

# 2014年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

## 数学（文科）试题及答案

本试卷共4页，21题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔盒涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。
5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

**参考公式：**锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  为锥体的底面积， $h$  为锥体的高。

一组数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的方差  $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，其中  $\bar{x}$  表示这组数据的平均数

**一、选择题：**本大题共10小题，每小题5分，满分50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{2, 3, 4\}$ ， $N = \{0, 2, 3, 5\}$ ，则  $M \cap N = ( \quad )$

- A.  $\{0, 2\}$       B.  $\{2, 3\}$       C.  $\{3, 4\}$       D.  $\{3, 5\}$

2. 已知复数  $z$  满足  $(3 - 4i)z = 25$ ，则  $z = ( \quad )$

- A.  $-3 - 4i$       B.  $-3 + 4i$       C.  $3 - 4i$       D.  $3 + 4i$

3. 已知向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (3, 1)$  则  $\vec{b} - \vec{a} = ( \quad )$

- A.  $(-2, 1)$       B.  $(2, -1)$       C.  $(2, 0)$       D.  $(4, 3)$

4. 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$ ，则  $z = 2x + y$  的最大值等于  $( \quad )$

- A. 7      B. 8      C. 10      D. 11

5. 下列函数为奇函数的是  $( \quad )$

- A.  $2^x - \frac{1}{2^x}$       B.  $x^3 \sin x$       C.  $2\cos x + 1$       D.  $x^2 + 2^x$

6. 为了解1000名学生的学习情况，采用系统抽样的方法，从中抽取容量为40的样本，则分段的间隔为  $( \quad )$

- A. 50      B. 40      C. 25      D. 20

7. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c$ , 则“ $a \leq b$ ”是“ $\sin A \leq \sin B$ ”的 ( )

- A. 充分必要条件    B. 充分非必要条件    C. 必要非充分条件    D. 非充分非必要条件

8. 若实数  $k$  满足  $0 < k < 5$ , 则曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5-k} = 1$  与曲线  $\frac{x^2}{16-k} - \frac{y^2}{5} = 1$  的 ( )

- A. 实半轴长相等    B. 虚半轴长相等    C. 离心率相等    D. 焦距相等

9. 若空间中四条两两不同的直线  $l_1, l_2, l_3, l_4$ , 满足  $l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3, l_3 \perp l_4$ , 则下列结论一定正确的是 ( )

- A.  $l_1 \perp l_4$     B.  $l_1 \parallel l_4$     C.  $l_1$  与  $l_4$  既不垂直也不平行    D.  $l_1$  与  $l_4$  的位置关系不确定

10. 对任意复数  $w_1, w_2$ , 定义  $w_1 * w_2 = w_1 \overline{w_2}$ , 其中  $\overline{w_2}$  是  $w_2$  的共轭复数, 对任意复数  $z_1, z_2, z_3$  有如下四个命题:

①  $(z_1 + z_2) * z_3 = (z_1 * z_3) + (z_2 * z_3)$ ; ②  $z_1 * (z_2 + z_3) = (z_1 * z_2) + (z_1 * z_3)$ ;

③  $(z_1 * z_2) * z_3 = z_1 * (z_2 * z_3)$ ; ④  $z_1 * z_2 = z_2 * z_1$ ;

则真命题的个数是 ( )

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分。

(一) 必做题 (11-13题)

11. 曲线  $y = 5e^x + 3$  在点  $(0, -2)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

12. 从字母  $a, b, c, d, e$  中任取两个不同字母, 则取字母  $a$  的概率为\_\_\_\_\_.

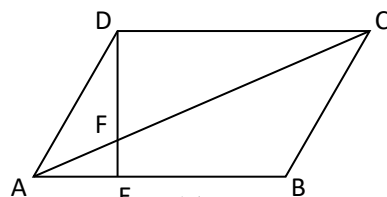
13. 等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数, 且  $a_1 a_5 = 4$ , 则  $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \log_2 a_4 + \log_2 a_5 =$ \_\_\_\_\_.

(二) 选做题 (14 - 15题, 考生只能从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系中, 曲线  $C_1$  和  $C_2$  的方程分别为  $2\rho \cos^2 \theta = \sin \theta$  和  $\rho \cos \theta = 1$ , 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为  $x$  轴的正半轴, 建立直角坐标系, 则曲线  $C_1$  与  $C_2$  交点的直角坐标为\_\_\_\_\_.

15. (几何证明选讲选做题) 如图1, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $E$  在  $AB$  上,

且  $EB = 2AE$ ,  $AC$  与  $DE$  交于点  $F$ , 则  $\frac{\triangle CDF \text{ 的周长}}{\triangle AEF \text{ 的周长}} =$ \_\_\_\_\_.



三. 解答题. 本大题共6小题, 满分80分. 解答需写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = A \sin(x + \frac{\pi}{3})$ ,  $x \in R$ , 且  $f(\frac{5\pi}{12}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

(1) 求  $A$  的值;

(2) 若  $f(\theta) + f(-\theta) = \sqrt{3}$ ,  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 求  $f(\frac{\pi}{6} - \theta)$ .

17. (本小题满分13分)

某车间20名工人年龄数据如下表:

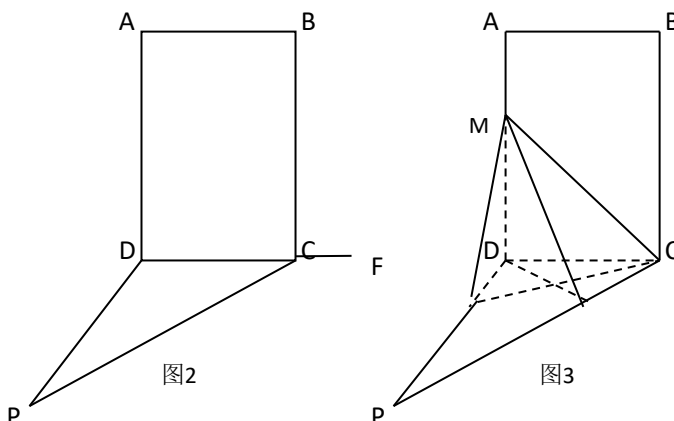
年龄(岁)	工人数(人)
19	1
28	3
29	3
30	5
31	4
32	3
40	1
合计	20

- (1) 求这20名工人年龄的众数与极差;
- (2) 以十位数为茎, 个位数为叶, 作出这20名工人年龄的茎叶图;
- (3) 求这20名工人年龄的方差. 学科网

18. (本小题满分13分)

如图2, 四边形ABCD为矩形,  $PD \perp$  平面ABCD,  $AB=1, BC=PC=2$ , 作如图3折叠, 折痕 $EF \parallel DC$ . 其中点E, F分别在线段PD, PC上, 沿EF折叠后点P在线段AD上的点记为M, 并且 $MF \perp CF$ .

- (1) 证明:  $CF \perp$  平面MDF
- (2) 求三棱锥M-CDE的体积.



19. (本小题满分14分)

设各项均为正数的数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $S_n$  满足  $S_n^2 - (n^2 + n - 3)S_n - 3(n^2 + n) = 0, n \in N^*$ .

(1) 求  $a_1$  的值；

(2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(3) 证明：对一切正整数  $n$ ，有  $\frac{1}{a_1(a_1+1)} + \frac{1}{a_2(a_2+1)} + \cdots + \frac{1}{a_n(a_n+1)} < \frac{1}{3}$ .

20. (本小题满分14分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的一个焦点为  $(\sqrt{5}, 0)$ ，离心率  $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ，且椭圆  $C$  上的点到  $Q(0, 2)$  的距离的最大值为 3.

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程；

(2) 若动点  $P(x_0, y_0)$  为椭圆  $C$  外一点，且点  $P$  到椭圆  $C$  的两条切线相互垂直，求点  $P$  的轨迹方程。

21. (本小题满分14分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + ax + 1 (a \in R)$

(1) 求函数  $f(x)$  的单调区间；

(2) 当  $a < 0$  时，试讨论是否存在  $x_0 \in (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1)$ ，使得  $f(x_0) = f(\frac{1}{2})$