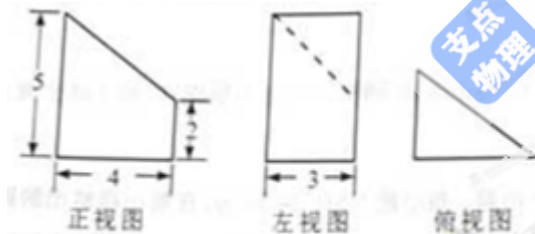


题(5)图

6. 已知命题  $p$ : 对任意  $x \in R$ , 总有  $|x| \geq 0$ ;  $q$ :  $x=1$  是方程  $x+2=0$  的根, 则下列命题为真命题的是( )

- A.  $p \wedge \neg q$       B.  $\neg p \wedge q$       C.  $\neg p \wedge \neg q$       D.  $p \wedge q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为( )



A.12

B.18

C.24

D.30

8. 设  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 双曲线上存在一点  $P$  使得

$(|PF_1| - |PF_2|)^2 = b^2 - 3ab$ , 则该双曲线的离心率为( )

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{15}$       C. 4      D.  $\sqrt{17}$

9. 若  $\log_4(3a+4b) = \log_2 \sqrt{ab}$ , 则  $a+b$  的最小值是( )

- A.  $6+2\sqrt{3}$       B.  $7+2\sqrt{3}$       C.  $6+4\sqrt{3}$       D.  $7+4\sqrt{3}$

10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} - 3, & x \in (-1, 0] \\ x, & x \in (0, 1] \end{cases}$ , 且  $g(x) = f(x) - mx - m$  在  $(-1, 1]$  内有且仅有两个不同的零

点, 则实数  $m$  的取值范围是( )

A.  $(-\frac{9}{4}, -2] \cup (0, \frac{1}{2}]$

B.  $(-\frac{11}{4}, -2] \cup (0, \frac{1}{2}]$

C.  $(-\frac{9}{4}, -2] \cup (0, \frac{2}{3}]$

D.  $(-\frac{11}{4}, -2] \cup (0, \frac{2}{3}]$

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

11. 已知集合  $A = \{3, 4, 5, 12, 13\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 8, 13\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

12. 已知向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $60^\circ$ , 且  $\vec{a} = (-2, -6)$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{10}$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  \_\_\_\_\_.

13. 将函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 图像上每一点的横坐标缩短为原来的

一半, 纵坐标不变, 再向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度得到  $y = \sin x$  的图像, 则  $f(\frac{\pi}{6}) =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知直线  $x - y + a = 0$  与圆心为  $C$  的圆  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$  相交于  $A, B$  两点, 且

$AC \perp BC$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 某校早上 8:00 开始上课, 假设该校学生小张与小王在早上 7:30—7:50 之间到校, 且每人在该时间段的任何时刻到校是等可能的, 则小张比小王至少早 5 分钟到校的概率为\_\_\_\_\_ (用数字作答)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

16. (本小题满分 13 分. (I) 小问 6 分, (II) 小问 7 分)

已知  $\{a_n\}$  是首项为 1, 公差为 2 的等差数列,  $S_n$  表示  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和.

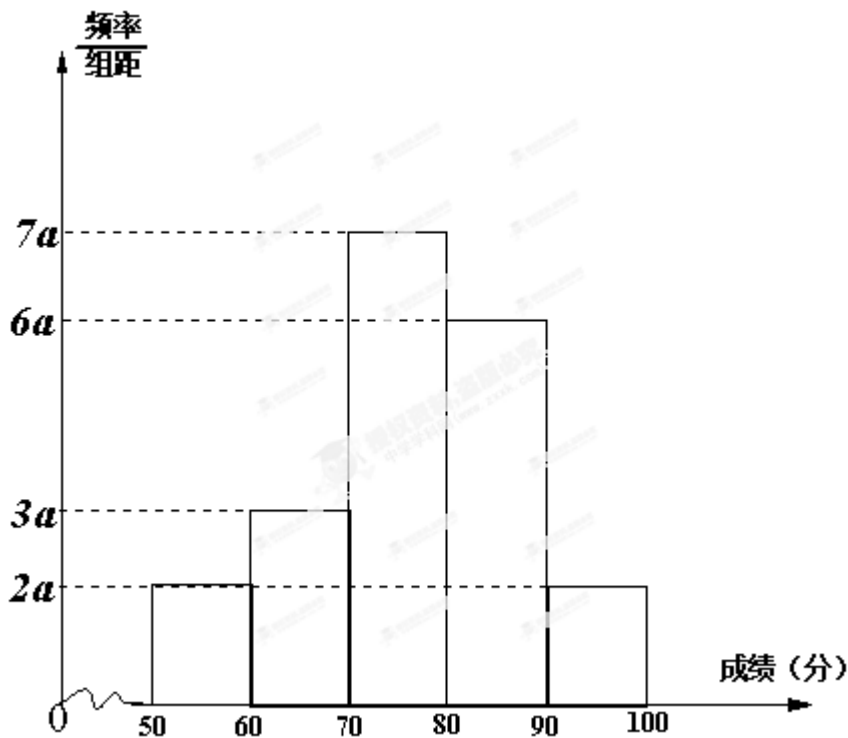
(I) 求  $a_n$  及  $S_n$ ;

(II) 设  $\{b_n\}$  是首项为 2 的等比数列, 公比  $q$  满足  $q^2 - (a_4 + 1)q + S_4 = 0$ , 求  $\{b_n\}$  的通项公式及其前  $n$

项和  $T_n$ .

17. (本小题满分 13 分. (I) 小问 4 分, (II) 小问 4 分, (III) 小问 5 分)

20 名学生某次数学考试成绩 (单位: 分) 的频数分布直方图如下:



- (I) 求频率分布直方图中  $a$  的值;
- (II) 分别求出成绩落在  $[50, 60)$  与  $[60, 70)$  中的学生人数;
- (III) 从成绩在  $[50, 70)$  的学生中人选 2 人, 求此 2 人的成绩都在  $[60, 70)$  中的概率.

18. (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $a + b + c = 8$

(I) 若  $a = 2, b = \frac{5}{2}$ , 求  $\cos C$  的值;

(II) 若  $\sin A \cos^2 \frac{B}{2} + \sin B \cos^2 \frac{A}{2} = 2 \sin C$ , 且  $\triangle ABC$  的面积  $S = \frac{9}{2} \sin C$ , 求  $a$  和  $b$  的值.

19. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{a}{x} - \ln x - \frac{3}{2}$ , 其中  $a \in R$ , 且曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线垂直于  $y = \frac{1}{2}x$ .

- (I) 求  $a$  的值;
- (II) 求函数  $f(x)$  的单调区间与极值.

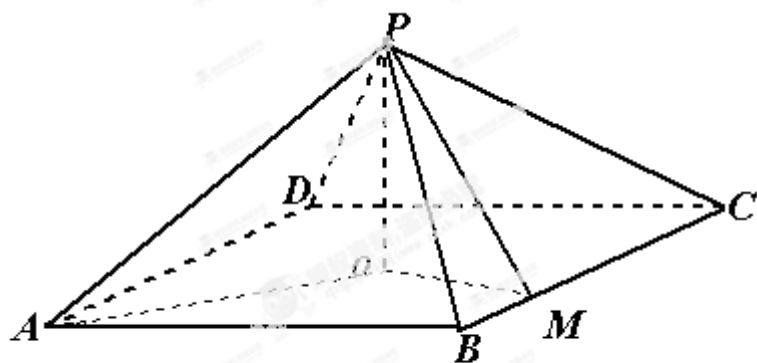
20. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

如题 (20) 图, 四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面是以  $O$  为中心的菱形,  $PO \perp$  底面  $ABCD$ ,

$AB = 2, \angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ,  $M$  为  $BC$  上一点, 且  $BM = \frac{1}{2}$ .

(I) 证明:  $BC \perp$  平面  $POM$ ;

(II) 若  $MP \perp AP$ , 求四棱锥  $P-ABMO$  的体积.



题 (20) 图

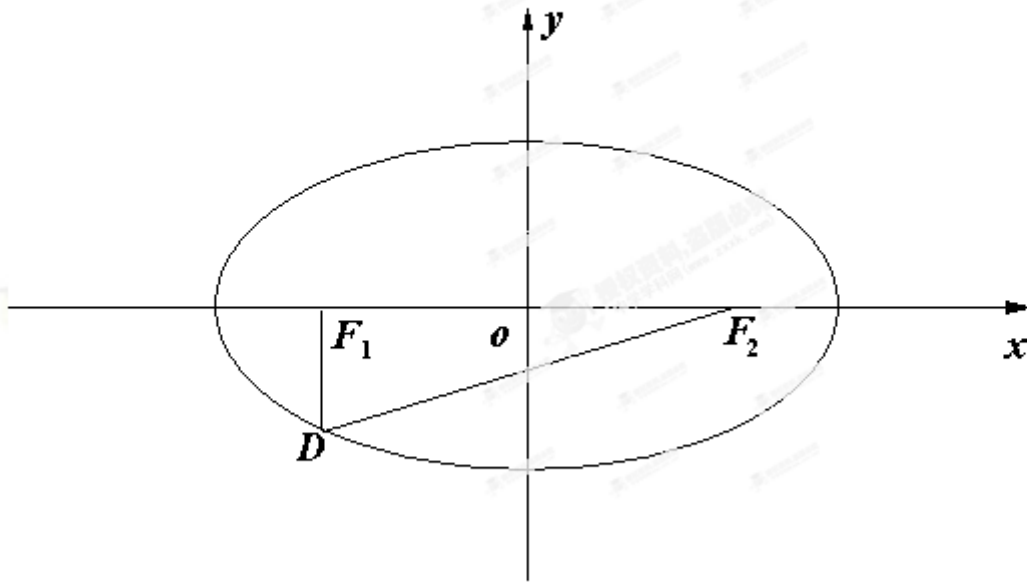
21. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $D$  在椭圆上,

$$DF_1 \perp F_1F_2, \frac{|F_1F_2|}{|DF_1|} = 2\sqrt{2}, \Delta DF_1F_2 \text{ 的面积为 } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(I) 求该椭圆的标准方程;

(II) 是否存在圆心在  $y$  轴上的圆, 使圆在  $x$  轴的上方与椭圆两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点? 若存在, 求圆的方程, 若不存在, 请说明理由.



题(21)图