

2010年江西高考文科数学真题

绝密★启用前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（江西卷）

文科数学

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页，第II卷3至4页，共150分。

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第II卷用黑色墨水签字笔在答题卡上作答。若在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

参考公式

如果事件 A, B 互斥，那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B ，相互独立，那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ，那么

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

第I卷

一. 选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 对于实数 a, b, c ，“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 若集合 $A = \{x \mid |x| \leq 1\}$ ， $B = \{x \mid x \geq 0\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x \mid x \geq 0\}$ C. $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ D. \emptyset
3. $(1-x)^{10}$ 展开式中 x^3 项的系数为
A. -720 B. 720 C. 120 D. -120
4. 若 $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ 满足 $f'(1) = 2$ ，则 $f'(-1) =$
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
5. 不等式 $|x-2| > x-2$ 的解集是
A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

6. 函数 $y = \sin^2 x + \sin x - 1$ 的值域为

- A. $[-1, 1]$ B. $[-\frac{5}{4}, -1]$ C. $[-\frac{5}{4}, 1]$ D. $[-1, \frac{5}{4}]$

7. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $|a_1| = 1, a_5 = -8a_2, a_5 > a_2$, 则 $a_n =$

- A. $(-2)^{n-1}$ B. $-(-2)^{n-1}$ C. $(-2)^n$ D. $-(-2)^n$

8. 若函数 $y = \frac{ax}{1+x}$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则 a 为

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 任意实数

9. 有 n 位同学参加某项选拔测试, 每位同学能通过测试的概率都是 p ($0 < p < 1$), 假设每位同学能否通过测试是相互独立的, 则至少有一位同学通过测试的概率为

- A. $(1-p)^n$ B. $1-p^n$ C. p^n D. $1-(1-p)^n$

10. 直线 $y = kx + 3$ 与圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ 相交于 M, N 两点, 若 $|MN| \geq 2\sqrt{3}$, 则 k 的取值范围是

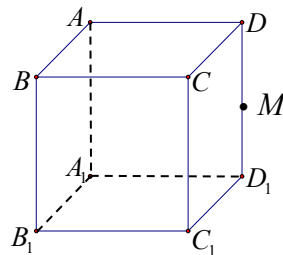
- A. $[-\frac{3}{4}, 0]$ B. $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$ C. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ D. $[-\frac{2}{3}, 0]$

11. 如图, M 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 DD_1 的中点, 给出下列命题

- ①过 M 点有且只有一条直线与直线 AB, B_1C_1 都相交;
 ②过 M 点有且只有一条直线与直线 AB, B_1C_1 都垂直;
 ③过 M 点有且只有一个平面与直线 AB, B_1C_1 都相交;
 ④过 M 点有且只有一个平面与直线 AB, B_1C_1 都平行.

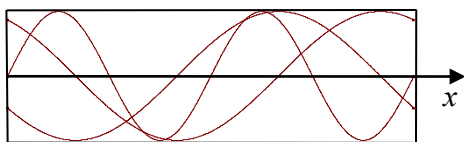
其中真命题是:

- A. ②③④ B. ①③④ C. ①②④ D. ①②③

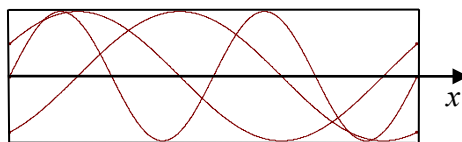


12. 如图, 四位同学在同—个坐标系中分别选定了—个适当的区间, 各自作出三个函数 $y = \sin 2x$,

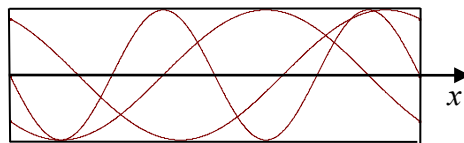
$y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$, $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ 的图像如下. 结果发现其中有一位同学作出的图像有错误, 那么有错误的图像是



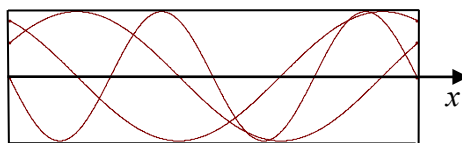
A



B



C



D

注意事项：

第II卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题上作答，答案无效。

二. 填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。请把答案填在答题卡上

13. 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 满足 $|\vec{b}|=2$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 60° , 则 \vec{b} 在 \vec{a} 上的投影是_____;

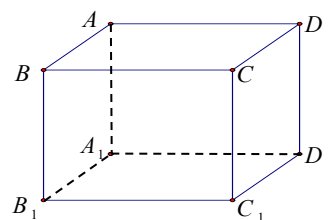
【答案】1

【解析】考查向量的投影定义, \vec{b} 在 \vec{a} 上的投影等于 \vec{b} 的模乘以两向量夹角的余弦值

14. 将5位志愿者分成3组, 其中两组各2人, 另一组1人, 分赴世博会的三个不同场馆服务, 不同的分配方案有_____种 (用数字作答);

15. 点 $A(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1$ 的右支上, 若点 A 到右焦点的距离等于 $2x_0$, 则 $x_0 =$ _____;

16. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的顶点均在同一个球面上, $AB = AA_1 = 1$, $BC = \sqrt{2}$, 则 A, B 两点间的球面距离为_____.



三. 解答题：本大题共6小题，共74分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分12分)

设函数 $f(x) = 6x^3 + 3(a+2)x^2 + 2ax$.

(1) 若 $f(x)$ 的两个极值点为 x_1, x_2 , 且 $x_1x_2 = 1$, 求实数 a 的值;

(2) 是否存在实数 a , 使得 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的单调函数? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 说明理由.

18. (本小题满分12分)

某迷宫有三个通道, 进入迷宫的每个人都要经过一扇智能门. 首次到达此门, 系统会随机 (即等可能) 为你打开一个通道. 若是1号通道, 则需要1小时走出迷宫; 若是2号、3号通道, 则分别需要2小时、3小时返回智能门. 再次到达智能门时, 系统会随机打开一个你未到过的通道, 直至走出迷宫为止.

(1) 求走出迷宫时恰好用了1小时的概率;

(2) 求走出迷宫的时间超过3小时的概率.

19. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = (1 + \cot x) \sin^2 x - 2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) \sin(x - \frac{\pi}{4})$.

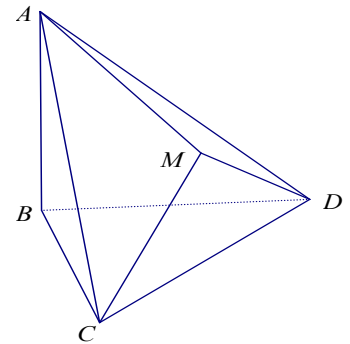
- (1) 若 $\tan \alpha = 2$, 求 $f(\alpha)$;
- (2) 若 $x \in [\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$, 求 $f(x)$ 的取值范围.

20. (本小题满分12分)

如图, $\triangle BCD$ 与 $\triangle MCD$ 都是边长为2的正三角形, 平面 $MCD \perp$ 平面 BCD , $AB \perp$ 平面 BCD ,

$$AB = 2\sqrt{3}.$$

- (1) 求直线 AM 与平面 BCD 所成的角的大小;
- (2) 求平面 ACM 与平面 BCD 所成的二面角的正弦值.

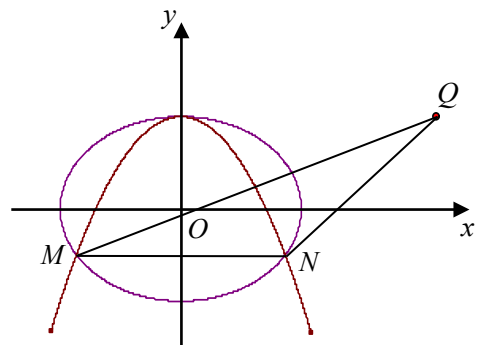


21. (本小题满分12分)

已知抛物线 $C_1: x^2 + by = b^2$ 经过椭圆 $C_2: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点.

- (1) 求椭圆 C_2 的离心率;
- (2)

设 $Q(3, b)$, 又 M, N 为 C_1 与 C_2 不在 y 轴上的两个交点, 若 $\triangle QMN$ 的重心在抛物线 C_1 上, 求 C_1 和 C_2 的方程.



22. (本小题满分14分)

正实数数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 5$, 且 $\{a_n^2\}$ 成等差数列.

(1) 证明数列 $\{a_n\}$ 中有无穷多项为无理数;

(2) 当 n 为何值时, a_n 为整数, 并求出使 $a_n < 200$ 的所有整数项的和.