绝密★启用前

2016年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题（本大题共有14题，满分56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分.

1．设 $x\in\mathbf{R}$，则不等式 $|x-3|<1$ 的解集为______.

2．设 $z=\dfrac{3+2\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则z的虚部等于__________________.

3．已知平行直线 $l_1:2x+y-1=0,l_2:2x+y+1=0$，则 l_1与l_2 的距离是______________.

4．某次体检，5位同学的身高（单位：米）分别为1.72，1.78，1.80，1.69，1.76，则这组数据的中位数是________（米）.

5．若函数 $f(x)=4\sin x+a\cos x$ 的最大值为5，则常数 $a=$______.

6．已知点 $(3,9)$ 在函数 $f(x)=1+a^x$ 的图像上，则 $f(x)$的反函数$f^{-1}(x)=$ ________ .

7．若 x,y 满足 $\begin{cases}x\geq 0,\\ y\geq 0,\\ y\geq x+1,\end{cases}$ 则 $x-2y$ 的最大值为______.

8．方程 $3\sin x=1+\cos 2x$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上的解为__________.

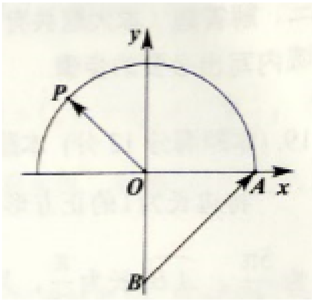
9．在 $\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{x}\right)^n$ 的二项展开式中，所有项的二项式系数之和为256，则常数项等于_________.

10．已知△ABC的三边长分别为3,5,7，则该三角形的外接圆半径等于_________.

11．某食堂规定，每份午餐可以在四种水果中任选两种，则甲、乙两同学各自所选的两种

水果相同的概率为______.

12．如图，已知点$O(0,0)$,$A(1.0)$,$B(0,-1)$,P是曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 上一个动点，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BA}$ 的取值范围是____.



13．设$a>0$,$b>0$. 若关于x,y的方程组$\begin{cases}ax+y=1\\x+by=1\end{cases}$,无解，则 $a+b$ 的取值范围是____.

14．无穷数列$\{a_n\}$由k个不同的数组成，S_n为$\{a_n\}$的前n项和.若对任意 $n\in\mathbf{N}^*$， $S_n\in\{2,3\}$，

则k的最大值为____.

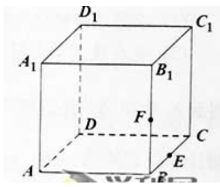
二、选择题（本大题共有4小题，满分20分）每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律得零分.

15．设 $a\in\mathbf{R}$，则“$a>1$”是“$a^2>1$”的（　）

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充要条件　　（D）既非充分也非必要条件

16．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F分别为BC、BB_1的中点，则下列直线中与直线EF相交的是（　）.



(A)直线AA_1　　(B)直线A_1B_1

(C)直线A_1D_1　　(D)直线B_1C_1

17．设 $a\in\mathbf{R}$，$b\in[0,2\pi]$.若对任意实数x都有 $\sin(3x-\frac{\pi}{3})=\sin(ax+b)$，则满足条件的有序实数对$(a,b)$的对数为（　）.

(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

18．设 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的三个函数．对于命题：①若 $f(x)+g(x)$、

$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$ 均是增函数，则 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 均是增函数；②若 $f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，则 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，下列判断正确的是（　）.

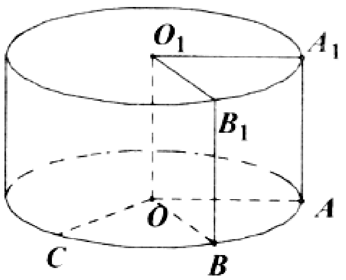
(A)①和②均为真命题　　(B)①和②均为假命题

(C)①为真命题，②为假命题　(D)①为假命题，②为真命题

三、解答题（本题共有5题，满分74分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

19．（本题满分12分）本题共有2个小题，第1个小题满分6分，第2个小题满分6分.

将边长为1的正方形 AA_1O_1O（及其内部）绕 OO_1 旋转一周形成圆柱，如图，$\overset{\frown}{AC}$ 长为 $\dfrac{5\pi}{6}$，$\overset{\frown}{A_1B_1}$ 长为 $\dfrac{\pi}{3}$，其中 B_1 与 C 在平面 AA_1O_1O 的同侧.

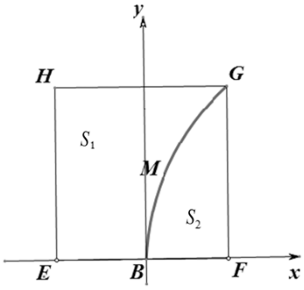


（1）求圆柱的体积与侧面积；

（2）求异面直线 O_1B_1 与 OC 所成的角的大小.

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1个小题满分6分，第2个小题满分8分.

有一块正方形菜地 $EFGH$，EH 所在直线是一条小河，收获的蔬菜可送到 F 点或河边运走. 于是，菜地分为两个区域 S_1 和 S_2，其中 S_1 中的蔬菜运到河边较近，S_2 中的蔬菜运到 F 点较近，而菜地内 S_1 和 S_2 的分界线 C 上的点到河边与到 F 点的距离相等，现建立平面直角坐标系，其中原点 O 为 EF 的中点，点 F 的坐标为（1,0），如图.



（1）求菜地内的分界线C的方程；

（2）菜农从蔬菜运量估计出S_1面积是S_2面积的两倍，由此得到S_1面积的“经验值”为$\frac{8}{3}$.设M是C上纵坐标为1的点，请计算以EH为一边、另一边过点M的矩形的面积，及五边形$EOMGH$的面积，并判断哪一个更接近于S_1面积的“经验值”.

21．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

双曲线$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，直线$l$过$F_2$且与双曲线交于$A$、$B$两点.

（1）若l的倾斜角为$\frac{\pi}{2}$，$\triangle F_1AB$是等边三角形，求双曲线的渐近线方程；

（2）设$b=\sqrt{3}$，若l的斜率存在，且$|AB|=4$，求l的斜率.

22．（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分.

对于无穷数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$，记$A=\{x\mid x=a_n，n\in\mathbf{N}^*\}$，$B=\{x\mid x=b_n，n\in\mathbf{N}^*\}$，若同时满足条件：①$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均单调递增；②$A\cap B=\varnothing$且$A\cup B=\mathbf{N}^*$，则称$\{a_n\}$与$\{b_n\}$是无穷互补数列.

（1）若$a_n=2n-1$，$b_n=4n-2$，判断$\{a_n\}$与$\{b_n\}$是否为无穷互补数列，并说明理由；

（2）若$a_n=2^n$且$\{a_n\}$与$\{b_n\}$是无穷互补数列，求数列$\{b_n\}$的前16项的和；

（3）若$\{a_n\}$与$\{b_n\}$是无穷互补数列，$\{a_n\}$为等差数列且$a_{16}=36$，求$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式.

23．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分.

已知$a\in\mathbf{R}$，函数$f(x)=\log_2(\frac{1}{x}+a)$.

（1）当$a=1$时，解不等式$f(x)>1$；

（2）若关于x的方程$f(x)+\log_2(x^2)=0$的解集中恰有一个元素，求a的值；

（3）设 $a>0$，若对任意 $t\in[\frac{1}{2},1]$，函数 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过1，求 a 的取值范围.