2015年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分.

1．若集合 $M=\{x|(x+4)(x+1)=0\}$，$N=\{x|(x-4)(x-1)=0\}$，则 $M\cap N=$

A．$\varnothing$　　B．$\{-1,-4\}$　　C．$\{0\}$　　D．$\{1,4\}$

2．若复数z=i (3 – 2 i) (i是虚数单位)，则 $\bar{z}$ =

A．3-2i　　B．3+2i　　C．2+3i　　D．2-3i

3．下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是

A．$y=x+e^x$　　B．$y=x+\dfrac{1}{x}$　　C．$y=2^x+\dfrac{1}{2^x}$　　D．$y=\sqrt{1+x^2}$

4．袋中共有15个除了颜色外完全相同的球，其中有10个白球，5个红球。从袋中任取2个球，所

取的2个球中恰有1个白球，1个红球的概率为

A．1　　B. $\dfrac{11}{21}$　　C. $\dfrac{10}{21}$　　D. $\dfrac{5}{21}$

5．平行于直线 $2x+y+1=0$ 且与圆 $x^2+y^2=5$ 相切的直线的方程是

A．$2x-y+\sqrt{5}=0$ 或 $2x-y-\sqrt{5}=0$　　B. $2x+y+\sqrt{5}=0$ 或 $2x+y-\sqrt{5}=0$

C. $2x-y+5=0$ 或 $2x-y-5=0$　　D. $2x+y+5=0$ 或 $2x+y-5=0$

6．若变量*x*，*y*满足约束条件 $\begin{cases}4x+5y\geq 8\\1\leq x\leq 3\\0\leq y\leq 2\end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最小值为

A．$\dfrac{31}{5}$　　B. 6　　C. $\dfrac{23}{5}$　　D. 4

7．已知双曲线*C*：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率*e*=$\dfrac{5}{4}$，且其右焦点F_2(5 , 0)，则双曲线*C*的方程为

（　）

A．$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{4}=1$

8．若空间中n个不同的点两两距离都相等，则正整数n的取值

A．大于5　　B. 等于5　　C. 至多等于4　　D. 至多等于3

二、填空题:本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分.

（一）必做题（9-13题）

9．在$(\sqrt{x}-1)^4$的展开式中，x的系数为_____ 。

10．在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=25$，则a_2+a_8=_____ 。

11．设△ABC的内角A，B，C的对边分别为*a,b,c*.若$a=\sqrt{3}$，sinB=$\frac{1}{2}$，C=$\frac{\pi}{6}$，则b =___ 。

12．　某高三毕业班有40人，同学之间两两彼此给对方仅写一条毕业留言，那么全班共写了条毕业留言。（用数字作答）

13．某高三毕业班有40人，同学之间两两彼此给对方仅写一条毕业留言，那么全班共写了____条毕业留言。（用数字做答）

（二）选做题（14-15题，考生只能从中选做一题）

14．(坐标系与参数方程选做题)已知直线*l*的极坐标方程为$2\rho\sin(\theta-\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$，点A的极坐标为 A($2\sqrt{2}$,$\frac{7\pi}{4}$)，则点A到直线*l*的距离为___ 。

15.（几何证明选讲选作题）如图1，已知AB是圆O的直径，AB=4，EC是圆O的切线，切点为C，

BC=1，过圆心O做BC的平行线，分别交EC和AC于点D和点P，则OD=___ 。

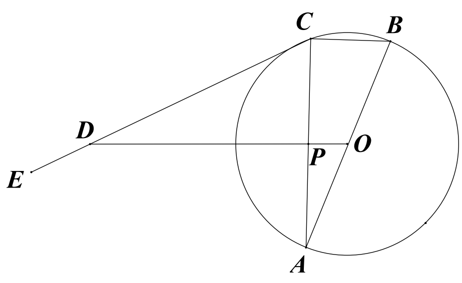

图1

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16．（**本小题满分12分**）

在平面直角坐标系xOy中，已知向量***m***=（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$），***n***=（sin x，cos x），x∈（0，

$\frac{\pi}{2}$）。

（1）若$\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$，求tan x的值 （2）若$\boldsymbol{m}$与$\boldsymbol{n}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，求x的值。

17. （本小题满分12分）

某工厂36名工人的年龄数据如下表。

工人编号 年龄	工人编号 年龄	工人编号 年龄	工人编号 年龄
1 40	10 36	19 27	28 34
2 44	11 31	20 43	29 39
3 40	12 38	21 41	30 43
4 41	13 39	22 37	31 38
5 33	14 43	23 34	32 42
6 40	15 45	24 42	33 53
7 45	16 39	25 37	34 37
8 42	17 38	26 44	35 49
9 43	18 36	27 42	36 39

（1）用系统抽样法从36名工人中抽取容量为9的样本，且在第一分段里用随机抽样法抽到的年龄数据为44，列出样本的年龄数据；

（2）计算（1）中样本的平均值$\overline{x}$和方差s^2；

（3）36名工人中年龄在$\overline{x}-s$与$\overline{x}+s$之间有多少人？所占的百分比是多少（精确到0.01%）？

18. **（本小题满分14分）**

如图2，三角形*PDC*所在的平面与长方形*ABCD*所在的平面垂直，$PD=PC=4$，$AB=6$，$BC=3$.点*E*是*CD*边的中点，点*F*，*G*分别在线段*AB*，*BC*上，且$AF=2FB$，$CG=2GB$.

（1）证明：$PE\perp FG$；

（2）求二面角$P-AD-C$的正切值；

（3）求直线*PA*与直线*FG*所成角的余弦值.

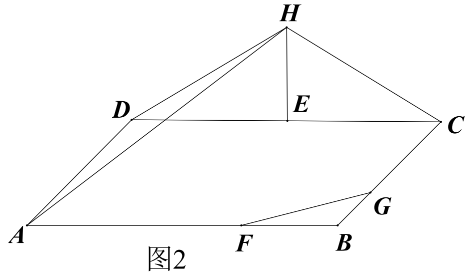

图2

19．（本小题满分14分）

设a>1，函数 $f(x)=(1+x^2)e^x-a$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 证明： $f(x)$ 在（$-\infty$，$+\infty$）上仅有一个零点；

(3)

若曲线 $y=f(x)$ 在点*P*处的切线与 x 轴平行，且在点 $M(m,n)$ 处的切线与直线*OP*平行（*O*是坐标原点），证明：$m\le\sqrt[3]{a-\frac{2}{e}}-1$

20．（本小题满分14分）

已知过原点的动直线 l 与圆 $C_1:x^2+y^2-6x+5=0$ 相交于不同的两点*A*，*B*.

（1）求圆 C_1 的圆心坐标；

（2）求线段*AB*的中点*M*的轨迹*C*的方程；

（3）是否存在实数 k，使得直线 $L:y=k(x-4)$ 与曲线*C*只有一个交点：若存在，求出 k 的取值范围；若不存在，说明理由.

21．（本小题满分14分）

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+\cdots+na_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}$，$n\in N^*$.

(1) 求 a_3 的值；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 前n项和Tn；

(3) 令$b_1 = a_1$，$b_n = \frac{T_{n-1}}{n} + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}) a_n$（$n \geq 2$），证明：数列$\{b_n\}$的前n项和

S_n

满足$S_n < 2 + 2\ln n$