列结论：

- ①当直线AB与 a 成 60° 角时，AB与 b 成 30° 角；
- ②当直线AB与 a 成 60° 角时，AB与 b 成 60° 角；
- ③直线AB与 a 所成角的最小值为 45° ；
- ④直线AB与 a 所成角的最小值为 60° ；

其中正确的是_____。（填写所有正确结论的编号）

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：60分。

17. （12分） $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知 $\sin A + \sqrt{3}\cos A = 0$, $a = 2\sqrt{7}$, $b = 2$.

(1) 求c;

(2) 设D为BC边上一点, 且 $AD \perp AC$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

18. （12分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶4元，售价每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完。根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位： $^{\circ}\text{C}$ ）有关。如果最高气温不低于25，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间 $[20, 25)$ ，需求量为300瓶；如果最高气温低于20，需求量为200瓶。为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	2	16	36	25	7	4

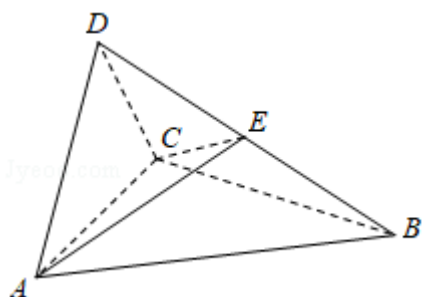
以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率。

(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量 X （单位：瓶）的分布列；

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y （单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量 n （单位：瓶）为多少时， Y 的数学期望达到最大值？

19. (12分) 如图, 四面体ABCD中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $\triangle ACD$ 是直角三角形, $\angle ABD = \angle CBD$, $AB = BD$.

- (1) 证明: 平面ACD \perp 平面ABC;
- (2) 过AC的平面交BD于点E, 若平面AEC把四面体ABCD分成体积相等的两部分, 求二面角D - AE - C的余弦值.



20. (12分) 已知抛物线C: $y^2 = 2x$, 过点(2, 0)的直线l交C于A, B两点, 圆M是以线段AB为直径的圆.

- (1) 证明: 坐标原点O在圆M上;
- (2) 设圆M过点P(4, -2), 求直线l与圆M的方程.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = x - 1 - \ln x$.

- (1) 若 $f(x) \geq 0$, 求a的值;
- (2) 设m为整数, 且对于任意正整数n, $(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{2^2}) \dots (1 + \frac{1}{2^n}) < m$, 求m的最小值.

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t \\ y=kt \end{cases}$ ，(t为参数)

，直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases} x=-2+m \\ y=\frac{m}{k} \end{cases}$ ，(m为参数)。设 l_1 与 l_2 的交点为P，当k变化

时，P的轨迹为曲线C。

(1) 写出C的普通方程；

(2) 以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 $l_3: \rho(\cos\theta + \sin\theta) - \sqrt{2} = 0$ ，M为 l_3 与C的交点，求M的极径。

[选修4-5：不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集；

(2) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空，求m的取值范围。