

绝密★启用前

2004年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

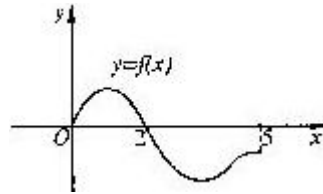
（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页。
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置。
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位。在试卷上作答一律不得分。
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题。

一、填空题（本大题满分48分，每小题4分）

1. 若 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ ，则 $\operatorname{tg}(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ _____.
2. 设抛物线的顶点坐标为 $(2, 0)$ ，准线方程为 $x = -1$ ，则它的焦点坐标为 _____.
3. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$ ，集合 $B = \{a, b\}$. 若 $A \cap B = \{2\}$ ，则 $A \cup B =$ _____.
4. 设等比数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}$) 的公比 $q = -\frac{1}{2}$ ，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1}) = \frac{8}{3}$ ，则 $a_1 =$ _____.
5. 设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-5, 5]$. 若当 $x \in [0, 5]$ 时， $f(x)$ 的图象如右图，则不等式 $f(x) < 0$ 的解是 _____.
6. 已知点 $A(1, -2)$ ，若向量 \overrightarrow{AB} 与 $\vec{a} = \{2, 3\}$ 同向， $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13}$ ，则点 B 的坐标为 _____.
7. 在极坐标系中，点 $M(4, \frac{\pi}{3})$ 到直线 $l: \rho(2\cos\theta + \sin\theta) = 4$ 的距离 $d =$ _____.
8. 圆心在直线 $2x - y - 7 = 0$ 上的圆 C 与 y 轴交于两点 $A(0, -4)$ ， $B(0, -2)$ ，则圆 C 的方程为 _____.
9. 若在二项式 $(x+1)^{10}$ 的展开式中任取一项，则该项的系数为奇数的概率是 _____.
(结果用分数表示)
10. 若函数 $f(x) = a|x - b| + 2$ 在 $[0, +\infty]$ 上为增函数，则实数 a 、 b 的取值范围是 _____.
11. 教材中“坐标平面上的直线”与“圆锥曲线”两章内容体现出解析几何的本质是 _____.
12. 若干个能唯一确定一个数列的量称为该数列的“基本量”. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的无穷等比数列，下列 $\{a_n\}$ 的四组量中，一定能成为该数列“基本量”的是第 _____ 组.
(写出所有符合要求的组号)
① S_1 与 S_2 ; ② a_2 与 S_3 ; ③ a_1 与 a_n ; ④ q 与 a_n .



其中 n 为大于1的整数, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

二、选择题(本大题满分16分, 每小题4分)

13. 在下列关于直线 l 、 m 与平面 α 、 β 的命题中, 真命题是 ()

- A. 若 $l \subset \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \alpha$. B. 若 $l \perp \beta$ 且 $\alpha // \beta$, 则 $l \perp \alpha$.
C. 若 $l \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $l // \alpha$. D. 若 $\alpha \cap \beta = m$ 且 $l // m$, 则 $l // \alpha$.

14. 已知 $y = f(x)$ 是周期为 2π 的函数, 当 $x \in [0, 2\pi)$ 时, $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, 则 $f(x) = \frac{1}{2}$ 的解集为 ()

- A. $\{x \mid x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\{x \mid x = 2k\pi + \frac{5\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\{x \mid x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\{x \mid x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} + (-1)^k, k \in \mathbb{Z}\}$.

15. 若函数 $y = f(x)$ 的图象可由函数 $y = \lg(x+1)$ 的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 得到, 则 $f(x) =$ ()

- A. $10^{-x} - 1$. B. $10^x - 1$. C. $1 - 10^{-x}$. D. $1 - 10^x$.

16. 某地2004年第一季度应聘和招聘人数排行榜前5个行业的情况列表如下

行业名称	计算机	机械	营销	物流	贸易
应聘人数	215830	200250	154676	74570	65280

行业名称	计算机	营销	机械	建筑	化工
招聘人数	124620	102935	89115	76516	70436

若用同一行业中应聘人数与招聘人数比值的大小来衡量该行业的就业情况, 则根据表中数据, 就业形势一定是 ()

- A. 计算机行业好于化工行业. B. 建筑行业好于物流行业.
C. 机械行业最紧张. D. 营销行业比贸易行业紧张.

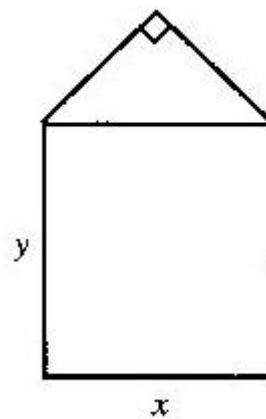
三、解答题(本大题满分86分)

17. (本题满分12分)

已知复数 z_1 满足 $(1+i)z_1 = -1+5i$, $z_2 = a-2-i$, 其中 i 为虚数单位, $a \in \mathbb{R}$, 若 $|\overline{z_1} - z_2| < |z_1|$, 求 a 的取值范围.

18. (本题满分12分)

某单位用木料制作如图所示的框架,
框架的下部是边长分别为 x 、 y (单位: m)的矩形. 上部是等腰直角三角形.
要求框架围成的总面积 8m^2 . 问 x 、 y 分别为多少(精确到 0.001m) 时用料最省?



19. (本题满分14分) 第1小题满分6分, 第2小题满分8分.

$$\text{记函数 } f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}} \text{ 的定义域为 } A, \quad g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)] \quad (a < 1)$$

的定义域为 B .

- (1) 求 A ;
- (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

20. (本题满分14分) 第1小题满分6分, 第2小题满分8分

已知二次函数 $y=f_1(x)$ 的图象以原点为顶点且过点(1, 1), 反比例函数 $y=f_2(x)$ 的图象与直线 $y=x$ 的两个交点间距离为8, $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(2) 证明: 当 $a>3$ 时, 关于 x 的方程 $f(x)=f(a)$ 有三个实数解.

21. (本题满分16分) 第1小题满分4分, 第2小题满分6分, 第3.小题满分6分

如图, $P-ABC$ 是底面边长为1的正三棱锥, D 、 E 、 F 分别为棱长 PA 、 PB 、 PC 上的点, 截面 $DEF \parallel$ 底面 ABC , 且棱台 $DEF-ABC$ 与棱锥 $P-ABC$ 的体积之比为 $\frac{7}{27}$.

ABC的棱长和相等.(棱长和是指多面体中所有棱的长度之和)

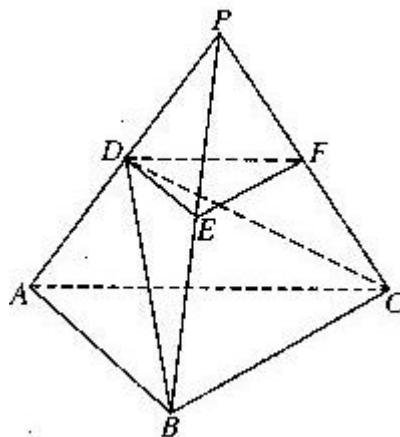
(1)证明: P—ABC为正四面体;

(2)若 $PD = \frac{1}{2} PA$, 求二面角D—BC—A的大小;(结果用反三角函数值表示)

(3)设棱台DEF—ABC的体积为V,

是否存在体积为V且各棱长均相等的直平行六面体,使得它与棱台DEF—ABC有相同的棱长和?

若存在,请具体构造出这样的直平行六面体,并给出证明;若不存在,请说明理由.



22. (本题满分18分) 第1小题满分6分, 第2小题满分8分, 第3小题满分4分.

设 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), \dots, P_n(x_n, y_n)$ ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}$) 是二次曲线C上的点, 且 $a_1 = |OP_1|^2, a_2 = |OP_2|^2, \dots, a_n = |OP_n|^2$ 构成了一个公差为 d ($d \neq 0$) 的等差数列, 其中O是坐标原点. 记 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

(1) 若C的方程为 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$, $n=3$. 点 $P_1(10, 0)$ 及 $S_3=255$, 求点 P_3 的坐标;

(只需写出一个)

(2) 若C的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>b>0$). 点 $P_1(a, 0)$, 对于给定的自然数 n ,

当公差 d 变化时, 求 S_n 的最小值;

(3) 请选定一条除椭圆外的二次曲线 C 及 C 上的一点 P_1 , 对于给定的自然数 n , 写出符合条件的点 P_1, P_2, \dots, P_n 存在的充要条件, 并说明理由.

符号意义	本试卷所用符号	等同于《实验教材》符号
向量坐标	$\vec{a} = \{x, y\}$	$\vec{a} = (x, y)$
正切	tg	tan

