

绝密★启用前

2012年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题(本大题共有14题, 满分56分)

1. 计算: $\frac{3-i}{1+i} = \underline{\hspace{2cm}}$ (i 为虚数单位).
2. 若集合 $A = \{x \mid 2x - 1 > 0\}$, $B = \{x \mid |x| < 1\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 函数 $f(x) = \begin{vmatrix} \sin x & 2 \\ -1 & \cos x \end{vmatrix}$ 的最小正周期是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 若 $\vec{n} = (2, 1)$ 是直线 l 的一个方向向量, 则 l 的倾斜角的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$
(结果用反三角函数值表示).
5. 一个高为2的圆柱, 底面周长为 2π , 该圆柱的表面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
6. 方程 $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
7. 有一列正方体, 棱长组成以1为首项, $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列, 体积分别记为 $V_1, V_2, \dots, V_n, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 在 $(x - \frac{1}{x})^6$ 的二项展开式中, 常数项等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
9. 已知 $y = f(x)$ 是奇函数. 若 $g(x) = f(x) + 2$ 且 $g(1) = 1$, 则 $g(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 满足约束条件 $|x| + 2|y| \leq 2$ 的目标函数 $z = y - x$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 三位同学参加跳高、跳远、铅球项目的比赛. 若每人只选择一个项目, 则有且仅有两人选择的项目完全相同的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果用最简分数表示).

12. 在矩形 $ABCD$ 中, 边 AB 、 AD 的长分别为2、1. 若 M 、 N 分别是边 BC 、 CD 上

的点, 且满足 $\frac{|\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{BC}|} = \frac{|\overrightarrow{CN}|}{|\overrightarrow{CD}|}$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 的取值范围是_____.

13. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像是折线段 ABC , 若中 $A(0,0)$, $B(\frac{1}{2}, 1)$, $C(1,0)$.

函数 $y = xf(x)$ ($0 \leq x \leq 1$)的图像与 x 轴围成的图形的面积为_____.

14. 已知 $f(x) = \frac{1}{1+x}$. 各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+2} = f(a_n)$. 若

$a_{2010} = a_{2012}$, 则 $a_{20} + a_{11}$ 的值是_____.

二、选择题 (本大题共有4题, 满分20分)

15. 若 $1 + \sqrt{2}i$ 是关于 x 的实系数方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的一个复数根, 则 ()

- (A) $b = 2, c = 3$. (B) $b = 2, c = -1$. (C) $b = -2, c = -1$. (D)

$b = -2, c = 3$.

16. 对于常数 m 、 n , “ $mn > 0$ ”是“方程 $mx^2 + ny^2 = 1$ 的曲线是椭圆”的 ()

- (A) 充分不必要条件. (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件. (D) 既不充分也不必要条件.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- (A) 钝角三角形. (B) 直角三角形 (C) 锐角三角形. (D) 不能确定.

18. 若 $S_n = \sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7} + \dots + \sin \frac{n\pi}{7}$ ($n \in N^*$), 则在 S_1, S_2, \dots, S_{100} 中, 正数的个数是 ()

- (A) 16. (B) 72. (C) 86.
(D) 100.

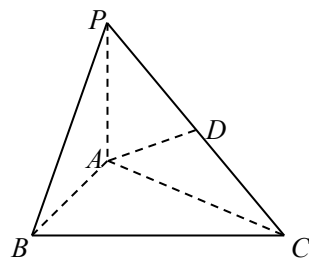
三、解答题 (本大题共有5题, 满分74分)

19. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 底面 ABC , D 是

PC 的中点. 已知 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $AB = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$,

$PA = 2$. 求:

- (1) 三棱锥 $P-ABC$ 的体积; (6分)
(2) 异面直线 BC 与 AD 所成的角的大小 (结果用反三角函数值表示). (6分)



20. 已知函数 $f(x) = \lg(x+1)$.

(1) 若 $0 < f(1-2x) - f(x) < 1$, 求 x 的取值范围; (6分)

(2) 若 $g(x)$ 是以2为周期的偶函数, 且当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 有 $g(x) = f(x)$, 求函数 $y = g(x)$ ($x \in [1, 2]$) 的反函数. (8分)

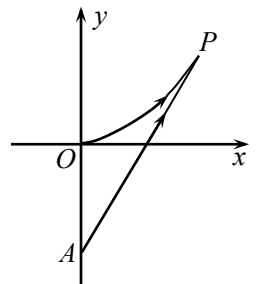
21. 海事救援船对一艘失事船进行定位: 以失事船的当前位置为原点, 以正北方向为 y 轴正方向建立平面直角坐标系 (以1海里为单位长度), 则救援船恰在失事船的正南方向12海里 A 处, 如图.

现假设: ①失事船的移动路径可视为抛物线 $y = \frac{12}{49}x^2$; ②定位后救援船即刻沿直线

匀速前往救援; ③救援船出发 t 小时后, 失事船所在位置的横坐标为 $7t$.

(1) 当 $t = 0.5$ 时, 写出失事船所在位置 P 的纵坐标. 若此时两船恰好会合, 求救援船速度的大小和方向; (6分)

(2) 问救援船的时速至少是多少海里才能追上失事船? (8分)



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知双曲线 $C: 2x^2 - y^2 = 1$.

(1) 设 F 是 C 的左焦点, M 是 C 右支上一点.

若 $|MF| = 2\sqrt{2}$, 求过 M 点的坐标; (5分) (2) 过 C 的左顶点作 C 的两条渐近线的平行线, 求这两组平行线围成的平行四边形的面积; (5分)

(3) 设斜率为 k ($|k| < \sqrt{2}$) 的直线 l 交 C 于 P 、 Q 两点, 若 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切, 求证: $OP \perp OQ$; (6分)

23. 对于项数为 m 的有穷数列数集 $\{a_n\}$, 记 $b_k = \max\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ($k=1, 2, \dots, m$), 即 b_k 为 a_1, a_2, \dots, a_k 中的最大值, 并称数列 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列. 如 $1, 3, 2, 5, 5$ 的控制数列是 $1, 3, 3, 5, 5$.

(1) 若各项均为正整数的数列 $\{a_n\}$ 的控制数列为 $2, 3, 4, 5, 5$, 写出所有的 $\{a_n\}$; (4分)

(2) 设 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列, 满足 $a_k + b_{m-k+1} = C$ (C 为常数, $k=1, 2, \dots, m$)

求证: $b_k = a_k$ ($k=1, 2, \dots, m$); (6分)

(3) 设 $m=100$, 常数 $a \in (\frac{1}{2}, 1)$. 若 $a_n = an^2 - (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} n$, $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列, 求 $(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_{100} - a_{100})$.

2012年上海高考数学（文科）试卷解答

一、填空题（本大题共有14题，满分56分）

- 计算： $\frac{3-i}{1+i} = \frac{1-2i}{2}$ (i 为虚数单位) .
- 若集合 $A = \{x | 2x - 1 > 0\}$, $B = \{x | |x| < 1\}$, 则 $A \cap B = \underline{(\frac{1}{2}, 1)}$.
- 函数 $f(x) = \left| \begin{matrix} \sin x & 2 \\ -1 & \cos x \end{matrix} \right|$ 的最小正周期是 $\underline{\pi}$.
- 若 $\vec{n} = (2, 1)$ 是直线 l 的一个方向向量, 则 l 的倾斜角的大小为 $\underline{\arctan \frac{1}{2}}$ (结果用反三角函数值表示) .
- 一个高为2的圆柱, 底面周长为 2π , 该圆柱表面积为 $\underline{6\pi}$.
- 方程 $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$ 的解是 $\underline{\log_2 3}$.
- 有一列正方体, 棱长组成以1为首项, $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列, 体积分别记为 $V_1, V_2, \dots, V_n, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n) = \underline{\frac{8}{7}}$.
- 在 $(x - \frac{1}{x})^6$ 的二项展开式中, 常数项等于 $\underline{-20}$.
- 已知 $y = f(x)$ 是奇函数. 若 $g(x) = f(x) + 2$ 且 $g(1) = 1$, 则 $g(-1) = \underline{3}$.
- 满足约束条件 $|x| + 2|y| \leq 2$ 的目标函数 $z = y - x$ 的最小值是 $\underline{-2}$.
- 三位同学参加跳高、跳远、铅球项目的比赛. 若每人只选择一个项目, 则有且仅有两人选择的项目完全相同的概率是 $\underline{\frac{2}{3}}$ (结果用最简分数表示) .
- 在矩形 $ABCD$ 中, 边 AB 、 AD 的长分别为2、1. 若 M 、 N 分别是边 BC 、 CD 上的点, 且满足 $\frac{|\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{BC}|} = \frac{|\overrightarrow{CN}|}{|\overrightarrow{CD}|}$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 的取值范围是 $\underline{[1, 4]}$.
- 已知函数 $y = f(x)$ 的图像是折5线段 ABC , 若中 $A(0,0)$, $B(\frac{1}{2}, 1)$, $C(1,0)$.
函数 $y = xf(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) 的图像与 x 轴围成的图形的面积为 $\underline{\frac{1}{4}}$.
- 已知 $f(x) = \frac{1}{1+x}$. 各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+2} = f(a_n)$. 若

$a_{2010} = a_{2012}$, 则 $a_{20} + a_{11}$ 的值是 $\frac{13\sqrt{5}+3}{26}$.

二、选择题 (本大题共有4题, 满分20分)

15. 若 $1 + \sqrt{2}i$ 是关于 x 的实系数方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的一个复数根, 则 (D)

- (A) $b = 2, c = 3$. (B) $b = 2, c = -1$. (C) $b = -2, c = -1$. (D)

$b = -2, c = 3$.

16. 对于常数 m, n , “ $mn > 0$ ”是“方程 $mx^2 + ny^2 = 1$ 的曲线是椭圆”的 (B)

- (A) 充分不必要条件. (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件. (D) 既不充分也不必要条件.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 (A)

- (A) 钝角三角形. (B) 直角三角形. (C) 锐角三角形.
(D) 不能确定.

18. 若 $S_n = \sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7} + \dots + \sin \frac{n\pi}{7}$ ($n \in N^*$), 则在 S_1, S_2, \dots, S_{100} 中, 正数的

个数是 (C)

- (A) 16. (B) 72. (C) 86.
(D) 100.

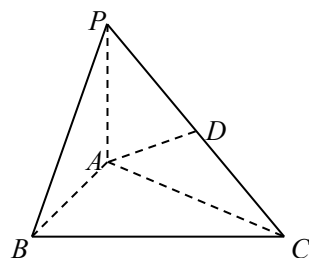
三、解答题 (本大题共有5题, 满分74分)

19. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 底面 ABC , D 是

PC 的中点. 已知 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $AB = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$,

$PA = 2$. 求:

- (1) 三棱锥 $P-ABC$ 的体积; (6分)
(2) 异面直线 BC 与 AD 所成的角的大小 (结果用反三角函数值表示). (6分)

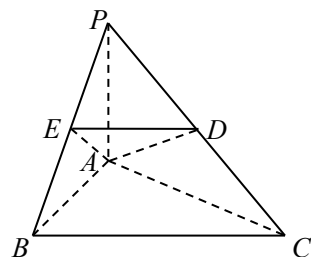


[解] (1) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$, 2分

三棱锥 $P-ABC$ 的体积为

$V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \times PA = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} \times 2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. 6分

- (2) 取 PB 的中点 E , 连接 DE, AE , 则 $ED \parallel BC$, 所以 $\angle ADE$ (或其补角) 是异面直线 BC 与 AD 所成的角. 8分



在三角形 ADE 中, $DE=2$, $AE=\sqrt{2}$, $AD=2$,

$$\cos \angle ADE = \frac{2^2+2^2-2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{3}{4}, \text{ 所以 } \angle ADE = \arccos \frac{3}{4}.$$

因此, 异面直线 BC 与 AD 所成的角的大小是 $\arccos \frac{3}{4}$.

12分

20. 已知函数 $f(x) = \lg(x+1)$.

(1) 若 $0 < f(1-2x) - f(x) < 1$, 求 x 的取值范围; (6分)

(2) 若 $g(x)$ 是以2为周期的偶函数, 且当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 有 $g(x) = f(x)$, 求函数

$y = g(x)$ ($x \in [1, 2]$) 的反函数. (8分)

[解] (1) 由 $\begin{cases} 2-2x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$, 得 $-1 < x < 1$.

$$\text{由 } 0 < \lg(2-2x) - \lg(x+1) = \lg \frac{2-2x}{x+1} < 1 \text{ 得 } 1 < \frac{2-2x}{x+1} < 10.$$

……3分

因为 $x+1 > 0$, 所以 $x+1 < 2-2x < 10x+10$, $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{3}$.

$$\text{由 } \begin{cases} -1 < x < 1 \\ -\frac{2}{3} < x < \frac{1}{3} \end{cases} \text{ 得 } -\frac{2}{3} < x < \frac{1}{3}. \quad \text{……6分}$$

(2) 当 $x \in [1, 2]$ 时, $2-x \in [0, 1]$, 因此

$$y = g(x) = g(x-2) = g(2-x) = f(2-x) = \lg(3-x).$$

……10分

由单调性可得 $y \in [0, \lg 2]$.

因为 $x = 3 - 10^y$, 所以所求反函数是 $y = 3 - 10^x$, $x \in [0, \lg 2]$.

……14分

21. 海事救援船对一艘失事船进行定位: 以失事船的当前位置为原点, 以正北方向为 y 轴

正方向建立平面直角坐标系 (以1海里为单位长度), 则救援船恰在失事船的正南方向12海

里 A 处, 如图. 现假设: ①失事船的移动路径可视为抛物线

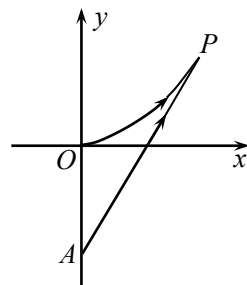
$$y = \frac{12}{49}x^2; \text{ ②定位后救援船即刻沿直线匀速前往救援; ③救}$$

援船出发 t 小时后, 失事船所在位置的横坐标为 $7t$.

(1) 当 $t = 0.5$ 时, 写出失事船所在位置 P 的纵坐标. 若此时两船恰好会合, 求救援船速度的大小和方向; (6分)

(2) 问救援船的时速至少是多少海里才能追上失事船? (8分)

[解] (1) $t = 0.5$ 时, P 的横坐标 $x_P = 7t = \frac{7}{2}$, 代入抛物线方程 $y = \frac{12}{49}x^2$



中, 得 P 的纵坐标 $y_P=3$2分

由 $|AP|=\frac{\sqrt{949}}{2}$, 得救援船速度的大小为 $\sqrt{949}$ 海里/时.4分

由 $\tan \angle OAP = \frac{\frac{7}{2}}{3+12} = \frac{7}{30}$, 得 $\angle OAP = \arctan \frac{7}{30}$, 故救援船速度的方向
为北偏东 $\arctan \frac{7}{30}$ 弧度.6分

(2) 设救援船的时速为 v 海里, 经过 t 小时追上失事船, 此时位置为 $(7t, 12t^2)$.

由 $vt = \sqrt{(7t)^2 + (12t^2 + 12)^2}$, 整理得 $v^2 = 144(t^2 + \frac{1}{t^2}) + 337$10分

因为 $t^2 + \frac{1}{t^2} \geq 2$, 当且仅当 $t=1$ 时等号成立,

所以 $v^2 \geq 144 \times 2 + 337 = 25^2$, 即 $v \geq 25$.

因此, 救援船的时速至少是25海里才能追上失事船.14分

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知双曲线 $C: 2x^2 - y^2 = 1$.

(1) 设 F 是 C 的左焦点, M 是 C 右支上一点.

若 $|MF|=2\sqrt{2}$, 求过 M 点的坐标; (5分) (2) 过 C 的左顶点作 C 的两条渐近线的
平行线, 求这两组平行线围成的平行四边形的

面积; (5分)

(3) 设斜率为 k ($|k| < \sqrt{2}$) 的直线 l 交 C 于 P 、 Q 两点, 若 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切,

求证: $OP \perp OQ$; (6分)

[解] (1) 双曲线 $C: \frac{x^2}{\frac{1}{2}} - y^2 = 1$, 左焦点 $F(-\frac{\sqrt{6}}{2}, 0)$.

设 $M(x, y)$, 则 $|MF|^2 = (x + \frac{\sqrt{6}}{2})^2 + y^2 = (\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{2}}{2})^2$,

.....2分

由 M 是右支上一点, 知 $x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $|MF| = \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$, 得

$x = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

所以 $M(\frac{\sqrt{6}}{2}, \pm\sqrt{2})$5分

(2) 左顶点 $A(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$, 渐近线方程: $y = \pm\sqrt{2}x$.

过 A 与渐近线 $y = \sqrt{2}x$ 平行的直线方程为: $y = \sqrt{2}(x + \frac{\sqrt{2}}{2})$, 即

$y = \sqrt{2}x + 1$.

解方程组 $\begin{cases} y = -\sqrt{2}x \\ y = \sqrt{2}x + 1 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$.

……8分

所求平行四边形的面积为 $S = |OA| |y| = \frac{\sqrt{2}}{4}$. ……10分

(3) 设直线 PQ 的方程是 $y = kx + b$. 因直线与已知圆相切, 故 $\frac{|b|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$,

$$\text{即 } b^2 = k^2 + 1 \quad (*).$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + b \\ 2x^2 - y^2 = 1 \end{cases}, \text{ 得 } (2 - k^2)x^2 - 2kbx - b^2 - 1 = 0.$$

$$\text{设 } P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), \text{ 则 } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2kb}{2-k^2} \\ x_1 x_2 = \frac{-1-b^2}{2-k^2} \end{cases}.$$

$y_1 y_2 = (kx_1 + b)(kx_2 + b)$, 所以

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = (1 + k^2)x_1 x_2 + kb(x_1 + x_2) + b^2$$

$$\frac{(1+k^2)(-1-b^2)}{2-k^2} + \frac{2k^2 b^2}{2-k^2} = \frac{-1+b^2-k^2}{2-k^2}.$$

由 (*) 知 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$, 所以 $OP \perp OQ$. ……16分

23. 对于项数为 m 的有穷数列数集 $\{a_n\}$, 记 $b_k = \max\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ($k=1, 2, \dots, m$), 即 b_k

为 a_1, a_2, \dots, a_k 中的最大值, 并称数列 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列. 如 $1, 3, 2, 5, 5$ 的控制数列是

$1, 3, 3, 5, 5$.

(1) 若各项均为正整数的数列 $\{a_n\}$ 的控制数列为 $2, 3, 4, 5, 5$, 写出所有的 $\{a_n\}$; (4分)

(2) 设 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列, 满足 $a_k + b_{m-k+1} = C$ (C 为常数, $k=1, 2, \dots, m$)

求证: $b_k = a_k$ ($k=1, 2, \dots, m$); (6分)

(3) 设 $m=100$, 常数 $a \in (\frac{1}{2}, 1)$. 若 $a_n = an^2 - (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} n$, $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列,

求 $(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_{100} - a_{100})$.

[解] (1) 数列 $\{a_n\}$ 为: $2, 3, 4, 5, 1$; $2, 3, 4, 5, 2$; $2, 3, 4, 5, 3$;

2, 3, 4, 5, 4; 2, 3, 4, 5, 5. ……4分

(2) 因为 $b_k = \max\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $b_{k+1} = \max\{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$,

所以 $b_{k+1} \geq b_k$. ……6分

因为 $a_k + b_{m-k+1} = C$, $a_{k+1} + b_{m-k} = C$,

所以 $a_{k+1} - a_k = b_{m-k+1} - b_{m-k} \geq 0$, 即 $a_{k+1} \geq a_k$.

……8分

因此, $b_k = a_k$. ……10分

(3) 对 $k = 1, 2, \dots, 25$, $a_{4k-3} = a(4k-3)^2 + (4k-3)$;

$a_{4k-2} = a(4k-2)^2 + (4k-2)$;

$a_{4k-1} = a(4k-1)^2 - (4k-1)$; $a_{4k} = a(4k)^2 - (4k)$.

比较大小, 可得 $a_{4k-2} > a_{4k-3}$. ……12分

因为 $\frac{1}{2} < a < 1$, 所以 $a_{4k-1} - a_{4k-2} = (a-1)(8k-3) < 0$, 即

$a_{4k-2} > a_{4k-1}$;

$a_{4k} - a_{4k-2} = 2(2a-1)(4k-1) > 0$, 即

$a_{4k} > a_{4k-2}$.

又 $a_{4k+1} > a_{4k}$,

从而 $b_{4k-3} = a_{4k-3}$, $b_{4k-2} = a_{4k-2}$, $b_{4k-1} = a_{4k-2}$, $b_{4k} = a_{4k}$.

……15分

因此 $(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_{100} - a_{100})$

=

$(b_3 - a_3) + (b_7 - a_7) + (b_{10} - a_{10}) + \dots + (b_{4k-1} - a_{4k-1}) + \dots + (b_{99} - a_{99})$

=

$(a_2 - a_3) + (a_6 - a_7) + (a_9 - a_{10}) + \dots + (a_{4k-2} - a_{4k-1}) + \dots + (a_{98} - a_{99})$

$$= \sum_{k=1}^{25} (a_{4k-2} - a_{4k-1}) = (1-a) \sum_{k=1}^{25} (8k-3) = 2525(1-a).$$

.....18分

