

# 2010年高考天津卷文科数学试题

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,共150分,考试用时120分钟。  
第I卷1至3页。第II卷4至11页。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

## 第I卷

注意事项:

1. 答I卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并在规定位置粘贴考试用条形码。

2. 每小题选出答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,答在试卷上的无效。

3. 本卷共10小题,每小题5分,共50分。

参考公式:

如果事件A、B互斥,那么

•棱柱的体积公式 $V=Sh$ .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

其中S表示棱柱的底面积。

h表示棱柱的高

一、选择题:在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1) i是虚数单位,复数 $\frac{3+i}{1-i} =$

- (A)  $1+2i$  (B)  $2+4i$  (C)  $-1-2i$  (D)  $2-i$

(2) 设变量x, y满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ x-y \geq -1, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则目标函数 $z=4x+2y$ 的最大值为

- (A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 2

(3) 阅读右边的程序框图,运行相应的程序,则输出s的值为

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3

(4) 函数 $f(x) = e^x + x - 2$ 的零点所在的一个区间是

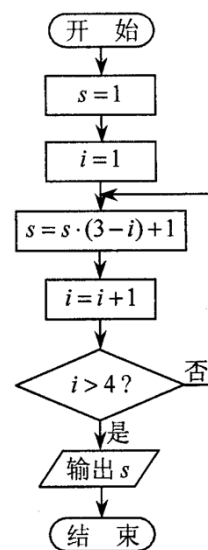
- (A)  $(-2, -1)$  (B)  $(-1, 0)$  (C)  $(0, 1)$  (D)  $(1, 2)$

(5) 下列命题中,真命题是

- (A)  $\exists m \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 是偶函数  
(B)  $\exists m \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 是奇函数  
(C)  $\forall m \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 都是偶函数  
(D)  $\forall m \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 都是奇函数

(6) 设 $a = \log_5 4$ ,  $b = (\log_5 3)^2$ ,  $c = \log_4 5$ , 则

- (A)  $a < c < b$  (B)  $b < c < a$  (C)  $a < b < c$  (D)  $b < a < c$



(7) 设集合  $A = \{x \mid |x-a| < 1, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $B = \{x \mid 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$ . 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是

- (A)  $\{a \mid 0 \leq a \leq 6\}$       (B)  $\{a \mid a \leq 2, \text{或} a \geq 4\}$   
 (C)  $\{a \mid a \leq 0, \text{或} a \geq 6\}$       (D)  $\{a \mid 2 \leq a \leq 4\}$

(8) 右图是函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 在区间  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$  上的图象, 为了得到

这个函数的图象, 只要将  $y = \sin x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 的图象上所有的点

(A) 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$

倍, 纵坐标不变

(B)

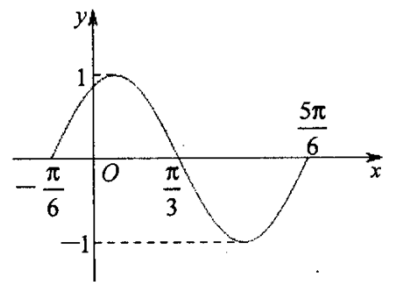
向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵

坐标不变

(C)

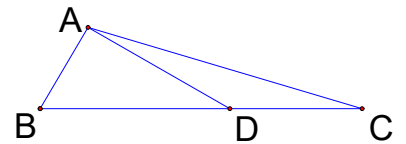
向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  倍, 纵坐标不变

(D) 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变



(9) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD \perp AB$ ,  $\overline{BC} = \sqrt{3} \overline{BD}$ ,  $|\overline{AD}| = 1$ , 则  $\overline{AC} \cdot \overline{AD} =$

- (A)  $2\sqrt{3}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (D)  $\sqrt{3}$



(10) 设函数  $g(x) = x^2 - 2$  ( $x \in \mathbb{R}$ ),

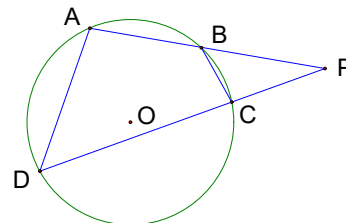
$f(x) = \begin{cases} g(x) + x + 4, & x < g(x) \\ g(x) - x, & x \geq g(x) \end{cases}$  则  $f(x)$  的值域是

- (A)  $[-\frac{9}{4}, 0] \cup (1, +\infty)$       (B)  $[0, +\infty)$       (C)  $[-\frac{9}{4}, +\infty)$       (D)  $[-\frac{9}{4}, 0] \cup (2, +\infty)$

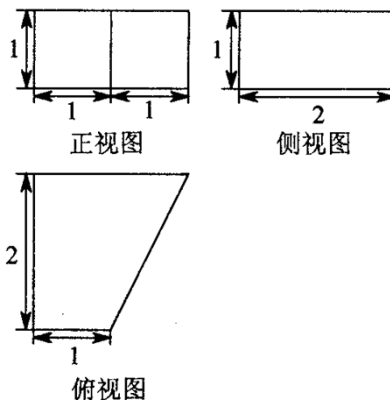
## 第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题4分，共24分。把答案填在题中的横线上。

(11) 如图，四边形ABCD是圆O的内接四边形，延长AB和DC相交于点P。若PB=1，PD=3，则  $\frac{BC}{AD}$  的值为\_\_\_\_\_。



(12) 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为\_\_\_\_\_。



(13) 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线方程是

$y = \sqrt{3}x$ ，它的一个焦点与抛物线  $y^2 = 16x$  的焦点相同。则双曲线的方程为\_\_\_\_\_。

(14) 已知圆C的圆心是直线  $x - y + 1 = 0$  与  $x$  轴的交点，且圆C与直线  $x + y + 3 = 0$  相切。则圆C的方程为\_\_\_\_\_。

(15) 设  $\{a_n\}$  是等比数列，公比  $q = \sqrt{2}$ ， $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和。记

$T_n = \frac{17S_n - S_{2n}}{a_{n+1}}, n \in N^*$ 。设  $T_{n_0}$  为数列  $\{T_n\}$  的最大项，则  $n_0 =$ \_\_\_\_\_。

(16) 设函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ，对任意  $x \in [1, +\infty)$ ， $f(mx) + nf(x) < 0$  恒成立，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

三、解答题：本大题共6小题，共76分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中， $\frac{AC}{AB} = \frac{\cos B}{\cos C}$ 。

(I) 证明 $B=C$ ：

(II) 若 $\cos A = -\frac{1}{3}$ ，求 $\sin\left(4B + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值。

(18) (本小题满分12分)

有编号为 $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ 的10个零件，测量其直径(单位：cm)，得到下面数据：

编号	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$	$A_{10}$
直径	1.51	1.49	1.49	1.51	1.49	1.51	1.47	1.46	1.53	1.47

其中直径在区间 $[1.48, 1.52]$ 内的零件为一等品。

(I) 从上述10个零件中，随机抽取一个，求这个零件为一等品的概率；

(II) 从一等品零件中，随机抽取2个。

(i) 用零件的编号列出所有可能的抽取结果；

(ii) 求这2个零件直径相等的概率。

(19) (本小题满分12分)

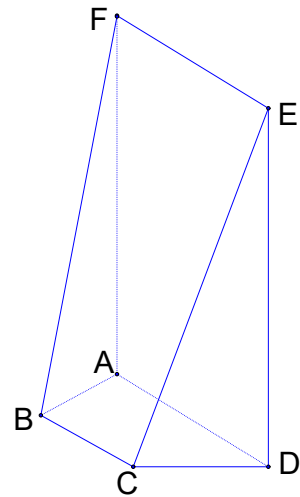
如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ADEF$ 是正方形， $FA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $BC \parallel AD$ ， $CD=1$ ，

$AD=2\sqrt{2}$ ， $\angle BAD = \angle CDA = 45^\circ$ 。

(I) 求异面直线 $CE$ 与 $AF$ 所成角的余弦值；

(II) 证明 $CD \perp$ 平面 $ABF$ ；

(III) 求二面角 $B-EF-A$ 的正切值。



(20) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1 (x \in R)$ ，其中 $a > 0$ 。

(I) 若 $a=1$ ，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程；

(II) 若在区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上， $f(x) > 0$ 恒成立，求 $a$ 的取值范围。

(21) (本小题满分14分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 连接椭圆的四个顶点得到的菱形的面积为4.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 设直线  $l$  与椭圆相交于不同的两点  $A, B$ , 已知点  $A$  的坐标为  $(-a, 0)$ .

(i) 若  $|AB| = \frac{4\sqrt{2}}{5}$ , 求直线  $l$  的倾斜角;

(ii) 若点  $Q(0, y_0)$  在线段  $AB$  的垂直平分线上, 且  $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB} = 4$ . 求  $y_0$  的值.

(22) (本小题满分14分)

在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 0$ , 且对任意  $k \in \mathbb{N}^*$ ,  $a_{2k-1}, a_{2k}, a_{2k+1}$  成等差数列, 其公差为  $2k$ .

(I) 证明  $a_4, a_5, a_6$  成等比数列;

(II) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(III) 记  $T_n = \frac{2^2}{a_2} + \frac{3^2}{a_3} + \dots + \frac{n^2}{a_n}$ , 证明  $\frac{3}{2} < 2n - T_n \leq 2$  ( $n \geq 2$ ).