

# 2009年普通高等学校招生全国统一考试（海南卷）

## 数学（理工农医类）

### 第I卷

一、选择题：（本大题共12题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，中有一项是符合题目要求的。

(1) 已知集合  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$ , 则  $A \cap C_N B =$

(A)  $\{1, 5, 7\}$  (B)  $\{3, 5, 7\}$

(C)  $\{1, 3, 9\}$  (D)  $\{1, 2, 3\}$

(2) 复数  $\frac{3+2i}{2-3i} - \frac{3-2i}{2+3i} =$

(A) 0 (B) 2 (C)  $-2i$  (D) 2

(3) 对变量  $x, y$  有观测数据  $(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ ), 得散点图1; 对变量  $u, v$

有观测数据  $(u_i, v_i)$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ ), 得散点图2. 由这两个散点图可以判断。

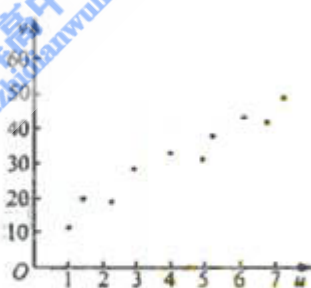
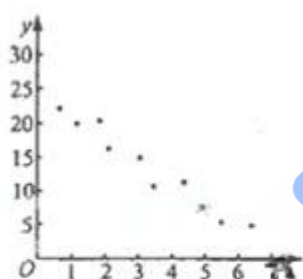


图 2

ks5u

(A) 变量  $x$  与  $y$  正相关,  $u$  与  $v$  正相关 (B) 变量  $x$  与  $y$  正相关,  $u$  与  $v$  负相关  
(C) 变量  $x$  与  $y$  负相关,  $u$  与  $v$  正相关 (D) 变量  $x$  与  $y$  负相关,  $u$  与  $v$  负相关

(4) 双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  的焦点到渐近线的距离为

(A)  $2\sqrt{3}$  (B) 2 (C)  $\sqrt{3}$  (D) 1

(5) 有四个关于三角函数的命题:

$p_1: \exists x \in \mathbb{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$   $p_2: \exists x, y \in \mathbb{R}, \sin(x-y) = \sin x - \sin y$

$p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} = \sin x$   $p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$

其中假命题的是

- (A)  $p_1, p_4$  (B)  $p_2, p_4$  (C)  $p_1, p_3$  (D)  $p_2, p_4$

(6) 设  $x, y$  满足 
$$\begin{cases} 2x + y \geq 4 \\ x - y \geq -1 \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$$
 则  $z = x + y$

- (A) 有最小值2, 最大值3 (B) 有最小值2, 无最大值  
(C) 有最大值3, 无最小值 (D) 既无最小值, 也无最大值

(7) 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $s_n$ , 且  $4a_1, 2a_2, a_3$  成等差数列。若  $a_1 = 1$ , 则  $s_4 =$

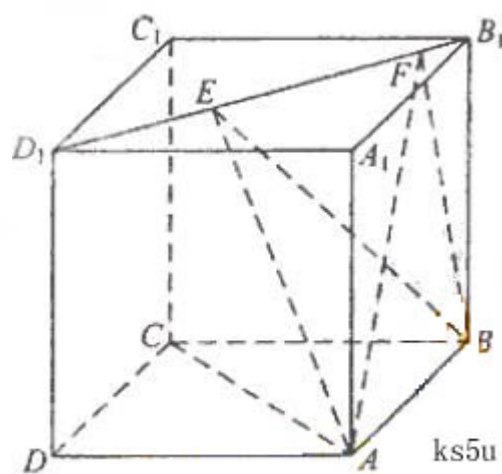
- (A) 7 (B) 8 (C) 15 (D) 16

(8) 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱线长为1, 线段

$B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ , 且  $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则下列结论中

错误的是

- (A)  $AC \perp BE$   
(B)  $EF \parallel$  平面  $ABCD$   
(C) 三棱锥  $A - BEF$  的体积为定值  
(D) 异面直线  $AE, BF$  所成的角为定值

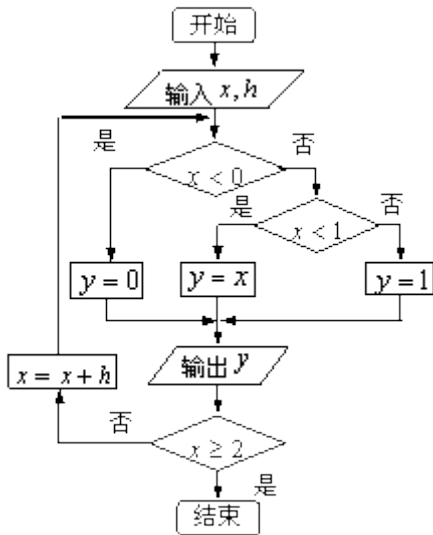


(9) 已知  $O, N, P$  在  $\triangle ABC$  所在平面内, 且  $|\overline{OA}| = |\overline{OB}| = |\overline{OC}|, \overline{NA} + \overline{NB} + \overline{NC} = 0$ , 且

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PB} \cdot \overline{PC} = \overline{PC} \cdot \overline{PA}$ , 则点  $O, N, P$  依次是  $\triangle ABC$  的

- (A) 重心 外心 垂心 (B) 重心 外心 内心  
(C) 外心 重心 垂心 (D) 外心 重心 内心  
(注: 三角形的三条高线交于一点, 此点为三角形的垂心)

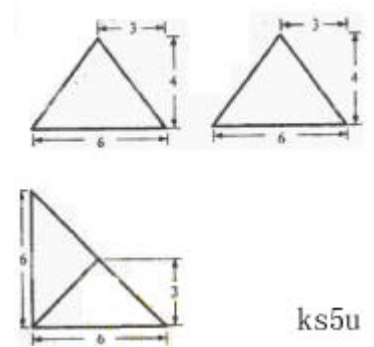
(10) 如果执行右边的程序框图, 输入  $x = -2, h = 0.5$ , 那么输出的各个数的合等于



- (A) 3    (B) 3.5    (C) 4    (D) 4.5

(11) 一个棱锥的三视图如图，则该棱锥的全面积（单位： $\text{cm}^2$ ）为

- (A)  $48+12\sqrt{2}$     (B)  $48+24\sqrt{2}$     (C)  $36+12\sqrt{2}$     (D)  $36+24\sqrt{2}$



ks5u

(12) 用  $\min\{a,b,c\}$  表示  $a,b,c$  三个数中的最小值

设  $f(x) = \min\{2^x, x+2, 10-x\}$  ( $x \geq 0$ ), 则  $f(x)$  的最大值为

- (A) 4    (B) 5    (C) 6    (D) 7

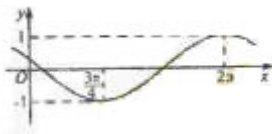
## 第II卷

二、填空题；本大题共4小题，每小题5分。

(13) 设已知抛物线  $C$  的顶点在坐标原点，焦点为  $F(1, 0)$ ，直线  $l$  与抛物线  $C$  相交于  $A, B$  两点。若  $AB$  的中点为  $(2, 2)$ ，则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_。

(14) 已知函数  $y = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0$ ,

$\pi \leq \varphi < 2\pi$ ) 的图像如



图所示，则  $\varphi =$ \_\_\_\_\_

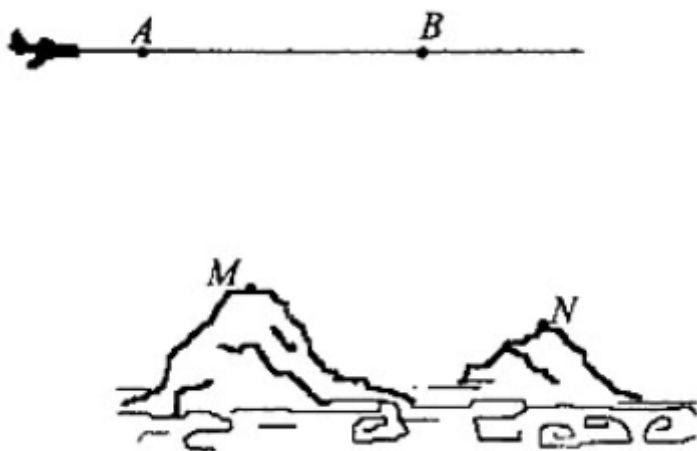
(15) 7名志愿者中安排6人在周六、周日两天参加社区公益活动。若每天安排3人，则不同的安排方案共有\_\_\_\_\_种（用数字作答）。

(16) 等差数列 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和为 $S_n$ 。已知 $a_{m-1}+a_{m+1}-a_m^2=0$ ， $S_{2m-1}=38$ ，则 $m=$ \_\_\_\_\_

三、解答题：解答应写出说明文字，证明过程或演算步骤。

(17)（本小题满分12分）

为了测量两山顶 $M$ ， $N$ 间的距离，飞机沿水平方向在 $A$ ， $B$ 两点进行测量， $A$ ， $B$ ， $M$ ， $N$ 在同一个铅垂平面内（如示意图），飞机能够测量的数据有俯角和 $A$ ， $B$ 间的距离，请设计一个方案，包括：①指出需要测量的数据（用字母表示，并在图中标出）；②用文字和公式写出计算 $M$ ， $N$ 间的距离的步骤。



(18)（本小题满分12分）

某工厂有工人1000名，

其中250名工人参加过短期培训（称为A类工人），另外750名工人参加过长期培训（称为B类工人），现用分层抽样方法（按A类、B类分二层）从该工厂的工人中共抽查100名工人，调查他们的生产能力（此处生产能力指一天加工的零件数）。

(I) 求甲、乙两工人都被抽到的概率，其中甲为A类工人，乙为B类工人；

(II) 从A类工人中的抽查结果和从B类工人中的抽插结果分别如下表1和表2.

表1:

生产能力分组	[100,110)	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	4	8	$x$	5	3

表2:

生产能力分组	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	6	$y$	36	18

(i) 先确定x, y, 再在答题纸上完成下列频率分布直方图。就生产能力而言, A类工人中个体间的差异程度与B类工人中个体间的差异程度哪个更小? (不用计算, 可通过观察直方图直接回答结论)

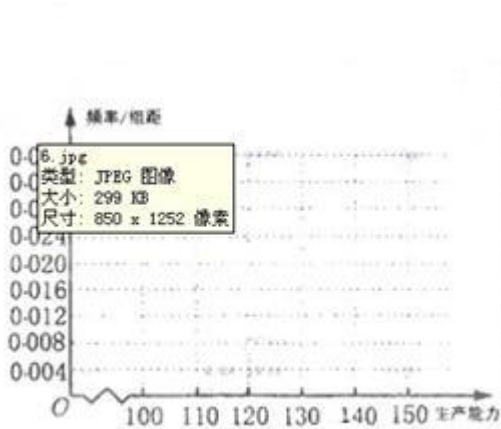


图1 A类工人生产能力的频率分布直方图

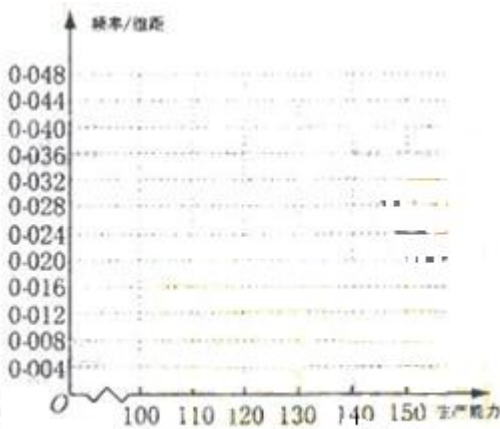
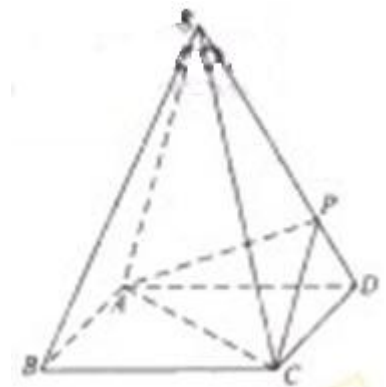


图2 B类工人生产能力的频率分布直方图

(ii) 分别估计A类工人和B类工人生产能力的平均数, 并估计该工厂工人的生产能力的平均数, 同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

(19) (本小题满分12分)

如图, 四棱锥 $S-ABCD$



的底面是正方形, 每条侧棱的长都是地面边长的 $\sqrt{2}$ 倍, P为侧棱SD上的点。

(I) 求证:  $AC \perp SD$ ;

(II) 若 $SD \perp$  平面 $PAC$ , 求二面角 $P-AC-D$ 的大小

(III) 在 (II) 的条件下, 侧棱SC上是否存在一点E, 使得 $BE \parallel$  平面 $PAC$ 。若存在, 求SE: EC的值; 若不存在, 试说明理由。

(20) (本小题满分12分)

已知椭圆C的中心为直角坐标系xOy的原点，焦点在x轴上，它的一个顶点到两个焦点的距离分别是7和1.

(I) 求椭圆C的方程;

(II) 若P为椭圆C上的动点，M为过P且垂直于x轴的直线上的点， $\frac{|OP|}{|OM|}=\lambda$ ，求点M的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线。

(21) (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = (x^3 + 3x^2 + ax + b)e^{-x}$

(I) 如  $a = b = -3$ ，求  $f(x)$  的单调区间;

(II) 若  $f(x)$  在  $(-\infty, \alpha), (2, \beta)$  单调增加，在  $(\alpha, 2), (\beta, +\infty)$  单调减少，证明

$\beta - \alpha < 6$ .

请考生在第(22)、(23)、(24)三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑。

(22) 本小题满分10分) 选修4-1: 几何证明选讲

如图，已知  $\triangle ABC$  的两条角平分线  $AD$  和  $CE$  相交于  $H$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $F$  在  $AC$  上，且  $AE = AF$ 。

- (I) 证明：B,D,H,E四点共圆；  
 (II) 证明： $CE$  平分  $\angle DEF$ 。

(23) (本小题满分10分) 选修4—4：坐标系与参数方程。

已知曲线  $C_1: \begin{cases} x = -4 + \cos t, \\ y = 3 + \sin t, \end{cases}$  ( $t$  为参数)， $C_2: \begin{cases} x = 8 \cos \theta, \\ y = 3 \sin \theta, \end{cases}$  ( $\theta$  为参数)。

- (1) 化  $C_1, C_2$  的方程为普通方程，并说明它们分别表示什么曲线；  
 (2) 若  $C_1$  上的点  $P$  对应的参数为  $t = \frac{\pi}{2}$ ， $Q$  为  $C_2$  上的动点，求  $PQ$  中点  $M$  到直线

$C_3: \begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = -2 + t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 距离的最小值。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5：不等式选讲

如图， $O$  为数轴的原点， $A, B, M$  为数轴上三点， $C$  为线段  $OM$  上的动点，设  $x$  表示  $C$  与原点的距离， $y$  表示  $C$  到  $A$  距离4倍与  $C$  到  $B$  距离的6倍的和。

- (1) 将  $y$  表示成  $x$  的函数；  
 (2) 要使  $y$  的值不超过70， $x$  应该在什么范围内取值？

