2008年四川省高考数学试卷（文科）延考卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1.（5分）（2008•四川）集合A={﹣1，0，1}，A的子集中，含有元素0的子集共有（　　）

A．2个 B．4个 C．6个 D．8个

【考点】子集与真子集．

【分析】根据题意，列举出A的子集中，含有元素0的子集，进而可得答案．

【解答】解：根据题意，在集合A的子集中，

含有元素0的子集有{0}、{0，1}、{0，﹣1}、{﹣1，0，1}，四个；

故选B．

【点评】元素数目较少时，宜用列举法，当元素数目较多时，可以使用并集的思想．

2.（5分）（2008•四川）函数$y=\sqrt{1-x}+\lg x$的定义域为（　　）

A．（0，+∞）　B．（﹣∞，1]C．（﹣∞，0）∪[1，+∞）　D．（0，1]

【考点】函数的定义域及其求法．

【分析】偶次根式被开方数一定要非负，即1﹣x≥0，并且，对数函数的真数一定要大于0，即，x＞0．

【解答】解：由$\begin{cases}1-x\geqslant 0\\ x>0\end{cases}\Rightarrow 0<x\leq 1$

故选D．

【点评】注意：定义域是函数式子有意义时要满足的条件，偶次开方一定要非负，对数函数的真数一定要大于0．

3.（5分）（2008•四川）$(1+\frac{1}{x})(1+x)^4$的展开式中含x^2的项的系数为（　　）

A．4　B．6　C．10　D．12

【考点】二项式定理的应用．

【专题】计算题．

【分析】利用二项式定理将$(1+x)^4$展开，从而求出$(1+\frac{1}{x})(1+x)^4$的展开式中含x^2的项的系数．

【解答】解：$(1+\frac{1}{x})(1+x)^4=(1+\frac{1}{x})(1+C_4^1x+C_4^2x^2+C_4^3x^3+C_4^4x^4)$

展开式中含x^2项的系数为$C_4^2+C_4^3=10$．

故选项为C

【点评】本题考查二项式定理的展开式形式．

4.（5分）（2008•四川）不等式$|x-2|<1$的解集为（　　）

A．$\{x|1<x<3\}$　B．$\{x|0<x<2\}$　C．$\{x|1<x<2\}$　D．$\{x|2<x<3\}$

【考点】其他不等式的解法．

【分析】由绝对值的意义去绝对值符号求解．

【解答】解：$x-2|<1\Leftrightarrow -1<x-2<1\Leftrightarrow 1<x<3$

故选 A．|

【点评】本题考查解简单的分式不等式，属基本题．

5．（5 分）（2008•四川）已知$\tan\alpha=\frac{1}{2}$，则$\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=$（　　）

A．2　　B．－2　C．3　　D．－3

【考点】同角三角函数基本关系的运用．

【分析】对所求式分子分母同时除以 cosα，转化成关于 tanα 的关系式即可得到答案．

【解答】解：$\because\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}=3$

故选 C．

【点评】本题主要考查同角三角函数基本关系的应用，这种题型经常在考试中遇到．

6．（5 分）（2008•四川）一个正三棱锥的底面边长等于一个球的半径，该正三棱锥的高等于这个球的直径，则球的体积与正三棱锥体积的比值为（　　）

A．$\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$　B．$\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$　　D．$8\sqrt{3}\pi$

【考点】简单组合体的结构特征．

【专题】计算题．

【分析】因为正三棱锥的底面边长等于一个球的半径，该正三棱锥的高等于这个球的直径，可以设出球半径 r，求解再做比即可．

【解答】解：设球的半径为 r$\Rightarrow V_1=\frac{4}{3}\pi r^3$；正三棱锥的底面面积$S=\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$，h=2r，

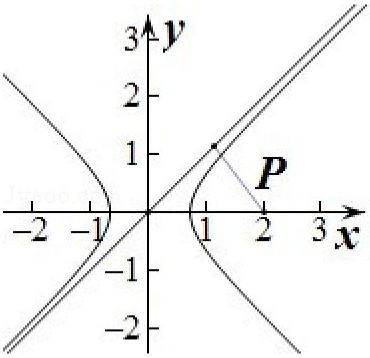
$\Rightarrow V_2=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}r^2\times 2r=\frac{\sqrt{3}}{6}r^3$．

所以$\frac{V_1}{V_2}=\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$

故选 A．

【点评】本题考查学生对几何体结构的认识，几何体内部边长的关系，是基础题．

7．（5 分）（2008•四川）若点 P（2，0）到双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线的距离为$\sqrt{2}$，则双曲线的离心率为（　　）



A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

【考点】双曲线的简单性质.

【专题】计算题.

【分析】先设过一、三象限的渐近线倾斜角，根据点 P（2，0）到此渐近线的距离为$\sqrt{2}$，可求出倾斜角 α 的值，进而得到 a，b 的关系，再由双曲线的基本性质 $c^2=a^2+b^2$ 得到 a 与 c 的关系，得到答案.

【解答】解：设过一、三象限的渐近线倾斜角为 α$\Rightarrow\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\alpha=45^\circ\ \Rightarrow k=1$

所以 $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm x\Rightarrow a=b$，

因此 $c=\sqrt{2}a$，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$，

故选 A.

【点评】本题主要考查双曲线的基本性质 $c^2=a^2+b^2$ 和渐近线方程以及离心率的概念.

8.（5 分）（2008•四川）在一次读书活动中，一同学从 4 本不同的科技书和 2 本不同的文艺书中任选 3 本，则所选的书中既有科技书又有文艺书的概率为（　　）

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

【考点】等可能事件.

【分析】因为文艺书只有 2 本，若选 3 本必有科技书，所以问题等价于选 3 本书有文艺书的概率，用它的对立事件选三本书没有文艺书来表示.

【解答】解：∵文艺书只有 2 本，

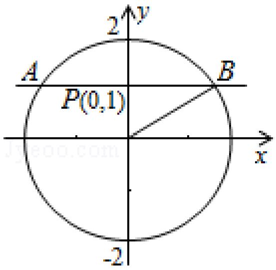
∴选 3 本必有科技书，

问题等价于选 3 本书有文艺书的概率：$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_4^3}{C_6^3}=1-\frac{4}{20}=\frac{4}{5}$.

故选 D.

【点评】本题也可以采用分类讨论：①只有一本文艺书有 $C_2^1C_4^2$ 种选法；②有二本文艺书有 $C_2^2C_4^1$ 种选法.

9.（5 分）（2008•四川）过点（0，1）的直线与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 A，B 两点，则|AB|的最小值为（　　）



A．2　　B．$2\sqrt{3}$ C．3　　D．$2\sqrt{5}$

【考点】直线与圆的位置关系．

【分析】计算弦心距，再求半弦长，得出结论．

【解答】解：如图|AB|最小时，弦心距最大为 1，$|AB|=2\sqrt{2^2-1^2}=2\sqrt{3}$．

故选 B．

【点评】数形结合解答本题，它是选择题可以口算、心算、甚至不算，得出结果最好．

10．（5 分）（2008•四川）已知两个单位向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，则$\vec{a}+\lambda\vec{b}$与$\lambda\vec{a}-\vec{b}$互相垂直的充要条件是（　　）

A．$\lambda=-\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\lambda=\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\lambda=-\frac{1}{2}$或$\lambda=\frac{1}{2}$　C．λ=﹣1 或 λ=1　D．λ 为任意实数

【考点】数量积判断两个平面向量的垂直关系．

【专题】计算题．

【分析】由$\vec{a}+\lambda\vec{b}$与$\lambda\vec{a}-\vec{b}$互相垂直等价于（$\vec{a}+\lambda\vec{b}$）与（$\lambda\vec{a}-\vec{b}$）数量积为零，又因为$\vec{a}\cdot\vec{b}\neq0$，运算整理可得结果．

【解答】解：法一∵

$(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(\lambda\vec{a}-\vec{b})\Leftrightarrow(\vec{a}+\lambda\vec{b})\cdot(\lambda\vec{a}-\vec{b})=\lambda\vec{a}^2-\lambda\vec{b}^2+(\lambda^2-1)\vec{a}\cdot\vec{b}=(\lambda^2-1$

，

又∵$\vec{a}\cdot\vec{b}\neq0\Leftrightarrow\lambda^2-1=0\Leftrightarrow\lambda=\pm1$．

法二∵$\vec{a}$与$\vec{b}$是夹角为$\frac{\pi}{3}$的单位向量，画图知 λ=1 时$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}-\vec{b}$构成菱形，排除 A，B，D 选项，

故选 C．

【点评】本题考查了向量垂直关系，又考查了充分必要条件，一题双向考查，比较接近高考题的出题趋势．

11．（5 分）（2008•四川）设函数 y=f（x）（x∈R）的图象关于直线 x=0 及直线 x=1 对称，且 x∈[0，1]时，f（x）=x^2，则$f\left(-\frac{3}{2}\right)=$

（　　）

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{4}$　C. $\frac{3}{4}$　D. $\frac{9}{4}$

【考点】函数的值；函数的图象与图象变化．

【专题】计算题；压轴题．

【分析】由于函数 y=f（x）（x∈R）的图象关于直线 x=0 及直线 x=1 对称，可得出 f（﹣x）=f（x）和 f（1﹣x）=f（1+x），结合函数在[0，1]上的解析式即可求得 $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ 的值．

【解答】解析：∵函数 y=f（x）（x∈R）的图象关于直线 x=0 对称，

∴f（﹣x）=f（x）；

∵函数 y=f（x）（x∈R）的图象关于直线 x=1 对称，

∴f（1﹣x）=f（1+x）；

∴ $f\left(-\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=f\left(1+\frac{1}{2}\right)=f\left(1-\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

选 B．

【点评】本题考查利用函数的图象的对称性求值的问题，考查同学们对函数基础知识的把握程度以及数形结合的思维能力．

12．（5 分）（2008•四川）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 A_1B_1 的中点，则 A_1B 与 D_1E 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

【考点】空间中直线与直线之间的位置关系．

【专题】压轴题．

【分析】在正方体、长方体中往往可以建立空间直角坐标系，利用向量法解决问题．

【解答】解：如图，以 D 为坐标系原点，AB 为单位长，DA，DC，DD_1 分别为 x，y，z 轴建立坐标系，

易见 $\overrightarrow{A_1B}=(0, 1, -1)$，$\overrightarrow{D_1E}=\left(1, \frac{1}{2}, 0\right)$，

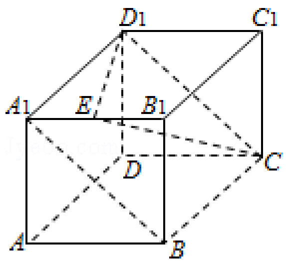
所以 $\cos\left\langle\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{D_1E}\right\rangle$

$=\dfrac{(0, 1, -1)\cdot\left(1, \frac{1}{2}, 0\right)}{|(0, 1, -1)|\cdot\left|\left(1, \frac{1}{2}, 0\right)\right|}$

$=\dfrac{\frac{1}{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{5}{4}}}$

$=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

故选 B．



【点评】本题考查空间两直线夹角的求法.

二、填空题（共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

13.（4 分）（2008•四川）函数 $y=e^{x+1}-1$（x∈R）的反函数为__y=ln（x+1）﹣1（x＞﹣1）__.

【考点】反函数.

【分析】本题考查三个层面的知识，一是指数式与对数式的互化，二是反函数的求法，三是函数的值域的求解；

将 $y=e^{x+1}-1$ 看做方程解出 x，然后由原函数的值域确定反函数的定义域即可.

【解答】解：由 $y=e^{x+1}-1$ 得：$e^{x+1}=y+1$

解得：x=ln（y+1）﹣1，

又 $y=e^{x+1}-1>-1$

∴反函数 y=ln（x+1）﹣1（x＞﹣1）.

答案：y=ln（x+1）﹣1（x＞﹣1）

【点评】本题属于基本题目，解题思路清晰，求解过程简捷，容易解答；解答时注意函数 $y=e^{x+1}-1$ 的值域的求解，这里利用 $e^{x+1}>0$，则 $e^{x+1}-1>-1$ 分析推理法得到.

14.（4 分）（2008•四川）函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos^2 x$ 的最大值是

__$\sqrt{3}$__.

【考点】三角函数的最值.

【专题】计算题；转化思想；配方法.

【分析】先用同角三角函数基本关系式将 $(\cos x)^2$ 转化为 $1-(\sin x)^2$ 再用配方和换元法转化为关于 sinx 的二次函数求最值.

【解答】解：$f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos^2 x=\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x-1=\left(\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\frac{7}{4}$

当 sinx=1 时，f（x）取最大值 $\sqrt{3}$

故答案为：$\sqrt{3}$

【点评】本题主要考查了同角三角函数基本关系式和配方法，换元法，进一步考查二次函数求最值问题

15.（4 分）（2008•四川）设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_5=a_5$．若 $a_4\neq 0$，则 $\frac{a_7}{a_4}=$__3__.

【考点】等差数列的性质.

【专题】计算题；压轴题.

【分析】先根据 $S_5=a_5$，可知 $a_1+a_2+a_3+a_4=0$ 再根据等差中项的性质可得 $a_1+a_4=a_2+a_3=0$，代入 a_1 和 d 求得二者的关系，代入$\frac{a_7}{a_4}$答案可得.

【解答】解：由已知 $S_5=a_5$∴$a_1+a_2+a_3+a_4=0$

∴$a_1+a_4=a_2+a_3=0$，

∴$a_1=-\frac{3d}{2}$

∴$\frac{a_7}{a_4}=\frac{-\frac{3d}{2}+6d}{-\frac{3d}{2}+3d}=3$

故答案为 3

【点评】本题主要考查了等差数列的性质．运用了等差数列的等差中项和等差数列的通项公式，作为数列的基础知识，应强化记忆．

16．（4 分）（2008•四川）已知∠AOB=90°，C 为空间中一点，且∠AOC=∠BOC=60°，则直线 OC 与平面 AOB 所成角的正弦值为__$\frac{\sqrt{2}}{2}$__.

【考点】直线与平面所成的角．

【专题】计算题；压轴题．

【分析】由对称性点 C 在平面 AOB 内的射影 D 必在∠AOB 的平分线上，作 DE⊥OA 于 E，根据线面所成角的定义可知∠COD 为直线 OC 与平面 AOB 所成角，在三角形 COD 中求解此角即可．

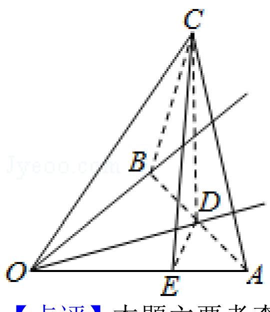
【解答】解：由对称性点 C 在平面 AOB 内的射影 D 必在∠AOB 的平分线上

作 DE⊥OA 于 E，连接 CE 则由三垂线定理 CE⊥OE，

设 DE=1$\Rightarrow OE=1$，$OD=\sqrt{2}$，又∠COE=60°，CE⊥OE⇒OC=2，

所以 $CD=\sqrt{OC^2-OD^2}=\sqrt{2}$，

因此直线 OC 与平面 AOB 所成角的正弦值 $\sin\angle COD=\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【点评】本题主要考查了直线与平面所成角，以及三垂线定理，考查空间想象能力、运算能力和推理论证能力，属于基础题．

三、解答题（共 6 小题，满分 74 分）

17．（12 分）（2008•四川）在△ABC 中，内角 A，B，C 对边的边长分别是 a，b，c，已知 $a^2+c^2=2b^2$.

（Ⅰ）若$B=\frac{\pi}{4}$，且A为钝角，求内角A与C的大小；
（Ⅱ）求sinB的最大值．
【考点】余弦定理；正弦定理．
【专题】计算题．
【分析】（Ⅰ）利用正弦定理把题设等式中的边转化成角的正弦，化简整理求得sinC=﹣cosA．进而求得C和A的值．
（Ⅱ）由余弦定理求得b的表达式，根据基本不等式求得cosB的范围，进而求得sinB的大值．
【解答】解：（Ⅰ）由题设及正弦定理，有$\sin^2A+\sin^2C=2\sin^2B=1$．
故$\sin^2C=\cos^2A$．因为A为钝角，所以sinC=﹣cosA．
由$\cos A=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}-C\right)$，可得$\sin C=\sin\left(\frac{\pi}{4}-C\right)$，得$C=\frac{\pi}{8}$，$A=\frac{5\pi}{8}$．

（Ⅱ）由余弦定理及条件$b^2=\frac{1}{2}\left(a^2+c^2\right)$，有$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{4ac}$，

因$a^2+c^2\geq 2ac$，
所以$\cos B\geqslant\frac{1}{2}$．
故$\sin B\leqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$，
当a=c时，等号成立．从而，sinB的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$．
【点评】本题主要考查了正弦定理和余弦定理的应用．考查了三角函数与不等式基础知识的结合．

18．（12分）（2008•四川）一条生产线上生产的产品按质量情况分为三类：A类、B类、C类．检验员定时从该生产线上任取2件产品进行一次抽检，若发现其中含有C类产品或2件都是B类产品，就需要调整设备，否则不需要调整．已知该生产线上生产的每件产品为A类品，B类品和C类品的概率分别为0.9，0.05和0.05，且各件产品的质量情况互不影响．
（Ⅰ）求在一次抽检后，设备不需要调整的概率；
（Ⅱ）若检验员一天抽检3次，以ξ表示一天中需要调整设备的次数，求ξ的分布列和数学期望．
【考点】等可能事件的概率；离散型随机变量及其分布列．
【分析】(1)在一次抽检后，设备不需要调整表示两件都是A类产品或两件中最多有一件B类产品，共包括三种情况，这三种结果是互斥的，而一次测的两件产品质量相互之间没有影响．
(2)检验员一天抽检3次，以ξ表示一天中需要调整设备的次数，则ξ的可能取值为0、1、2、3，由题意知ξ~B（3，0.1），写出随机变量的分布列和期望．
【解答】解：（Ⅰ）设A_i表示事件"在一次抽检中抽到的第i件产品为A类品"，i=1，2．
B_i表示事件"在一次抽检中抽到的第i件产品为B类品"，i=1，2．
C表示事件"一次抽检后，设备不需要调整"．
则$C=A_1\bullet A_2+A_1\bullet B_2+B_1\bullet A_2$．
由已知P（A_i）=0.9，P（B_i）=0.05　i=1，2．

∴所求的概率为 P（C）=P（A_1•A_2）+P（A_1•B_2）+P（B_1•A_2）
$=0.9^2+2\times0.9\times0.05=0.9$.

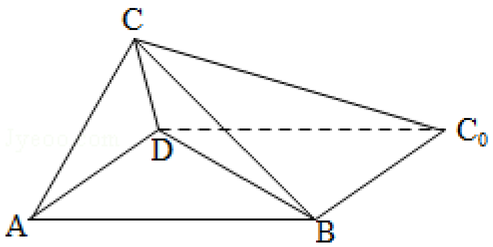
（Ⅱ）∵检验员一天抽检 3 次，
以 ξ 表示一天中需要调整设备的次数则 ξ 的可能取值为 0、1、2、3
由（Ⅰ）知一次抽检后，设备需要调整的概率为
$p=P(\overline{C})=1-0.9=0.1$，
依题意知 $\xi\sim B(3,0.1)$，

ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	0.729	0.243	0.027	0.001

$E\xi=np=3\times0.1=0.3$.
【点评】本题考查分布列和期望，这种类型是近几年高考题中经常出现的，考查离散型随机变量的分布列和期望，大型考试中理科考试必出的一道问题.

19.（12 分）（2008•四川）如图，一张平行四边形的硬纸片 ABC_0D 中，AD=BD=1，$AB=\sqrt{2}$. 沿它的对角线 BD 把△BDC_0 折起，使点 C_0 到达平面 ABC_0D 外点 C 的位置.
（Ⅰ）证明：平面 ABC_0D⊥平面 CBC_0；
（Ⅱ）如果△ABC 为等腰三角形，求二面角 A－BD－C 的大小.



【考点】与二面角有关的立体几何综合题；平面与平面垂直的判定.
【专题】计算题.
【分析】（Ⅰ）要证面面垂直，只要证线面垂直，要证线面垂直，只要证线线垂直，由题意易得 DB⊥BC，又 DB⊥BC_0，则题目可证.
（Ⅱ）解法一：由 DB⊥BC，AD⊥BD，故只要过 B 做 BE∥AD，则角∠CBE 为二面角 A－BD－C 的平面角，构造三角形求角即可.

解法二：根据题意，建立空间坐标系，利用空间向量求解．由于 DA⊥BD，BC⊥BD，所以 $\overrightarrow{DA}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的大小等于二面角 A－BD－C 的大小．由夹角公式求 $\overrightarrow{DA}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角的余弦，从而确定角的大小.

【解答】解：（Ⅰ）证明：因为 $AD=BC_0=BD=1$，$AB=C_0D=\sqrt{2}$，所以$\angle DBC_0=90°$，

∠ADB=90°.
因为折叠过程中，$\angle DBC=\angle DBC_0=90°$，所以 DB⊥BC，又 DB⊥$BC_0$，
故 DB⊥平面 CBC_0.
又 DB⊂平面 ABC_0D，

所以平面 $ABC_0D\perp$平面 CBC_0.

（Ⅱ）解法一：如图，延长 C_0B 到 E，使 $BE=C_0B$，连接 AE，CE.
因为 AD 平行等于 BE，BE=1，DB=1，∠DBE=90°，
所以 AEBD 为正方形，AE=1.
由于 AE，DB 都与平面 CBC_0 垂直，
所以 AE⊥CE，可知 AC＞1.
因此只有$AC=AB=\sqrt{2}$时，△ABC 为等腰三角形.
在 Rt△AEC 中，$CE=\sqrt{AC^2-AE^2}=1$，又 BC=1，
所以△CEB 为等边三角形，∠CBE=60°.
由（Ⅰ）可知，CB⊥BD，EB⊥BD，
所以∠CBE 为二面角 A﹣BD﹣C 的平面角，
即二面角 A﹣BD﹣C 的大小为 60°.

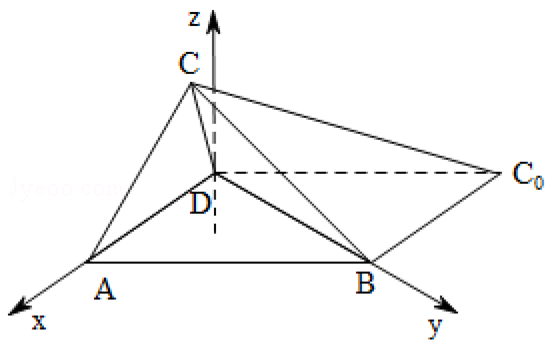
解法二：以 D 为坐标原点，射线 DA，DB 分别为 x 轴正半轴和 y 轴正半轴，
建立如图的空间直角坐标系 D﹣xyz，
则 A（1，0，0），B（0，1，0），D（0，0，0）.
由（Ⅰ）可设点 C 的坐标为（x，1，z），其中 z＞0，则有 $x^2+z^2=1$. ①
因为△ABC 为等腰三角形，所以 AC=1 或$AC=\sqrt{2}$.
若 AC=1，则有 $(x-1)^2+1+z^2=1$.
由此得 x=1，z=0，不合题意.
若$AC=\sqrt{2}$，则有 $(x-1)^2+1+z^2=2$. ②
联立①和②得 $x=\frac{1}{2}$，$z=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 故点 C 的坐标为 $(\frac{1}{2}，1，\frac{\sqrt{3}}{2})$.

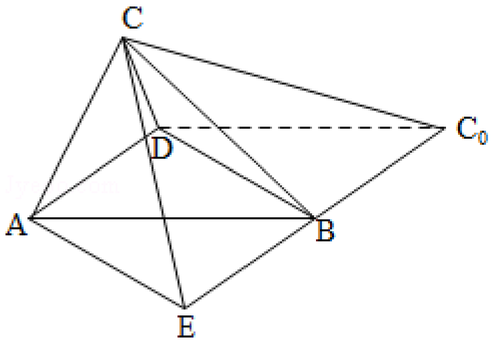
由于 DA⊥BD，BC⊥BD，所以$\overrightarrow{DA}$与$\overrightarrow{BC}$夹角的大小等于二面角 A﹣BD﹣C 的大小.

又$\overrightarrow{DA}=(1，0，0)$，$\overrightarrow{BC}=(\frac{1}{2}，0，\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\cos<\overrightarrow{DA}，\overrightarrow{BC}>=\frac{\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{DA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{1}{2}$.

所以$<\overrightarrow{DA}，\overrightarrow{BC}>=60°$.

即二面角 A﹣BD﹣C 的大小为 60°.





【点评】本题考查空间的位置关系可空间二面角的求法，考查运算能力和空间想象能力.

20.（12 分）（2008•四川）在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$2a_{n+1}=(1+\frac{1}{n})^2a_n$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）令$b_n=a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n；

（Ⅲ）求数列$\{a_n\}$的前 n 项和 T_n.

【考点】数列递推式；数列的求和.

【专题】计算题.

【分析】（Ⅰ）由题设条件得$\frac{a_{n+1}}{(n+1)^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a_n}{n^2}$，由此可知$a_n=\frac{n^2}{2^{n-1}}$.

（Ⅱ）由题设条件知$S_n=\frac{3}{2}+\frac{5}{2^2}++\frac{2n+1}{2^n}$，$\frac{1}{2}S_n=\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}++\frac{2n-1}{2^n}+\frac{2n+1}{2^{n+1}}$，再由错位相减得$\frac{1}{2}S_n=\frac{3}{2}+2(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}++\frac{1}{2^n})-\frac{2n+1}{2^{n+1}}$，由此可知$S_n=5-\frac{2n+5}{2^n}$.

（Ⅲ）由$S_n=(a_2+a_3++a_{n+1})-\frac{1}{2}(a_1+a_2++a_n)$得

$T_n-a_1+a_{n+1}-\frac{1}{2}T_n=S_n$．由此可知 $T_n=2S_n+2a_1-2a_{n+1}=12-\frac{n^2+4n+6}{2^{n-1}}$.

【解答】解：（Ⅰ）由条件得$\frac{a_{n+1}}{(n+1)^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a_n}{n^2}$，又 n=1 时，$\frac{a_n}{n^2}=1$，

故数列$\{\frac{a_n}{n^2}\}$构成首项为 1，公式为$\frac{1}{2}$的等比数列．从而$\frac{a_n}{n^2}=\frac{1}{2^{n-1}}$，即$a_n=\frac{n^2}{2^{n-1}}$.

（Ⅱ）由$b_n=\frac{(n+1)^2}{2^n}-\frac{n^2}{2^n}=\frac{2n+1}{2^n}$得$S_n=\frac{3}{2}+\frac{5}{2^2}+\cdots+\frac{2n+1}{2^n}$，

$\frac{1}{2}S_n=\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\cdots+\frac{2n-1}{2^n}+\frac{2n+1}{2^{n+1}}$，

两式相减得：$\frac{1}{2}S_n=\frac{3}{2}+2\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)-\frac{2n+1}{2^{n+1}}$，所以 $S_n=5-\frac{2n+5}{2^n}$.

（Ⅲ）由 $S_n=(a_2+a_3+\cdots+a_{n+1})-\frac{1}{2}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$ 得

$T_n-a_1+a_{n+1}-\frac{1}{2}T_n=S_n$.

所以 $T_n=2S_n+2a_1-2a_{n+1}=12-\frac{n^2+4n+6}{2^{n-1}}$.

【点评】本题考查数列的综合运用，解题时要认真审题，仔细解答．

21．（12 分）（2008•四川）已知椭圆 C_1 的中心和抛物线 C_2 的顶点都在坐标原点 O，C_1 和 C_2 有公共焦点 F，点 F 在 x 轴正半轴上，且 C_1 的长轴长、短轴长及点 F 到 C_1 右准线的距离成等比数列．

（Ⅰ）当 C_2 的准线与 C_1 右准线间的距离为 15 时，求 C_1 及 C_2 的方程；

（Ⅱ）设过点 F 且斜率为 1 的直线 l 交 C_1 于 P，Q 两点，交 C_2 于 M，N 两点．当|MN|=8 时，求|PQ|的值．

【考点】直线与圆锥曲线的综合问题；等比数列的性质；椭圆的标准方程；抛物线的标准方程．

【专题】计算题；压轴题．

【分析】（Ⅰ）设 C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），由题意知 C_2：$y^2=4cx$．由条件知 a=2c．C_1 的右准线方程为 x=4c．C_2 的准线方程为 x=－c．

由条件知 c=3，a=6，$b=3\sqrt{3}$．由此可知 C_1：$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$，$C_2$：$y^2=12x$．

（Ⅱ）由题设知 l：y=x－c，设 M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），P（x_3，y_3），Q（x_4，y_4）．由 $\begin{cases}y^2=4cx\\ y=x-c\end{cases}$，得 $x^2-6cx+c^2=0$，所以 $x_1+x_2=6c$．而|MN|=|MF|+|FN|=$x_1+x_2+2c=8c$，由条件

|MN|=8，得 c=1．由此可知 $|PQ|=\sqrt{2(x_3-x_4)^2}=\sqrt{2[(\frac{8}{7})^2+4\cdot\frac{8}{7}]}=\frac{24}{7}$.

【解答】解：（Ⅰ）设 C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），其半焦距为 c（c＞0）．则 C_2：$y^2=4cx$．

由条件知 $(2b)^2=2a\left(\frac{a^2}{c}-c\right)$，得 a=2c．$C_1$ 的右准线方程为 $x=\frac{a^2}{c}$，即 x=4c．C_2 的准线方程为 x=－c．

由条件知 5c=15，所以 c=3，故 a=6，$b=3\sqrt{3}$.

从而 C_1：$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$，$C_2$：$y^2=12x$．

（Ⅱ）由题设知l：$y=x-c$，设M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），P（x_3，y_3），Q（x_4，y_4）.

由$\begin{cases}y^2=4cx\\y=x-c\end{cases}$，得$x^2-6cx+c^2=0$，所以$x_1+x_2=6c$.

而$|MN|=|MF|+|FN|=x_1+x_2+2c=8c$，由条件$|MN|=8$，得$c=1$.

由（Ⅰ）得$a=2$，$b=\sqrt{3}$. 从而，C_1：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，即$3x^2+4y^2=12$.

由$\begin{cases}3x^2+4y^2=12\\y=x-1\end{cases}$，得$7x^2-8x-8=0$. 所以$x_3+x_4=\frac{8}{7}$，$x_3x_4=-\frac{8}{7}$.

故$|PQ|=\sqrt{2(x_3-x_4)^2}=\sqrt{2[(\frac{8}{7})^2+4\cdot\frac{8}{7}]}=\frac{24}{7}$.

【点评】本题考查了直线和圆锥曲线的位置关系，解题时要认真审题，仔细解答.

22.（14分）（2008•四川）设函数$f(x)=x^3-x^2-x+2$.

（Ⅰ）求$f(x)$的单调区间和极值；

（Ⅱ）若当$x\in[-1,2]$时，$-3\le af(x)+b\le 3$，求$a-b$的最大值.

【考点】利用导数研究函数的单调性；利用导数研究函数的极值；简单线性规划的应用.

【专题】压轴题.

【分析】(1）先对函数$f(x)$进行求导，令$f'(x)>0$解出x的范围得到其增区间，同理令$f'(x)<0$解出x的范围得到减区间；令$f'(x)=0$解出x的值得到极值点.

（2）先求出函数$f(x)$在区间$[-1,2]$上的最大与最小值，由$\begin{cases}-3\leqslant a+b\leqslant 3\\-3\leqslant 4a+b\leqslant 3\end{cases}$可得答案.

【解答】解：（Ⅰ）$f'(x)=3x^2-2x-1=(3x+1)(x-1)$.

于是，当$x\in(-\frac{1}{3},1)$时，$f'(x)<0$；$x\in(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(1,+\infty)$时，$f'(x)>0$.

故$f(x)$在$(-\frac{1}{3},1)$单调减少，在$(-\infty,-\frac{1}{3})$，$(1,+\infty)$单调增加.

当$x=-\frac{1}{3}$时，$f(x)$取得极大值$f(-\frac{1}{3})=\frac{59}{27}$；

当$x=1$时，$f(x)$取得极小值$f(1)=1$.

（Ⅱ）根据（Ⅰ）及$f(-1)=1$，$f(2)=4$，$f(x)$在$[-1,2]$的最大值为4，最小值为1.

因此，当$x\in[-1,2]$时，$-3\le af(x)+b\le 3$的充要条件是$\begin{cases}-3\leqslant a+b\leqslant 3\\-3\leqslant 4a+b\leqslant 3\end{cases}$，

即a，b满足约束条件$\begin{cases}a+b\geqslant -3\\a+b\leqslant 3\\4a+b\geqslant -3\\4a+b\leqslant 3\end{cases}$，

由线性规划得，$a-b$ 的最大值为 7．

【点评】本题主要考查函数的单调性与其导函数的正负之间的关系和函数的极值点与导数的关系，即令导数大于 0 可求函数的增区间，令导数小于 0 可求函数的减区间，令导数等于 0 可求其极值点．