

2013 年高考辽宁数学（文）卷原卷（精编版）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

(1) 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid |x| < 2\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{0\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{0, 2\}$ (D) $\{0, 1, 2\}$

(2) 复数的 $Z = \frac{1}{i-1}$ 模为

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

(3) 已知点 $A(1, 3)$, $B(4, -1)$, 则与向量 \overrightarrow{AB} 同方向的单位向量为

- (A) $\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ (B) $\left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$
(C) $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ (D) $\left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

(4) 下面是关于公差 $d > 0$ 的等差数列 $\{a_n\}$ 的四个命题:

p_1 : 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列;

p_2 : 数列 $\{na_n\}$ 是递增数列;

p_3 : 数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是递增数列;

p_4 : 数列 $\{a_n + 3nd\}$ 是递增数列;

其中的真命题为

- (A) p_1, p_2 (B) p_3, p_4 (C) p_2, p_3 (D) p_1, p_4

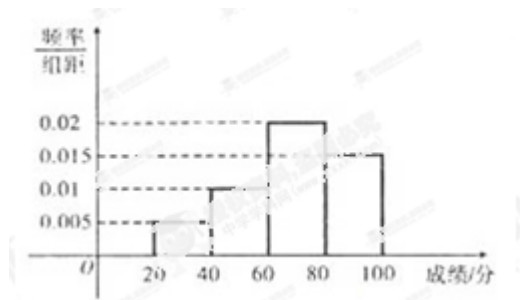
(5) 某学校组织学生参加英语测试，成绩的频率分布直方图如图，

数据的分组一次为

$[20, 40), [40, 60), [60, 80), [80, 100)$.

若低于 60 分的人数是 15 人，则该班的学生人数是

- (A) 45 (B) 50
(C) 55 (D) 60



(6) 在 $\triangle ABC$ ，内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c . $a \sin B \cos C + c \sin B \cos A = \frac{1}{2}b$,

且 $a > b$, 则 $\angle B =$

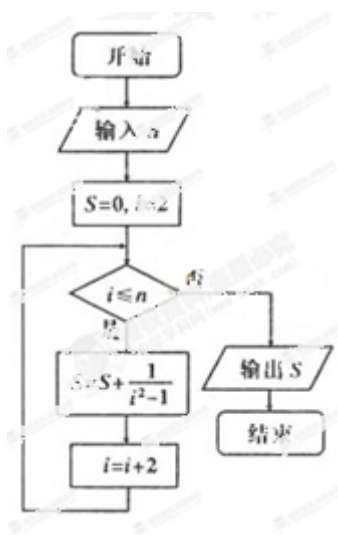
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

(7) 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+9x^2} - 3x) + 1$, 则 $f(\lg 2) + f\left(\lg \frac{1}{2}\right) =$

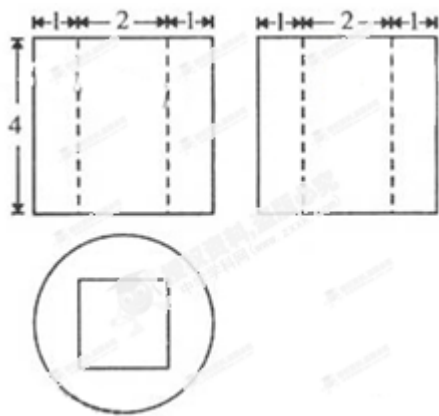
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

(8) 执行如图所示的程序框图，若输入 $n = 8$, 则输出的 $S =$

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{8}{9}$ D. $\frac{10}{11}$



(9) 已知点 $O(0,0), A(0,b), B(a,a^3)$. 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 则必有



(14) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 a_1, a_3 是方程 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 的两个根, 则 $S_6 =$ _____.

(15) 已知 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的左焦点, P, Q 为 C 上的点, 若 PQ 的长等于虚轴长的 2 倍, 点 $A(5, 0)$ 在线段 PQ 上, 则 $\triangle PQF$ 的周长为 _____.

(16) 为了考察某校各班参加课外书法小组的人数, 在全校随机抽取 5 个班级, 把每个班级参加该小组的认为作为样本数据. 已知样本平均数为 7, 样本方差为 4, 且样本数据互相不相同, 则样本数据中的最大值为 _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

设向量 $a = (\sqrt{3} \sin x, \sin x), b = (\cos x, \sin x), x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

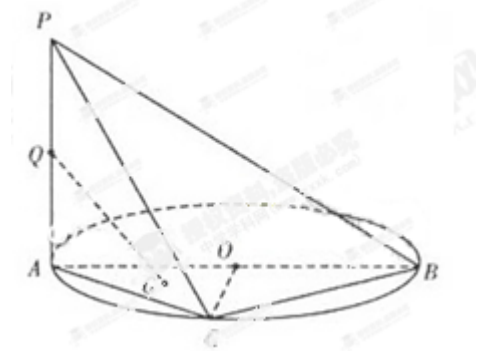
- (I) 若 $|a| = |b|$, 求 x 的值;
- (II) 设函数 $f(x) = a \cdot b$, 求 $f(x)$ 的最大值

18. (本小题满分 12 分)

如图, AB 是圆 O 的直径, PA 垂直圆 O 所在的平面, C 是圆 O 上的点.

- (I) 求证: $BC \perp$ 平面 PAC ;

(II) 设 Q 为 PA 的中点, G 为 $\triangle AOC$ 的重心, 求证: $QG \parallel$ 平面 PBC .



19. (本小题满分 12 分)

现有 6 道题, 其中 4 道甲类题, 2 道乙类题, 张同学从中任取 3 道题解答. 试求:

- (I) 所取的 2 道题都是甲类题的概率;
- (II) 所取的 2 道题不是同一类题的概率.

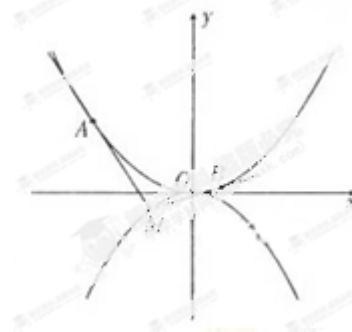
20. (本小题满分 12 分)

如图, 抛物线 $C_1: x^2 = 4y, C_2: x^2 = -2py (p > 0)$. 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 C_2 上, 过 M 作 C_1 的切线, 切点为 A, B (M 为原点 O 时, A, B 重合于 O). 当 $x_0 = 1 - \sqrt{2}$ 时, 切线 MA 的斜率为 $-\frac{1}{2}$.

- (I) 求 P 的值;
- (II)

当 M 在 C_2 上运动时, 求线段 AB 中点 N 的轨迹方程

(A, B 重合于 O 时, 中点为 O).



21. (本小题满分 12 分)

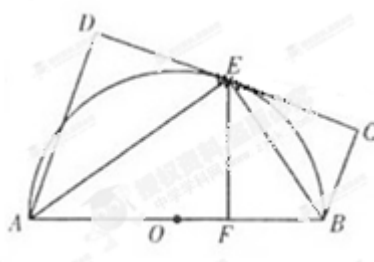
(I) 证明: 当 $x \in [0, 1]$ 时, $\frac{\sqrt{2}}{2}x \leq \sin x \leq x$;

(II) 若不等式 $ax + x^2 + \frac{x^3}{2} + 2(x+2)\cos x \leq 4$ 对 $x \in [0, 1]$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分。
作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, AB 为 $\odot O$ 直径, 直线 CD 与 $\odot O$ 相切于 E . AD 垂直于 CD 于 D , BC 垂直于 CD 于 C , EF 垂直于 AB 于 F , 连接 AE, BE . 证明:



(I) $\angle FEB = \angle CEB$;

(II) $EF^2 = AD \cdot BC$.

23 (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xoy 中以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立坐标系. 圆 C_1 , 直线 C_2 的极坐标方程分别为 $\rho = 4 \sin \theta, \rho = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}..$

(I) 求 C_1 与 C_2 交点的极坐标;

(II) 设 P 为 C_1 的圆心, Q 为 C_1 与 C_2 交点连线的中点. 已知直线 PQ 的参数方程为

$$\begin{cases} x = t^3 + a \\ y = \frac{b}{2}t^3 + 1 \end{cases} \quad (t \in R \text{ 为参数}), \text{ 求 } a, b \text{ 的值.}$$

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - a|$, 其中 $a > 1$.

(I) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 4 - |x - 4|$ 的解集;

(II) 已知关于 x 的不等式 $|f(2x + a) - 2f(x)| \leq 2$ 的解集为 $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$, 求 a 的值.