

## 2011年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

## 数学（文科）

本试题共4页，21小题，满分150分，考试用时120分钟。

- 注意事项：**
1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
  2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
  3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
  4. 作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。
  5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

**参考公式：**锥体体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  为锥体的底面积， $h$  为锥体的高。

线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中系数计算公式  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ ，

样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的标准差， $s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$ ，

其中  $\bar{x}$ ， $\bar{y}$  表示样本均值。

$n$  是正整数，则  $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ 。

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数  $z$  满足  $iz = 1$ ，其中  $i$  为虚数单位，则  $z =$   
A.  $-i$                       B.  $i$                       C.  $-1$                       D.  $1$
2. 已知集合  $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数，且 } x^2 + y^2 = 1\}$ ， $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数，且 } x + y = 1\}$ ，  
则  $A \cap B$  的元素个数为  
A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1
3. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 2)$ ， $\mathbf{b} = (1, 0)$ ， $\mathbf{c} = (3, 4)$ 。若  $\lambda$  为实数， $(\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$ ，则  $\lambda =$

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D. 2

4. 函数  $f(x) = \frac{1}{1-x} + \lg(1+x)$  的定义域是

- A.  $(-\infty, -1)$               B.  $(1, +\infty)$               C.  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$               D.  $(-\infty, +\infty)$

5. 不等式  $2x^2 - x - 1 > 0$  的解集是

- A.  $(-\frac{1}{2}, 1)$               B.  $(1, +\infty)$               C.  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$               D.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$

6. 已知平面直角坐标系  $xOy$  上的区域  $D$  由不等式组  $\begin{cases} 0 \leq x \leq \sqrt{2} \\ y \leq 2 \\ x \leq \sqrt{2}y \end{cases}$  给定. 若  $M(x, y)$  为  $D$  上的动

点, 点  $A$  的坐标为  $(\sqrt{2}, 1)$ , 则  $z = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}$  的最大值为

- A. 3                      B. 4                      C.  $3\sqrt{2}$                       D.  $4\sqrt{2}$

7. 正五棱柱中, 不同在任何侧面且不同在任何底面的两顶点的连线称为它的对角线, 那么一个正五棱柱对角线的条数共有

- A. 20                      B. 15                      C. 12                      D. 10

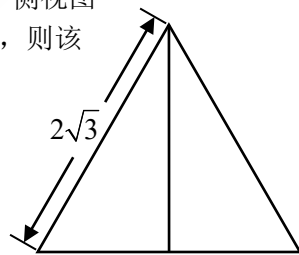
8. 设圆  $C$  与圆  $x^2 + (y-3)^2 = 1$  外切, 与直线  $y=0$  相切, 则  $C$  的圆心轨迹为

- A. 抛物线                      B. 双曲线                      C. 椭圆                      D. 圆

9. 如图1

3, 某几何体的正视图 (主视图), 侧视图是等边三角形, 等腰三角形和菱形, 则该几何体的

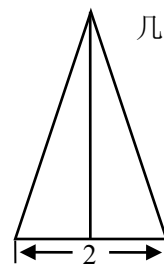
- A.  $4\sqrt{3}$                       B. 4  
C.  $2\sqrt{3}$                       D. 2



正视图

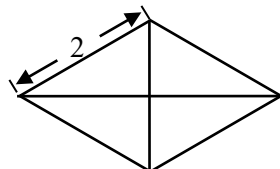
图1

(左视图) 和俯视图分别



侧视图

图2



俯视图

图3

10. 设  $f(x), g(x), h(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的任意实值函数, 如下定义两个函数  $(f \circ g)(x)$  和  $(f \cdot g)(x)$ : 对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ ;  $(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$ , 则下列等式恒成立的是
- A.  $((f \circ g) \cdot h)(x) = ((f \cdot h) \circ (g \cdot h))(x)$
- B.  $((f \cdot g) \circ h)(x) = ((f \circ h) \cdot (g \circ h))(x)$
- C.  $((f \circ g) \circ h)(x) = ((f \circ g) \circ (g \circ h))(x)$
- D.  $((f \cdot g) \cdot h)(x) = ((f \cdot g) \cdot (g \cdot h))(x)$

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分.

(一) 必做题 (9 ~ 13题)

11. 已知  $\{a_n\}$  是递增的等比数列, 若  $a_2 = 2$ ,  $a_4 - a_3 = 4$ , 则此数列的公比  $q =$  \_\_\_\_\_.
12. 设函数  $f(x) = x^3 \cos x + 1$ . 若  $f(a) = 11$ , 则  $f(-a) =$  \_\_\_\_\_.
13. 为了解篮球爱好者小李的投篮命中率与打篮球时间之间的关系, 下表记录了小李某月1号到5号每天打篮球时间  $x$  (单位: 小时) 与当天投篮命中率  $y$  之间的关系:

时间 $x$	1	2	3	4	5
命中率 $y$	0.4	0.5	0.6	0.6	0.4

小李这5天的平均投篮命中率为\_\_\_\_\_.

; 用线性回归分析的方法, 预测小李该月6号打6小时篮球的投篮命中率为\_\_\_\_\_.

(二) 选做题 (14 ~ 15题, 考生只能从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 已知两曲线参数方程分别为  $\begin{cases} x = \sqrt{5} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (0 \leq \theta < \pi)$  和

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4} t^2 \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbf{R}), \text{ 它们的交点坐标为_____.$$

15. (几何证明选讲选做题) 如图4, 在梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 4$ ,  $CD = 2$ ,  $E, F$  分别为  $AD, BC$  上的点, 且  $EF = 3$ ,  $EF \parallel AB$ , 则梯形  $ABFE$  与梯形  $EFCD$  的面积比为\_\_\_\_\_.

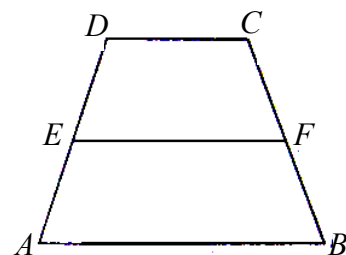


图4

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

16. (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

(1) 求  $f(0)$  的值;

(2) 设  $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $f\left(3\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{10}{13}$ ,  $f(3\beta + 2\pi) = \frac{6}{5}$ , 求  $\sin(\alpha + \beta)$  的值.

17. (本小题满分13分)

在某次测验中，有6位同学的平均成绩为75分．用  $x_n$  表示编号为  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, 6$ ) 的同学所得成绩，且前5位同学的成绩如下：

编号 $n$	1	2	3	4	5
成绩 $x_n$	70	76	72	70	72

(1) 求第6位同学的成绩  $x_6$ ，及这6位同学成绩的标准差  $s$ ；

(2) 从前5位同学中，随机地选2位同学，求恰有1位同学成绩在区间  $(68, 75)$  中的概率．

18. (本小题满分13分)

图5所示的几何体是将高为2，底面半径为1的直圆柱沿过轴的平面切开后，将其中一半沿切面向右水平平移后得到的.  $A, A', B, B'$  分别为  $\widehat{CD}, \widehat{C'D'}, \widehat{DE}, \widehat{D'E'}$  的中点,  $O_1, O_1', O_2, O_2'$  分别为  $CD, C'D', DE, D'E'$  的中点.

(1) 证明:  $O_1', A', O_2, B$  四点共面;

(2) 设  $G$  为  $AA'$  中点, 延长  $A'O_1'$  到  $H'$ , 使得  $O_1'H' = A'O_1'$ . 证明:  $BO_2' \perp$  平面  $H'B'G$

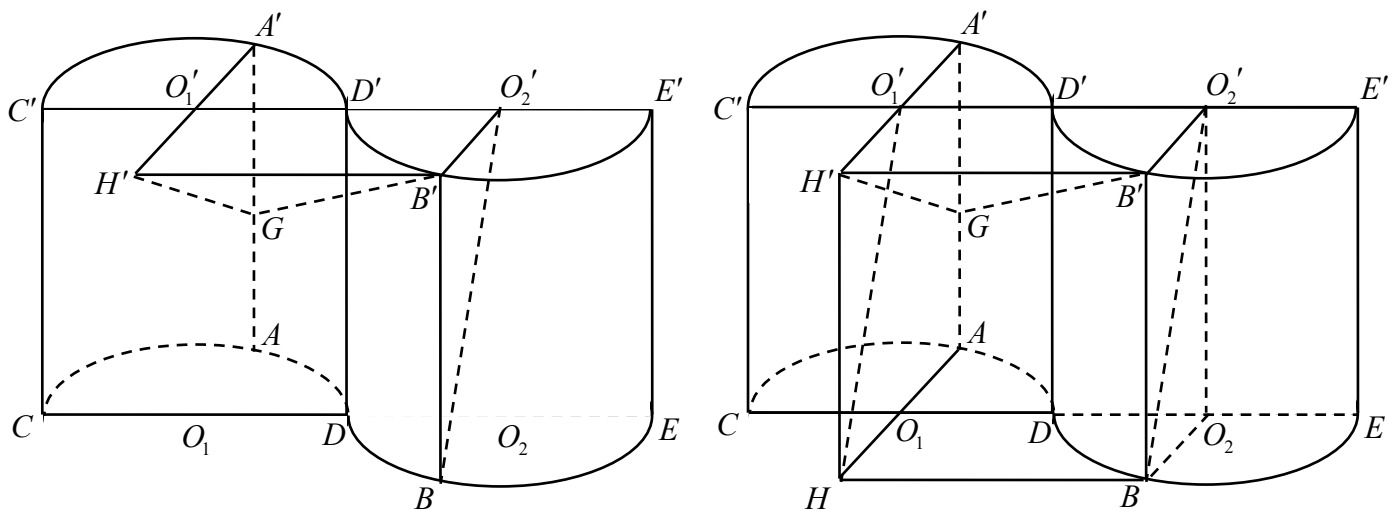


图5

19. (本小题满分14分)

设  $a > 0$ , 讨论函数  $f(x) = \ln x + a(1-a)x^2 - 2(1-a)x$  的单调性.

20. (本小题满分14分)

设  $b > 0$ , 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = b$ ,  $a_n = \frac{nb a_{n-1}}{a_{n-1} + n - 1} (n \geq 2)$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 证明: 对于一切正整数  $n$ ,  $2a_n \leq b^{n+1} + 1$ .

21. (本小题满分14分)

在平面直角坐标系  $xOy$  上, 直线  $l: x = -2$  交  $x$  轴于点  $A$ . 设  $P$  是  $l$  上一点,  $M$  是线段  $OP$  的垂直平分线上一点, 且满足  $\angle MPO = \angle AOP$ .

(1) 当点  $P$  在  $l$  上运动时, 求点  $M$  的轨迹  $E$  的方程;

(2) 已知  $T(1, -1)$ , 设  $H$  是  $E$  上动点, 求  $|HO| + |HT|$  的最小值, 并给出此时点  $H$  的坐标;

(3) 过点  $T(1, -1)$  且不平行于  $y$  轴的直线  $l_1$  与轨迹  $E$  有且只有两个不同的交点, 求直线  $l_1$  的斜率  $k$  的取值范围.