

2013年广东省高考数学试卷（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) (2013•广东) 设集合 $M = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- A $\{0\}$ B $\{0, 2\}$ C $\{-2, 0\}$ D $\{-2, 0, 2\}$

2. (5分) (2013•广东) 定义域为 \mathbb{R} 的四个函数 $y = x^3$, $y = 2^x$, $y = x^2 + 1$, $y = 2\sin x$ 中, 奇函数的个数是 ()

- A 4 B 3 C 2 D 1

3. (5分) (2013•广东) 若复数 z 满足 $iz = 2 + 4i$, 则在复平面内, z 对应的点的坐标是 ()

- A $(2, 4)$ B $(2, -4)$ C $(4, -2)$ D $(4, 2)$

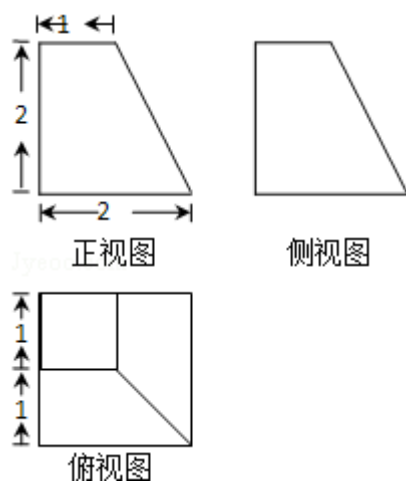
4. (5分) (2013•广东) 已知离散型随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

则 X 的数学期望 $E(X) =$ ()

- A $\frac{3}{2}$ B 2 C $\frac{5}{2}$ D 3

5. (5分) (2013•广东) 某四棱台的三视图如图所示, 则该四棱台的体积是 ()



- A 4 B $\frac{14}{3}$ C $\frac{16}{3}$ D 6

6. (5分) (2013•广东) 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 下列命题中正确的是 ()

- A 若 $\alpha \perp \beta$, $m \subset \alpha$, B 若 $\alpha \parallel \beta$, $m \subset \alpha$,

- . $n \subset \beta$, 则 $m \perp n$. $n \subset \beta$, 则 $m \parallel n$
 C 若 $m \perp n$, $m \subset \alpha$ D 若 $m \perp \alpha$, $m \parallel n$,
 . , $n \subset \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$. $n \parallel \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

7. (5分) (2013•广东) 已知中心在原点的双曲线C的右焦点为F(3, 0), 离心率等于 $\frac{3}{2}$, 则C的方程是 ()

- A $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{\sqrt{5}} = 1$ B $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ C $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{5} = 1$ D $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{\sqrt{5}} = 1$

8. (5分) (2013•广东) 设整数 $n \geq 4$, 集合 $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. 令集合 $S = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in X, \text{且三条条件 } x < y < z, y < z < x, z < x < y \text{恰有一个成立}\}$. 若 (x, y, z) 和 (z, w, x) 都在S中, 则下列选项正确的是 ()

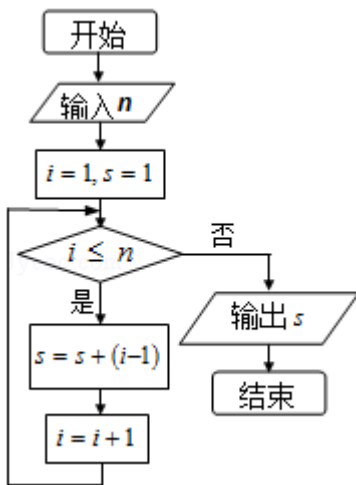
- A $(y, z, w) \in S$ B $(y, z, w) \in S$ C $(y, z, w) \notin S$ D $(y, z, w) \notin S$
 . , $(x, y, w) \notin S$. , $(x, y, w) \in S$. S, $(x, y, w) \in S$. S, $(x, y, w) \notin S$

二、填空题: 本大题共7小题, 考生作答6小题, 每小题5分, 满分30分.

9. (5分) (2013•广东) 不等式 $x^2 + x - 2 < 0$ 的解集为_____.

10. (5分) (2013•广东) 若曲线 $y = kx + \ln x$ 在点(1, k)处的切线平行于x轴, 则 $k =$ _____.

11. (5分) (2013•广东) 执行如图所示的程序框图, 若输入n的值为4, 则输出s的值为_____.



12. (5分) (2013•广东) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_8 = 10$, 则 $3a_5 + a_7 =$ _____.

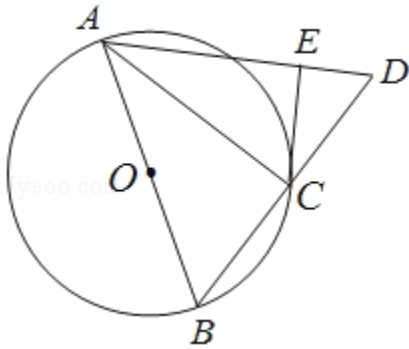
13. (5分) (2013•广东) 给定区域D: $\begin{cases} x+4y \geq 4 \\ x+y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$. 令点集 $T = \{(x_0, y_0) \in D \mid x_0, y_0 \in \mathbb{Z}, (x_0, y_0) \text{ 是 } z = x + y \text{ 在 } D \text{ 上取得最大值或最小值的点}\}$, 则T中的点共确定_____条不同的直线.

14. (5分) (2013•广东) (坐标系与参数方程选做题)

已知曲线C的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = \sqrt{2} \sin t \end{cases}$ (t为参数), C在点(1, 1)处的切线为l, 以坐标原点为极点, x轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 则l的极坐标方程为_____.

15. (2013•广东) (几何证明选讲选做题)

如图, AB是圆O的直径, 点C在圆O上, 延长BC到D使BC=CD, 过C作圆O的切线交AD于E. 若AB=6, ED=2, 则BC=_____.



三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16. (12分) (2013•广东) 已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{12})$, $x \in \mathbb{R}$.

(1) 求 $f(-\frac{\pi}{6})$ 的值;

(2) 若 $\cos \theta = \frac{3}{5}$, $\theta \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$, 求 $f(2\theta + \frac{\pi}{3})$.

17. (12分) (2013•广东) 某车间共有12名工人, 随机抽取6名, 他们某日加工零件个数的茎叶图如图所示, 其中茎为十位数, 叶为个位数.

(1) 根据茎叶图计算样本均值;

(2) 日加工零件个数大于样本均值的工人为优秀工人, 根据茎叶图推断该车间12名工人中有几名优秀工人?

(3) 从该车间12名工人中, 任取2人, 求恰有1名优秀工人的概率.

1	7 9
2	0 1 5
3	0

18. (14分) (2013•广东) 如图1, 在等腰直角三角形ABC中, $\angle A = 90^\circ$, $BC = 6$, D, E分别是AC, AB上的点, $CD = BE = \sqrt{2}$, O为BC的中点. 将 $\triangle ADE$ 沿DE折起, 得到如图2所示的四棱锥 $A' - BCDE$, 其中 $A'O = \sqrt{3}$.

(1) 证明: $A'O \perp$ 平面BCDE;

(2) 求二面角 $A' - CD - B$ 的平面角的余弦值.

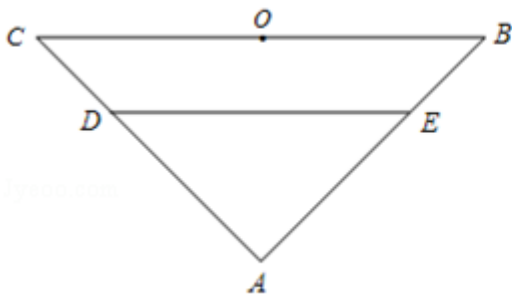


图 1

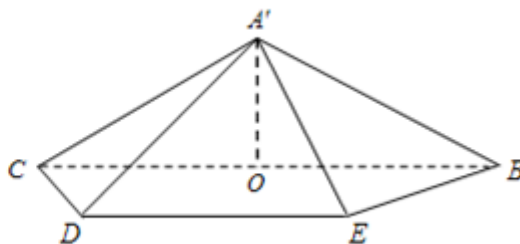


图 2

19. (14分) (2013•广东) 设数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1$, $\frac{2S_n}{n} = a_{n+1} - \frac{1}{3}n^2 - n - \frac{2}{3}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- (1) 求 a_2 的值;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (3) 证明: 对一切正整数 n , 有 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{7}{4}$.

20. (14分) (2013•广东) 已知抛物线 C 的顶点为原点, 其焦点 $F(0, c)$ ($c > 0$) 到直线 $l: x - y - 2 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 设 P 为直线 l 上的点, 过点 P 作抛物线 C 的两条切线 PA, PB , 其中 A, B 为切点.

- (1) 求抛物线 C 的方程;
- (2) 当点 $P(x_0, y_0)$ 为直线 l 上的定点时, 求直线 AB 的方程;
- (3) 当点 P 在直线 l 上移动时, 求 $|AF| \cdot |BF|$ 的最小值.

21. (14分) (2013•广东) 设函数 $f(x) = (x - 1)e^x - kx^2$ ($k \in \mathbb{R}$).

- (1) 当 $k=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 当 $k \in (\frac{1}{2}, 1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[0, k]$ 上的最大值 M .