

绝密★启用前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

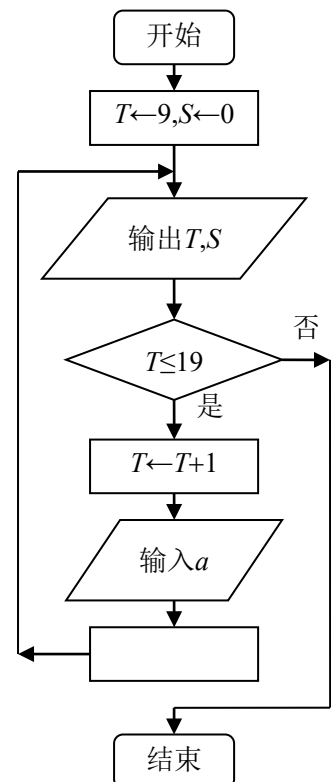
(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

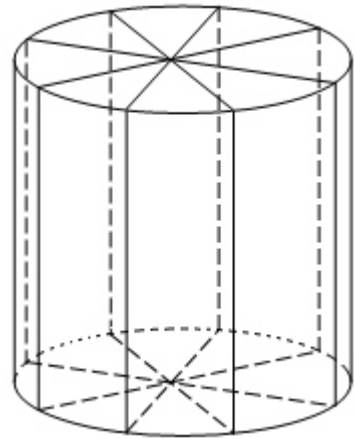
1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题(本大题满分56分, 每小题4分)

1. 已知集合 $A=\{1,3,m\}$, $B=\{3,4\}$, $A\cup B=\{1,2,3,4\}$, 则 $m=$ _____.
2. 不等式 $\frac{2-x}{x+4} > 0$ 的解集是_____.
3. 行列式 $\begin{vmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{vmatrix}$ 的值是_____.
4. 若复数 $z=1-2i$ (i 为虚数单位), 则 $z \cdot \bar{z} + z =$ _____.
5. 将一个总体分为 A 、 B 、 C 三层, 其个体数之比为 $5:3:2$. 若用分层抽样方法抽取容量为100的样本, 则应从 C 中抽取_____个个体.
6. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为6的正方形, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA=8$, 则该四棱锥的体积是_____.
7. 圆 $C:x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 的圆心到直线 $3x+4y+4=0$ 的距离 $d=$ _____.
8. 动点 P 到点 $F(2,0)$ 的距离与它到直线 $x+2=0$ 的距离相等, 则点 P 的轨迹方程为_____.
9. 函数 $f(x)=\log_3(x+3)$ 的反函数的图像与 y 轴的交点坐标是_____.
10. 从一副混合后的扑克牌(52张)中随机抽取2张, 则“抽出的2张均为红桃”的概率为_____ (结果用最简分数表示).
11. 2010年上海世博会园区每天9:00开园, 20:00停止入园. 在右边的框图中, S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数, a 表示整点报道前1小时内入园人数, 则空白的执行框内应填入_____.



如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝．再用 S 平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）．



(1)

当圆柱底面半径 r 取何值时， S 取得最大值？并求出该最大值（结果精确到0.01平方米）；

(2)

若要制作一个如图放置的、底面半径为0.3米的灯笼，请作出用于制作灯笼的三视图（作图时，不需考虑骨架等因素）．

21.（本题满分14分）第1小题满分6分，第2小题满分8分．

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = n - 5a_n - 85, n \in \mathbf{N}^*$ ．

(1) 证明： $\{a_n - 1\}$ 是等比数列；

(2) 求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式，并求出使得 $S_{n+1} > S_n$ 成立的最小正整数 n ．

22.（本题满分16分）第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分8分．

若实数 x, y, m 满足 $|x - m| < |y - m|$ ，则称 x 比 y 接近 m ．

(1) 若 $x^2 - 1$ 比3接近0，求 x 的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数 a, b ，证明： $a^2b + ab^2$ 比 $a^3 + b^3$ 接近 $2ab\sqrt{ab}$ ；

(3)

已知函数 $f(x)$ 的定义域 $D = \{x | x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{R}\}$ ．任取 $x \in D$ ， $f(x)$ 等于 $1 + \sin x$ 和 $1 - \sin x$ 中接近0的那个值．写出函数 $f(x)$ 的解析式，并指出它的奇偶性、最小正周期、最小值和单调性（结论不要求证明）

23.（本题满分18分）第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分．

已知椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ， $A(0, b)$ 、 $B(0, -b)$ 和 $Q(a, 0)$ 为 Γ 的三个顶点．

(1) 若点 M 满足 $\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AQ} + \overline{AB})$ ，求点 M 的坐标；

(2) 设直线 $l_1: y = k_1x + p$ 交椭圆 Γ 于 C, D 两点，交直线 $l_2: y = k_2x$ 于点 E ．若 $k_1 \cdot k_2 = -\frac{b^2}{a^2}$ ，

证明： E 为 CD 的中点；

(3)

设点 P 在椭圆 Γ 内且不在 x 轴上，如何构造过 PQ 中点 F 的直线 l ，使得 l 与椭圆 Γ 的两个交点 P_1

、 P_2 满足 $\overline{PP_1} + \overline{PP_2} = \overline{PQ}$ ？令 $a = 10, b = 5$ ，点 P 的坐标是 $(-8, -1)$ ．若椭圆 Γ 上的点 P_1, P_2 满足

$\overline{PP_1} + \overline{PP_2} = \overline{PQ}$ ，求点 P_1, P_2 的坐标．

2010年高考数学（理科）上海试题

2010-6-7

班级____，学号____，姓名____

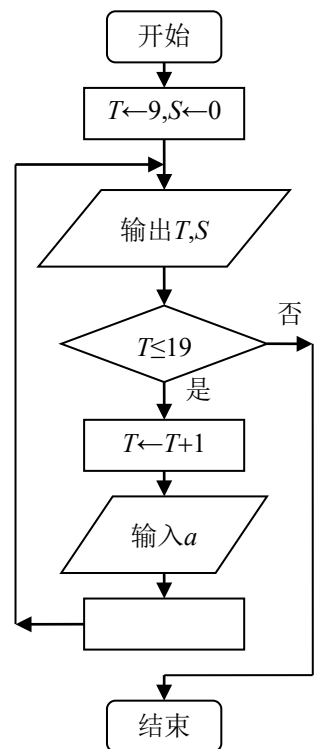
一、填空题（本大题满分56分，每小题4分）

- 不等式 $\frac{2-x}{x+4} > 0$ 的解集是_____.
- 若复数 $z=1-2i$ (i 为虚数单位), 则 $z \cdot \bar{z} + z =$ _____.
- 动点 P 到点 $F(2,0)$ 的距离与它到直线 $x+2=0$ 的距离相等, 则点 P 的轨迹方程为_____.
- 行列式 $\begin{vmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{6} \end{vmatrix}$ 的值是_____.
- 圆 $C: x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 的圆心到直线 $3x+4y+4=0$ 的距离 $d=$ _____.
- 随机变量 ξ 的概率分布由下表给出:

x	7	8	9	10
$P(\xi=x)$	0.3	0.35	0.2	0.15

则该随机变量 ξ 的均值是_____.

- 2010年上海世博会园区每天9:00开园, 20:00停止入园. 在右边的框图中, S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数, a 表示整点报道前1小时内入园人数, 则空白的执行框内应填入_____.
- 对于不等于1的正数 a , 函数 $f(x)=\log_a(x+3)$ 的反函数的图像都经过点 P , 则点 P 的坐标为_____.
- 从一副混合后的扑克牌(52张)中, 随机抽取1张, 事件 A 为“抽得红桃K”, 事件 B 为“抽得黑桃”, 则概率 $P(A \cup B) =$ _____(结果用最简分数表示).

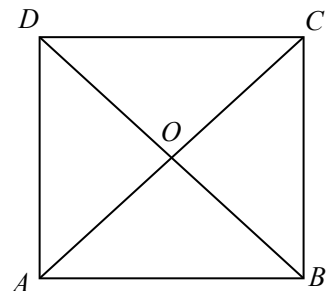


- 在 n 行 n 列矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$ 中 $a_{ij}(i, j=1, 2, \dots$

$\dots, n)$. 当 $n=9$ 时, $a_{11}+a_{22}+a_{33}+\dots+a_{99} =$ _____.

- 将直线 $l_1: nx+y-n=0$, $l_2: x+ny-n=0(n \in \mathbf{N}^*)$, x 轴、 y 轴围成的封闭区域的面积记为 S_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____.

- 如图所示, 在边长为4的正方形纸片 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , 剪去 $\triangle AOB$, 将剩余部分沿 OC 、 OD 折叠, 使 OA 、 OB 重合, 则以 $A(B)$ 、 C 、 D 、 O 为顶点的四面体的体积是_____.

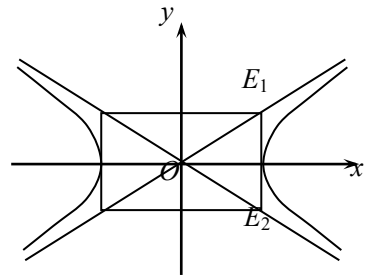


13. 如图所示, 直线 $x=2$ 与双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线交于

E_1 、 E_2 两点, 记 $\overrightarrow{OE_1} = \vec{e}_1$, $\overrightarrow{OE_2} = \vec{e}_2$, 任取双曲线 Γ 上的

点 P , 若 $\overrightarrow{OP} = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2$ ($a, b \in \mathbb{R}$),

则 a 、 b 满足的一个等式是_____.



14. 从集合 $U = \{a, b, c, d\}$ 的子集中选出4个不同的子集,

需同时满足以下两个条件:

(1) \emptyset, U 都要选出; (2) 对选出的任意两个子集 A 和 B , 必有 $A \subseteq B$ 或 $A \supseteq B$.

那么, 共有_____种不同的选择.

二、选择题 (本大题满分20分, 每小题5分)

15. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$)”是“ $\tan x = 1$ ”成立的

)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

16. 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$), 则 l 的方向向量 \vec{d} 可以是

)

A. (1,2)

B. (2,1)

C. (-2,1)

D. (1,-2)

17. 若 x_0 是方程 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x^{\frac{1}{3}}$ 的解, 则 x_0 属于区间

()

A. $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$

B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

C. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$

D. $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

18. 某人要作一个三角形, 要求它的三条高的长度分别是 $\frac{1}{13}$ 、 $\frac{1}{11}$ 、 $\frac{1}{5}$, 则此人将

)

A. 不能作出满足要求的三角形

B. 作出一个锐角三角形

C. 作出一个直角三角形

D. 作出一个钝角三角形

三、解答题 (本大题满分74分)

19. (本题满分12分)

已知 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 化简: $\lg(\cos x \cdot \tan x + 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}) + \lg[\sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})] - \lg(1 + \sin 2x)$.

20. (本题满分13分) 第1小题满分5分, 第2小题满分8分.

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n=n-5a_n-85, n \in \mathbf{N}^*$ 。

(1) 证明： $\{a_n-1\}$ 是等比数列；

(2) 求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式，并指出 n 为何值时， S_n 取得最小值，并说明理由。

21. (本题满分14分) 第1小题满分5分，第2小题满分8分。

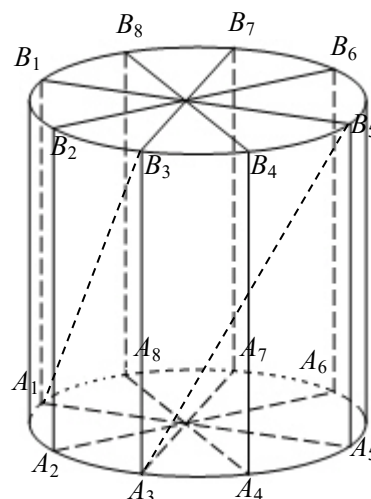
如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝。骨架将圆柱底面8等分。再用 S 平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）。

(1)

当圆柱底面半径 r 取何值时， S 取得最大值？并求出该最大值（结果精确到0.01平方米）；

(2)

在灯笼内，以矩形骨架的顶点为端点，安装一些霓虹灯。当灯笼底面半径为0.3米时，求图中两根直线型霓虹灯 A_1B_3 、 A_3B_5 所在异面直线所成角的大小（结果用反三角函数值表示）。



22. (本题满分18分) 第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分10分。

若实数 x 、 y 、 m 满足 $|x-m| > |y-m|$ ，则称 x 比 y 远离 m 。

(1) 若 x^2-1 比1远离0，求 x 的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数 a 、 b ，证明： a^3+b^3 比 a^2b+ab^2 远离 $2ab\sqrt{ab}$ ；

(3)

已知函数 $f(x)$ 的定义域 $D = \{x | x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{R}\}$ 。任取 $x \in D$ ， $f(x)$ 等于 $\sin x$ 和 $\cos x$ 中远离0的那个值。写出函数 $f(x)$ 的解析式，并指出它的基本性质（结论不要求证明）

23. (本题满分18分) 第1小题满分3分, 第2小题满分6分, 第3小题满分9分.

已知椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 点 P 的坐标为 $(-a, b)$.

(1)

若直角坐标平面上的点 M 、 $A(0, -b)$ 、 $B(a, 0)$ 满足 $\overline{PM} = \frac{1}{2}(\overline{PA} + \overline{PB})$, 求点 M 的坐标;

(2) 设直线 $l_1: y = k_1x + p$ 交椭圆 Γ 于 C 、 D 两点, 交直线 $l_2: y = k_2x$ 于点 E . 若 $k_1 \cdot k_2 = -\frac{b^2}{a^2}$,

证明: E 为 CD 的中点;

(3) 对于椭圆 Γ 上的点 $Q(a \cos \theta, b \sin \theta) (0 < \theta < \pi)$, 如果椭圆 Γ 上存在不同的两点 P_1 、 P_2 使 $\overline{PP_1} + \overline{PP_2} = \overline{PQ}$, 写出求作点 P_1 、 P_2 的步骤, 并求出使 P_1 、 P_2 存在的 θ 的取值范围.

