绝密★启用前

2015年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一．填空题（本大题共14小题，满分56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律零分）

1.函数 $f(x)=1-3\sin^2 x$ 的最小正周期为__________.

2.设全集 $U=\mathrm{R}$.若集合 $A=\{1,2,3,4\}$， $B=\{x\,|\,2\le x<3\}$，则 $A\cap(C_U B)=$ __________

.

3.若复数 z 满足 $3z+\bar{z}=1+i$，其中 i 是虚数单位，则 $z=$__________.

4.设 $f^{-1}(x)$ 为 $f(x)=\dfrac{x}{2x+1}$ 的反函数，则 $f^{-1}(2)=$__________.

5.若线性方程组的增广矩阵为 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & c_1 \\ 0 & 1 & c_2 \end{pmatrix}$ 解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$，则 $c_1-c_2=$__________.

6.若正三棱柱的所有棱长均为 a，且其体积为 $16\sqrt{3}$，则 $a=$__________.

7.抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上的动点 Q 到焦点的距离的最小值为1，则 $p=$__________.

8. 方程 $\log_2(9^{x-1}-5)=\log_2(3^{x-1}-2)+2$ 的解为__________.

9.若 x,y 满足 $\begin{cases} x-y\ge 0 \\ x+y\le 2 \\ y\ge 0 \end{cases}$，则目标函数 $z=x+2y$ 的最大值为__________.

10.

在报名的3名男教师和6名女教师中，选取5人参加义务献血，要求男、女教师都有，则不同

的选取方式的种数为____________（结果用数值表示）.

11. 在$(2x+\frac{1}{x^2})^6$的二项式中，常数项等于____________（结果用数值表示）.

12. 已知双曲线C_1、C_2的顶点重合，C_1的方程为$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，若C_2的一条渐近线的斜率是C_1的一条渐近线的斜率的2倍，则C_2的方程为____________.

13. 已知平面向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$满足$\vec{a}\perp\vec{b}$，且$\{|\vec{a}|,|\vec{b}|,|\vec{c}|\}=\{1,2,3\}$，则$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$的最大值是____________.

14. 已知函数$f(x)=\sin x$. 若存在x_1，x_2，…，x_m满足$0\le x_1<x_2<\cdots<x_m\le 6\pi$，且$|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{m-1})-f(x_m)|=12$ $(m\ge 2, m\in\mathbf{N}^*)$，则$m$的最小值为____________.

二．选择题（本大题共4小题，满分20分）每题有且只有一个正确答案案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律零分.

15. 设z_1、$z_2\in\mathbf{C}$，则“z_1、z_2均为实数”是“z_1-z_2是实数”的（　　）.

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

16. 下列不等式中，与不等式$\frac{x+8}{x^2+2x+3}<2$解集相同的是（　　）.

A. $(x+8)(x^2+2x+3)<2$　　B. $x+8<2(x^2+2x+3)$

C. $\frac{1}{x^2+2x+3}<\frac{2}{x+8}$　　D. $\frac{x^2+2x+3}{x+8}>\frac{1}{2}$

17. 已知点A的坐标为$(4\sqrt{3},1)$，将OA绕坐标原点O逆时针旋转$\frac{\pi}{3}$至OB，则点B的纵坐标为（　　）.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

C. $\dfrac{11}{2}$　　　　D. $\dfrac{13}{2}$

18.

设 $P_n(x_n, y_n)$ 是直线 $2x - y = \dfrac{n}{n+1}(n \in \mathbf{N}^*)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 在第一象限的交点，则极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{y_n - 1}{x_n - 1} =$（　　）.

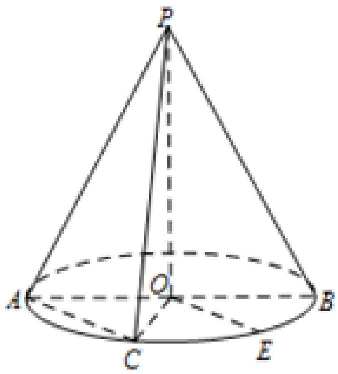
A. -1　　　　B. $-\dfrac{1}{2}$

C. 1　　　　D. 2

三．解答题（本大题共5题，满分74分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

19.（本题满分12分）

如图，圆锥的顶点为 P，底面的一条直径为 AB，C 为半圆弧 AB 的中点，E 为劣弧 CB 的中点. 已知 $PO = 2$，$OA = 1$，求三棱锥 $P - AOC$ 的体积，并求异面直线 PA 与 OE 所成角的大小.



20.（本题满分14分）本题共2小题，第1小题6分，第2小题8分.

已知函数 $f(x) = ax^2 + \dfrac{1}{x}$，其中 a 为实数.

（1）根据 a 的不同取值，判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由；

（2）若 $a \in (1,3)$，判断函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的单调性，并说明理由.

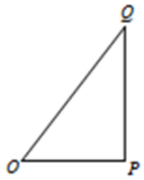
21.（本小题14分）本题共2小题，第1小题6分，第2小题8分.

如图，O,P,Q 三地有直道相通，$OQ = 5$ 千米，$OP = 3$ 千米，$PQ = 4$ 千米. 现甲、乙两

警员同时从O地出发匀速前往Q地，经过t小时，他们之间的距离为$f(t)$（单位：千米）. 甲的路线是OQ，速度为5千米/小时，乙的路线是OPQ，速度为8千米/小时. 乙到达Q地后原地等待. 设$t=t_1$时乙到达P地；$t=t_2$时，乙到达Q地.

（1）求t_1与$f(t_1)$的值；

（2）已知警员的对讲机的有效通话距离是3千米. 当$t_1 \le t \le t_2$时，求$f(t)$的表达式，并判断$f(t)$在$[t_1,t_2]$上得最大值是否超过3？说明理由.



22.（本题满分14分）本题共3个小题，第1小题4分，第2小题6分，第3小题6分.

已知椭圆$x^2+2y^2=1$，过原点的两条直线l_1和l_2分别于椭圆交于A、B和C、D，设ΔAOC的面积为S.

（1）设$A(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，用A、C的坐标表示点C到直线l_1的距离，并证明$S=2|x_1y_2-x_2y_1|$；

（2）设$l_1: y=kx$，$C(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$，$S=\frac{1}{3}$，求$k$的值；

（3）设l_1与l_2的斜率之积为m，求m的值，使得无论l_1与l_2如何变动，面积S保持不变.

23.（本题满分16分）本题共3小题. 第1小题4分，第2小题6分，第3小题6分.

已知数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$满足$a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$n\in \mathrm{N}^*$.

（1）若$b_n=3n+5$，且$a_1=1$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$\{a_n\}$的第n_0项是最大项，即$a_{n_0}\ge a_n (n\in \mathrm{N}^*)$，求证：数列$\{b_n\}$的第$n_0$项是最大项；

（3）设$a_1=3\lambda<0$，$b_n=\lambda^n\ (n\in\mathrm{N}^*)$，求$\lambda$的取值范围，使得对任意$m$，$n\in\mathbf{N}^*$，$a_n\neq 0$，且

$$\frac{a_m}{a_n}\in(\frac{1}{6},6).$$