

# 2009年普通高等学校招生全国统一考试（海南卷）

## 数学（文史类）

一、选择题：（本大题共12题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，中有一项是符合题目要求的。

(1) 已知集合  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$ , 则  $A \cap B =$

- (A)  $\{3, 5\}$                       (B)  $\{3, 6\}$   
(C)  $\{3, 7\}$                       (D)  $\{3, 9\}$

(2) 复数  $\frac{3+2i}{2-3i} =$

- (A) 1            (B) -1            (C)  $i$             (D)  $-i$

(3) 对变量  $x, y$

有观测数据  $(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ )，得散点图1；对变量  $u, v$  有观测数据  $(u_i, v_i)$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ )，得散点图2. 由这两个散点图可以判断。

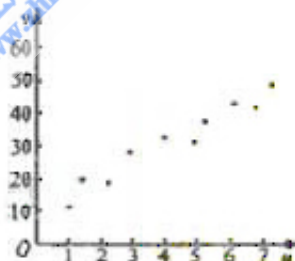
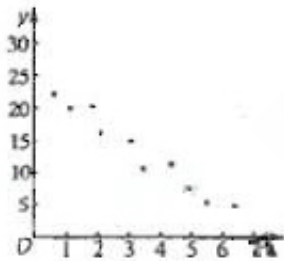


图 2

- (A) 变量  $x$  与  $y$  正相关， $u$  与  $v$  正相关    (B) 变量  $x$  与  $y$  正相关， $u$  与  $v$  负相关  
(C) 变量  $x$  与  $y$  负相关， $u$  与  $v$  正相关    (D) 变量  $x$  与  $y$  负相关， $u$  与  $v$  负相关

(4) 有四个关于三角函数的命题：

$$p_1: \exists x \in \mathbb{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \quad p_2: \exists x, y \in \mathbb{R}, \sin(x-y) = \sin x - \sin y$$

$$p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} = \sin x \quad p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$$

其中假命题的是

- (A)  $p_1, p_4$  (B)  $p_2, p_4$  (3)  $p_1, p_3$  (4)  $p_2, p_3$

(5) 已知圆  $C_1: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ , 圆  $C_2$  与圆  $C_1$  关于直线  $x-y-1=0$  对称, 则圆  $C_2$  的方程为

- (A)  $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 1$  (B)  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$   
 (C)  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1$  (D)  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$

(6) 设  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x+y \geq 4, \\ x-y \geq 1, \\ x-2y \leq 2, \end{cases}$  则  $z=x+y$

- (A) 有最小值2, 最大值3 (B) 有最小值2, 无最大值  
 (C) 有最大值3, 无最小值 (D) 既无最小值, 也无最大值

(7) 已知  $a=(-3, 2), b=(-1, 0)$ , 向量  $\lambda a+b$  与  $a-2b$  垂直, 则实数  $\lambda$  的值为

- (A)  $-\frac{1}{7}$  (B)  $\frac{1}{7}$  (C)  $-\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{6}$

(8) 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $a_{m-1} + a_{m+1} - a_m^2 = 0, S_{2m-1} = 38$ , 则  $m =$

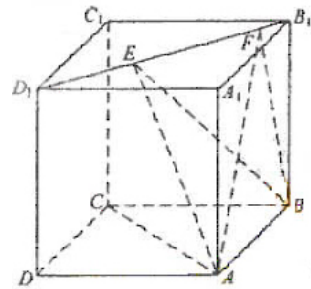
- (A) 38 (B) 20 (C) 10 (D) 9

(9) 如图, 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱线长为1, 线段

$B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ , 且  $EF = \frac{1}{2}$ , 则下列结论中

错误的是

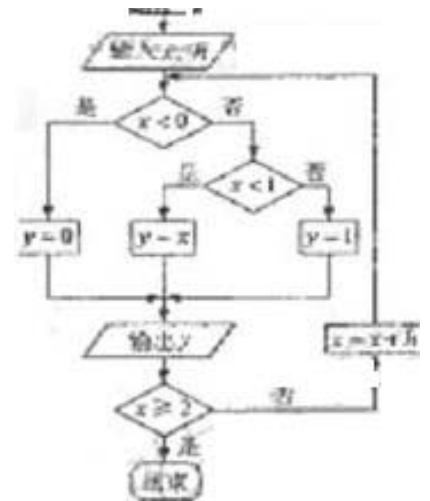
- (A)  $AC \perp BE$   
 (B)  $EF \parallel$  平面  $ABCD$   
 (C) 三棱锥  $A-BEF$  的体积为定值  
 (D)  $\triangle AEF$  的面积与  $\triangle BEF$  的面积相等



(10) 如果执行右边的程序框图, 输入  $x=-2, h=0.5$ , 那么输出的各个数的和等于

- (A) 3 (B) 3.5 (C) 4 (D) 4.5

(11) 一个棱锥的三视图如图, 则该棱锥的全面积 (单位:  $cm^2$ )



为 (A)  $48+12\sqrt{2}$  (B)  $48+24\sqrt{2}$

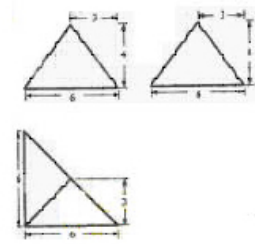
(C)  $36+12\sqrt{2}$  (D)  $36+24\sqrt{2}$

(12) 用  $\min\{a,b,c\}$  表示  $a,b,c$  三个数中的最小值。设

$$f(x) = \min\{2^x, x+2, 10-x\}$$

( $x \geq 0$ ), 则  $f(x)$  的最大值为

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7



## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 (13 题) ~ 第 (21 题) 为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 (22 题) ~ 第 (24 题) 为选考题, 考生根据要求作答。

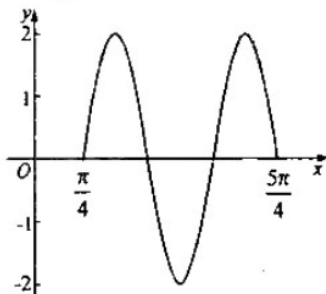
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分。

(13) 曲线  $y = xe^x + 2x + 1$  在点  $(0, 1)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_。

(14) 已知抛物线  $C$  的顶点坐标为原点, 焦点在  $x$  轴上, 直线  $y=x$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $P(2, 2)$  为  $AB$  的中点, 则抛物线  $C$  的方程为 \_\_\_\_\_。

(15) 等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q > 0$ , 已知  $a_2 = 1$ ,  $a_{n+2} + a_{n+1} = 6a_n$ , 则  $\{a_n\}$  的前 4 项和  $S_4 =$  \_\_\_\_\_。

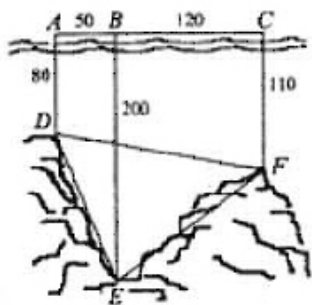
(16) 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \phi)$  的图像如图所示, 则  $f\left(\frac{7\pi}{12}\right) =$  \_\_\_\_\_。



三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 12 分)

如图, 为了解某海域海底构造, 在海平面内一条直线上的  $A, B, C$  三点进行测量, 已知  $AB = 50m$ ,  $BC = 120m$ , 于  $A$  处测得水深  $AD = 80m$ , 于  $B$  处测得水深  $BE = 200m$ , 于  $C$  处测得水深  $CF = 110m$ , 求  $\angle DEF$  的余弦值。

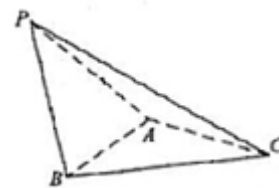


(18) (本小题满分12分)

如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $\triangle PAB$  是等边三角形,  $\angle PAC = \angle PBC = 90^\circ$

(I) 证明:  $AB \perp PC$

(II) 若  $PC = 4$ , 且平面  $PAC \perp$  平面  $PBC$ , 求三棱锥  $P-ABC$  体积



(19) (本小题满分12分)

某工厂有工人1000名, 其中250名工人参加过短期培训(称为A类工人), 另外750名工人参加过长期培训(称为B类工人). 现用分层抽样方法(按A类, B类分二层)从该工厂的工人中共抽查100名工人, 调查他们的生产能力(生产能力指一天加工的零件数).

(I) A类工人中和B类工人各抽查多少工人?

(II) 从A类工人中抽查结果和从B类工人中的抽查结果分别如下表1和表2

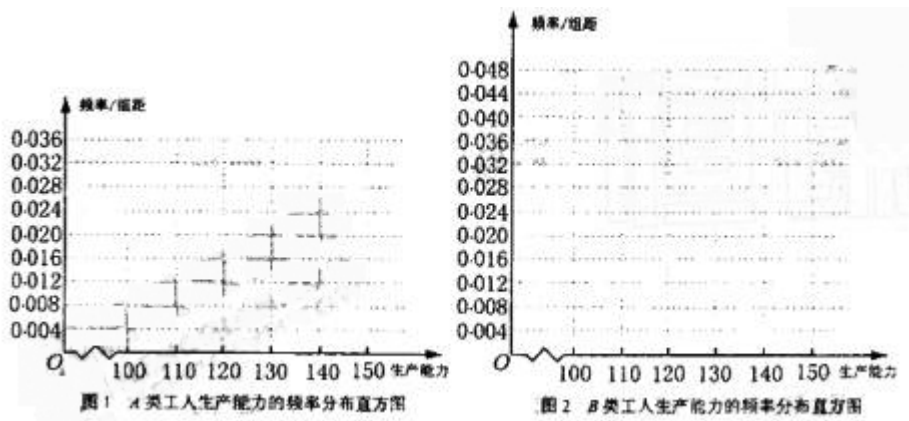
表1:

生产能力分组	[100,110)	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	4	8	$x$	5	3

表2:

生产能力分组	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	6	$y$	36	18

(1) 先确定  $x, y$ , 再在答题纸上完成下列频率分布直方图. 就生产能力而言, A类工人中个体间的差异程度与B类工人中个体间的差异程度哪个更小? (不用计算, 可通过观察直方图直接回答结论)



(ii)分别估计 A 类工人和 B 类工人生产能力的平均数，并估计该工厂工人和生产能力的平均数（同一组中的数据用该区间的中点值作代表）。

(20) (本小题满分12分)

已知椭圆  $C$  的中心为直角坐标系  $xOy$  的原点，焦点在  $x$  轴上，它的一个顶点到两个焦点的距离分别是7和1

(I) 求椭圆  $C$  的方程

(II) 若  $P$  为椭圆  $C$  的动点， $M$  为过  $P$  且垂直于  $x$  轴的直线上的点， $\frac{|OP|}{|OM|} = e$

( $e$ 为椭圆 $C$ 的离心率)，求点  $M$  的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线。

(21) (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9a^2x + a^3$ .

(1) 设  $a = 1$ ，求函数  $f(x)$  的极值；

(2) 若  $a > \frac{1}{4}$ ，且当  $x \in [1, 4a]$  时， $|f'(x)| \leq 12a$  恒成立，试确定  $a$  的取值范围。

请考生在第 (22)、(23)、(24) 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑。

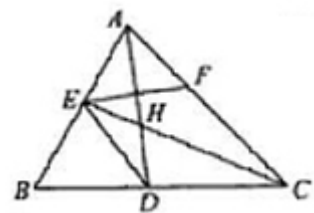
(22) (本小题满分10分) 选修4—1：几何证明选讲

如图，已知  $\triangle ABC$  中的两条角平分线  $AD$  和  $CE$  相交于  $H$ ，

$\angle B = 60^\circ$ ， $F$  在  $AC$  上，且  $AE = AF$ 。

(1) 证明： $B, D, H, E$  四点共圆；

(2) 证明： $CE$  平分  $\angle DEF$ 。



(23) (本小题满分10分) 选修4—4: 坐标系与参数方程。

已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = -4 + \cos t, \\ y = 3 + \sin t, \end{cases}$  ( $t$ 为参数),  $C_2: \begin{cases} x = 8 \cos \theta, \\ y = 3 \sin \theta, \end{cases}$  ( $\theta$ 为参数)。

(1) 化 $C_1, C_2$ 的方程为普通方程, 并说明它们分别表示什么曲线;

(2) 若 $C_1$ 上的点 $P$ 对应的参数为 $t = \frac{\pi}{2}$ ,  $Q$ 为 $C_2$ 上的动点, 求 $PQ$ 中点 $M$ 到直线

$C_3: \begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = -2 + t \end{cases}$  ( $t$ 为参数) 距离的最小值。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

如图,  $O$ 为数轴的原点,  $A, B, M$ 为数轴上三点,  $C$ 为线段 $OM$ 上的动点, 设 $x$ 表示 $C$

与原点的距离,  $y$ 表示 $C$ 到 $A$ 距离4倍与 $C$ 到 $B$ 距离的6倍的和。

(1) 将 $y$ 表示为 $x$ 的函数;

(2) 要使 $y$ 的值不超过70,  $x$ 应该在什么范围内取值?

