

2012年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科A卷）

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设*i*为虚数单位，则复数 $\frac{5-6i}{i} =$

- A. $6+5i$ B. $6-5i$ C. $-6+5i$ D. $-6-5i$

2. 设集合 $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ ， $M = \{1,2,4\}$ 则 $\complement_U M =$

- A. U B. $\{1,3,5\}$ C. $\{3,5,6\}$ D. $\{2,4,6\}$

3. 若向量 $\overrightarrow{BA} = (2,3)$ ， $\overrightarrow{CA} = (4,7)$ ，则 $\overrightarrow{BC} =$

- A. $(-2,-4)$ B. $(3,4)$ C. $(6,10)$ D. $(-6,-10)$

4. 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是

- A. $y = \ln(x+2)$ B. $y = -\sqrt{x+1}$ C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ D. $y = x + \frac{1}{x}$

5. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$ ，则 $z = 3x + y$ 的最大值为

- A. 12 B. 11 C. 3 D. -1

6. 某几何体的三视图如图1所示，它的体积为

- A. 12π B. 45π C. 57π D. 81π

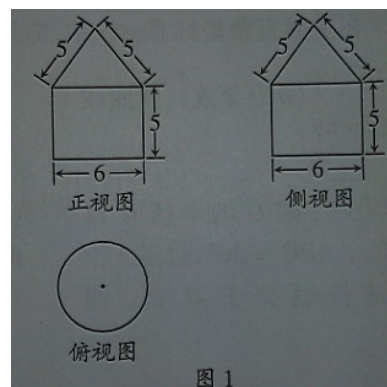


图 1

7. 从个位数与十位数之和为奇数的两位数中任取一个，其中个位数为0的概率是

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{9}$

8. 对任意两个非零的平面向量 α, β ，定义 $\alpha \circ \beta = \frac{\alpha \cdot \beta}{\beta \cdot \beta}$ 。若平面向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| \geq |\vec{b}| > 0$ ， \vec{a} 与 \vec{b} 的

夹角 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ ，且 $\alpha \circ \beta$ 和 $\beta \circ \alpha$ 都在集合 $\left\{\frac{n}{2} \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$ 中，则 $\vec{a} \circ \vec{b} =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

二、填空题：本大题共7小题。考生作答6小题。每小题5分，满分30分。

(一) 必做题 (9~13题)

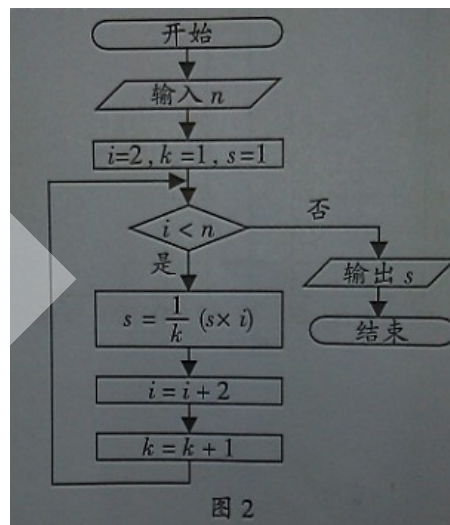
9. 不等式 $|x+2| - |x| \leq 1$ 的解集为_____。

10. $(x^2 + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中 x^3 的系数为_____。(用数字作答)

11. 已知递增的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_3 = a_2^2 - 4$, 则 $a_n =$ _____。

12. 曲线 $y = x^3 - x + 3$ 在点 (1,3) 处的切线方程为_____。

13. 执行如图2所示的程序框图, 若输入 n 的值为8, 则输出 s 的值为_____。



(二) 选做题 (14、15题, 考生只能从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 在平面直角坐标系中 xoy 中, 曲线 C_1 和曲线 C_2 的

参数方程分别为 $\begin{cases} x = t \\ y = \sqrt{t} \end{cases}$ (t 为参数) 和 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 则曲线 C_1 和曲线 C_2 的交点坐标为_____。

15. (几何证明选讲选做题) 如图3, 圆 O 的半径为1, A, B, C 是圆上三点, 且满足 $\angle ABC = 30^\circ$, 过点 A 做圆 O 的切线与 OC 的延长线交与点 P , 则 $PA =$ _____。

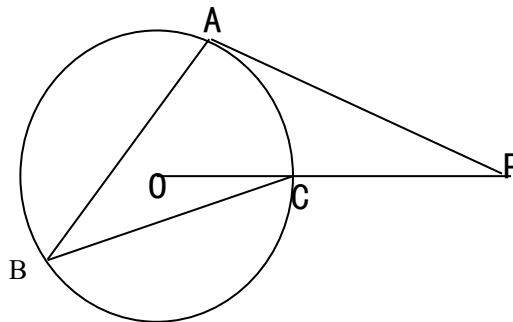


图3

三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$ (其中 $\omega > 0, x \in R$) 的最小正周期为 10π 。

(1) 求 ω 的值；

(2) 设 $\alpha, \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $f(5\alpha + \frac{5\pi}{3}) = -\frac{6}{5}$, $f(5\beta - \frac{5\pi}{6}) = \frac{16}{17}$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值。

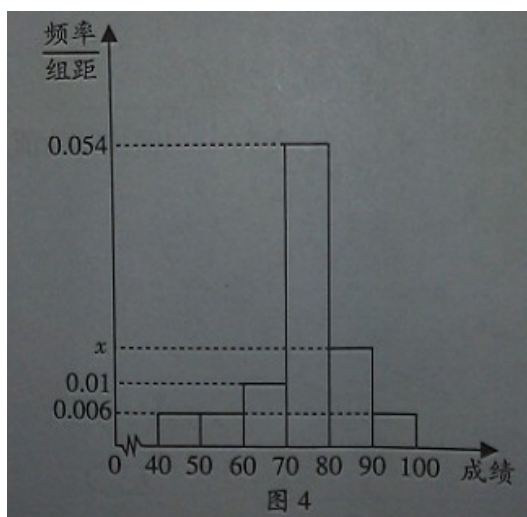
17. (本小题满分13分)

某班50位学生期中考试数学成绩的频率分布直方图如图4所示，其中成绩分组区间是：

$[40,50)$, $[50,60)$, $[60,70)$, $[70,80)$, $[80,90)$, $[90,100]$,

(1)求图中x的值；

(2)从成绩不低于80分的学生中随机选取2人，2人中成绩在90分以上(含90分)的人数记为 ξ ，求 ξ 的数学期望。

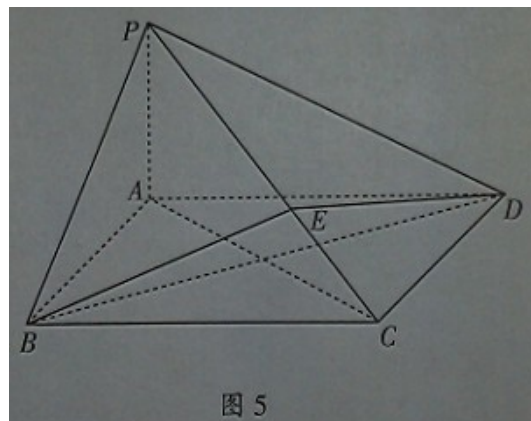


18. (本小题满分13分)

如图5所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，点 E 在线段 PC 上， $PC \perp$ 平面 BDE 。

(1) 证明： $BD \perp$ 平面 PAC ；

(2) 若 $PA = 1$, $AD = 2$ ，求二面角 $B-PC-A$ 的正切值。



19. (本小题满分14分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $2S_n = a_{n+1} - 2^{n+1} + 1$, $n \in N^*$, 且 $a_1, a_2 + 5, a_3$ 成等差数列.

(1) 求 a_1 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 证明: 对一切正整数 n , 有 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{3}{2}$.

20. (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \sqrt{\frac{2}{3}}$, 且椭圆 C 上的点到点 Q

$(0, 2)$ 的距离的最大值为 3.

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 在椭圆 C 上, 是否存在点 $M(m, n)$, 使得直线 $l: mx + ny = 1$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于不同的两点 A 、 B , 且 ΔOAB 的面积最大? 若存在, 求出点 M 的坐标及对应的 ΔOAB 的面积; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分14分)

设 $a < 1$, 集合 $A = \{x \in R | x > 0\}$, $B = \{x \in R | 2x^2 - 3(1+a)x + 6a > 0\}$, $D = A \cap B$.

(1) 求集合 D (用区间表示);

(2) 求函数 $f(x) = 2x^3 - 3(1+a)x^2 + 6ax$ 在 D 内的极值点.

