

# 2022 年普通高等学校招生全国统一考试

## 文科数学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号框, 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 集合  $M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $N = \{x | -1 < x < 6\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )

- A.  $\{2, 4\}$                       B.  $\{2, 4, 6\}$                       C.  $\{2, 4, 6, 8\}$                       D.  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

2. 设  $(1+2i)a+b=2i$ , 其中  $a, b$  为实数, 则 ( )

- A.  $a=1, b=-1$                       B.  $a=1, b=1$                       C.  $a=-1, b=1$                       D.  $a=-1, b=-1$

3. 已知向量  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 4)$ , 则  $|\vec{a} - \vec{b}|$  ( )

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5

4. 分别统计了甲、乙两位同学 16 周的每周课外体育运动时长 (单位: h), 得如下茎叶图:

| 甲 |       |     | 乙               |  |
|---|-------|-----|-----------------|--|
| 6 | 1     | 5.  |                 |  |
| 8 | 5 3 0 | 6.  | 3               |  |
| 7 | 5 3 2 | 7.  | 4 6             |  |
| 6 | 4 2 1 | 8.  | 1 2 2 5 6 6 6 6 |  |
| 4 | 2     | 9.  | 0 2 3 8         |  |
|   |       | 10. | 1               |  |

则下列结论中错误的是 ( )

- A. 甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为 7.4
- B. 乙同学周课外体育运动时长的样本平均数大于 8
- C. 甲同学周课外体育运动时长大于 8 的概率的估计值大于 0.4

D. 乙同学周课外体育运动时长大于 8 的概率的估计值大于 0.6

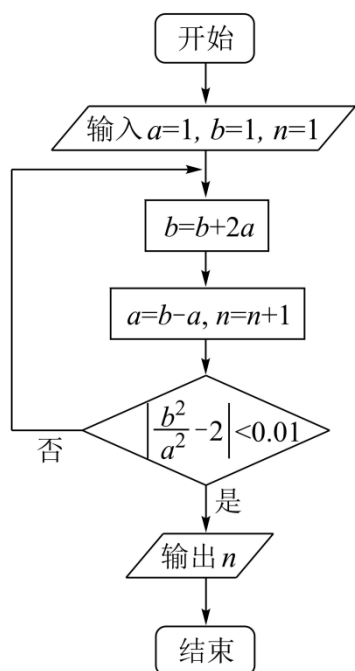
5. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 2, \\ x+2y \leq 4, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 2x - y$  的最大值是 ( )

- A. -2                      B. 4                      C. 8                      D. 12

6. 设  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点, 点  $A$  在  $C$  上, 点  $B(3, 0)$ , 若  $|AF| = |BF|$ , 则  $|AB| =$  ( )

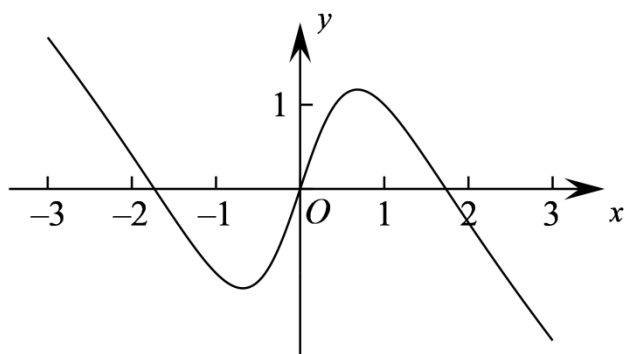
- A. 2                      B.  $2\sqrt{2}$                       C. 3                      D.  $3\sqrt{2}$

7. 执行下边的程序框图, 输出的  $n =$  ( )



- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6

8. 如图是下列四个函数中的某个函数在区间  $[-3, 3]$  的大致图像, 则该函数是 ( )



A.  $y = \frac{-x^3 + 3x}{x^2 + 1}$       B.  $y = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$       C.  $y = \frac{2x \cos x}{x^2 + 1}$       D.  $y = \frac{2 \sin x}{x^2 + 1}$

9. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F$  分别为  $AB, BC$  的中点, 则 ( )

- A. 平面  $B_1EF \perp$  平面  $BDD_1$       B. 平面  $B_1EF \perp$  平面  $A_1BD$   
C. 平面  $B_1EF \parallel$  平面  $A_1AC$       D. 平面  $B_1EF \parallel$  平面  $A_1C_1D$

10. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的前 3 项和为 168,  $a_2 - a_5 = 42$ , 则  $a_6 =$  ( )

- A. 14      B. 12      C. 6      D. 3

11. 函数  $f(x) = \cos x + (x+1)\sin x + 1$  在区间  $[0, 2\pi]$  的最小值、最大值分别为 ( )

- A.  $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$       B.  $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$       C.  $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 2$       D.  $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 2$

12. 已知球  $O$  的半径为 1, 四棱锥的顶点为  $O$ , 底面的四个顶点均在球  $O$  的球面上, 则当该四棱锥的体积最大时, 其高为 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.**

13. 记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $2S_3 = 3S_2 + 6$ , 则公差  $d =$  \_\_\_\_\_.

14. 从甲、乙等 5 名同学中随机选 3 名参加社区服务工作, 则甲、乙都入选的概率为 \_\_\_\_\_.

15. 过四点  $(0,0), (4,0), (-1,1), (4,2)$  中的三点的一个圆的方程为 \_\_\_\_\_.

16. 若  $f(x) = \ln \left| a + \frac{1}{1-x} \right| + b$  是奇函数, 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

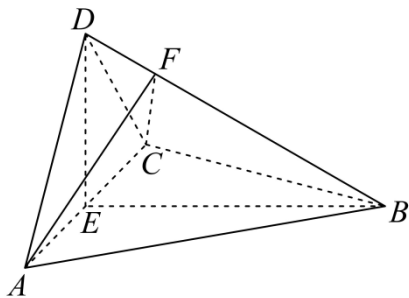
**三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.**

17. 记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin C \sin(A-B) = \sin B \sin(C-A)$ .

(1) 若  $A = 2B$ , 求  $C$ ;

(2) 证明:  $2a^2 = b^2 + c^2$

18. 如图, 四面体  $ABCD$  中,  $AD \perp CD, AD = CD, \angle ADB = \angle BDC$ ,  $E$  为  $AC$  的中点.



(1) 证明：平面  $BED \perp$  平面  $ACD$ ；

(2) 设  $AB = BD = 2, \angle ACB = 60^\circ$ ，点  $F$  在  $BD$  上，当  $\triangle AFC$  的面积最小时，求三棱锥  $F-ABC$  的体积。

19. 某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山。为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了 10 棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位： $\text{m}^2$ ）和材积量（单位： $\text{m}^3$ ），得到如下数据：

| 样本号 $i$         | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 总和  |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| 根部横截面积<br>$x_i$ | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.6 |
| 材积量 $y_i$       | 0.25 | 0.40 | 0.22 | 0.54 | 0.51 | 0.34 | 0.36 | 0.46 | 0.42 | 0.40 | 3.9 |

并计算得  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 0.038, \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 1.6158, \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 0.2474$ 。

(1) 估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

(2) 求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到 0.01）；

(3) 现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为

$186\text{m}^2$ 。已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比。利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值。

附：相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{1.896} \approx 1.377$ 。

20. 已知函数  $f(x) = ax - \frac{1}{x} - (a+1)\ln x$ 。

(1) 当  $a = 0$  时，求  $f(x)$  的最大值；

(2) 若  $f(x)$  恰有一个零点, 求  $a$  的取值范围.

21. 已知椭圆  $E$  的中心为坐标原点, 对称轴为  $x$  轴、 $y$  轴, 且过  $A(0, -2), B\left(\frac{3}{2}, -1\right)$  两点.

(1) 求  $E$  的方程;

(2) 设过点  $P(1, -2)$  的直线交  $E$  于  $M, N$  两点, 过  $M$  且平行于  $x$  轴的直线与线段  $AB$  交于点  $T$ , 点  $H$  满足  $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{TH}$ . 证明: 直线  $HN$  过定点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 不涂、多涂均按所答第一题评分; 多答按所答第一题评分.

[选修 4—4: 坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos 2t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ , ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴正

半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + m = 0$ .

(1) 写出  $l$  的直角坐标方程;

(2) 若  $l$  与  $C$  有公共点, 求  $m$  的取值范围.

[选修 4—5: 不等式选讲]

23. 已知  $a, b, c$  都是正数, 且  $a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}} + c^{\frac{3}{2}} = 1$ , 证明:

(1)  $abc \leq \frac{1}{9}$ ;

(2)  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq \frac{1}{2\sqrt{abc}}$ ;

