

2011年陕西省高考数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共10小题，每小题5分，共50分）

1. （5分）（2011•陕西）设 \vec{a} , \vec{b} 是向量，命题“若 $\vec{a} \neq -\vec{b}$ ，则 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ”的逆命题是（ ）

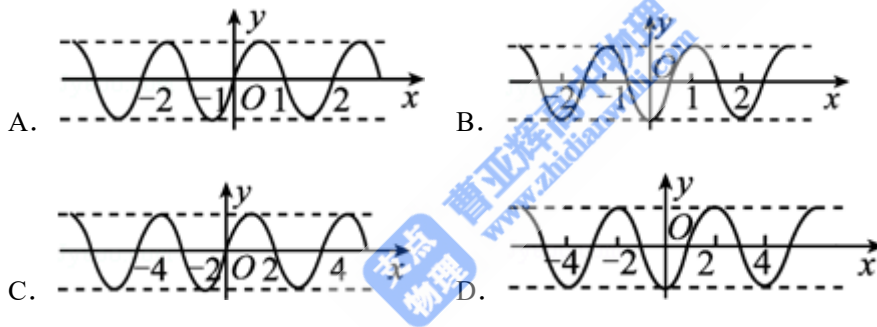
A. 若 $\vec{a} \neq -\vec{b}$ ，则 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ” B. 若 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，则 $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$

C. 若 $\vec{a} \neq \vec{b}$ ，则 $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ D. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，则 $\vec{a} \neq -\vec{b}$

2. （5分）（2011•陕西）设抛物线的顶点在原点，准线方程为 $x = -2$ ，则抛物线的方程是（ ）

A. $y^2 = -8x$ B. $y^2 = 8x$ C. $y^2 = -4x$ D. $y^2 = 4x$

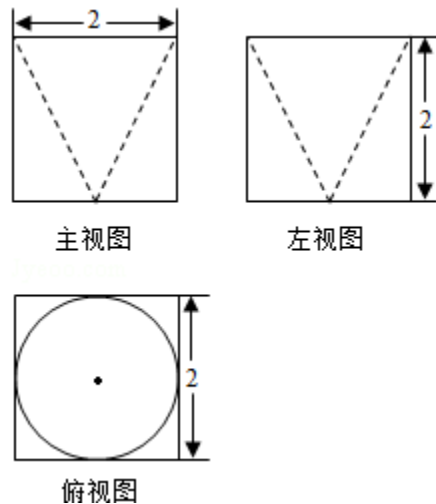
3. （5分）（2011•陕西）设函数 $f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 满足 $f(-x) = f(x)$ ， $f(x+2) = f(x)$ ，则 $y = f(x)$ 的图象可能是（ ）



4. （5分）（2011•陕西） $(x^2 - x^{-4})^6$ ($x \in \mathbb{R}$) 展开式中的常数项是（ ）

A. -20 B. -15 C. 15 D. 20

5. （5分）（2011•陕西）某几何体的三视图如图所示，则它的体积是（ ）

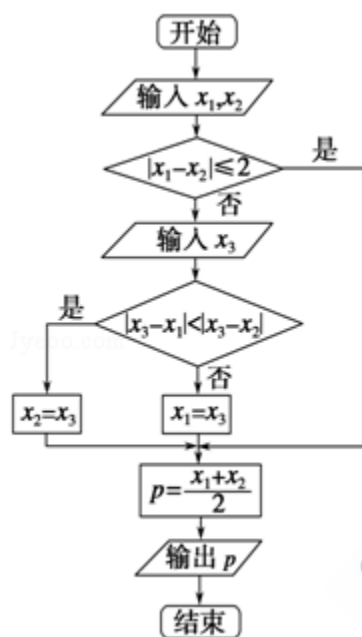


- A. $8 - \frac{2\pi}{3}$ B. $8 - \frac{\pi}{3}$ C. $8 - 2\pi$ D. $\frac{2\pi}{3}$

6. (5分) (2011•陕西) 函数 $f(x) = \sqrt{x} - \cos x$ 在 $[0, +\infty)$ 内 ()
 A. 没有零点 B. 有且仅有一个零点
 C. 有且仅有两个零点 D. 有无穷多个零点

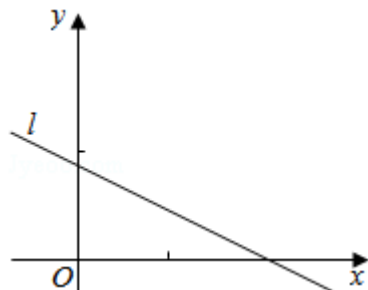
7. (5分) (2011•陕西) 设集合 $M = \{y | y = |\cos^2 x - \sin^2 x|, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{x | |x - \frac{1}{i}| < \sqrt{2}, i \text{ 为虚数单位}, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()

8. (5分) (2011•陕西) 如图中, x_1, x_2, x_3 为某次考试三个评阅人对同一道题的独立评分, P 为该题的最终得分. 当 $x_1=6, x_2=9, p=8.5$ 时, x_3 等于 ()



- A. 11 B. 10 C. 8 D. 7

9. (5分) (2011•陕西) 设 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 是变量 x 和 y 的 n 个样本点, 直线 l 是由这些样本点通过最小二乘法得到的线性回归直线 (如图), 以下结论中正确的是 ()



- A. x 和 y 的相关系数为直线 l 的斜率
 B. x 和 y 的相关系数在 0 到 1 之间
 C. 当 n 为偶数时, 分布在 l 两侧的样本点的个数一定相同
 D. 直线 l 过点 (\bar{x}, \bar{y})

10. (5分) (2011•陕西) 甲乙两人一起去游“2011西安世园会”，他们约定，各自独立地从1到6号景点中任选4个进行游览，每个景点参观1小时，则最后一小时他们同在一个景点的概率是 ()

- A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{5}{36}$ D. $\frac{1}{6}$

二、填空题：(本大题共5小题，每小题5分，共25分)

11. (5分) (2011•陕西) 设 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0 \\ x + \int_0^a 3t^2 dt, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若 $f(f(1)) = 1$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

12. (5分) (2011•陕西) 设 $n \in \mathbb{N}_+$ ，一元二次方程 $x^2 - 4x + n = 0$ 有整数根的充要条件是 $n = \underline{\hspace{2cm}}$

13. (5分) (2011•陕西) 观察下列等式

$$1=1$$

$$2+3+4=9$$

$$3+4+5+6+7=25$$

$$4+5+6+7+8+9+10=49$$

...

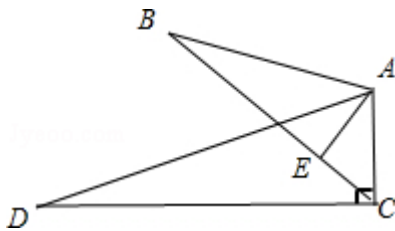
照此规律，第 n 个等式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (5分) (2011•陕西) 植树节某班20名同学在一段直线公路一侧植树，每人植一棵，相邻两棵树相距10米. 开始时需将树苗集中放置在某一树坑旁边，使每位同学从各自树坑出发前来领取树苗往返所走的路程总和最小，这个最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (米).

15. (5分) (2011•陕西) (请在下列三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题评分)

A. (不等式选做题) 若不等式 $a \geq |x+1| + |x-2|$ 存在实数解，则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

B. (几何证明选做题) 如图， $\angle B = \angle D$ ， $AE \perp BC$ ， $\angle ACD = 90^\circ$ ，且 $AB = 6$ ， $AC = 4$ ， $AD = 12$ ，则 $AE = \underline{\hspace{2cm}}$.



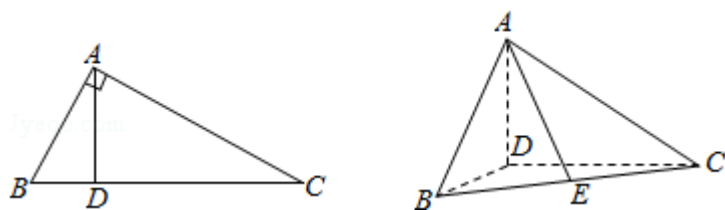
C. (坐标系与参数方程选做题) 直角坐标系 xOy 中，以原点为极点， x 轴的正半轴为极轴

建极坐标系，设点 A ， B 分别在曲线 $C_1: \begin{cases} x = 3 + \cos \theta \\ y = 4 + \sin \theta \end{cases}$

(θ 为参数) 和曲线 $C_2: \rho = 1$ 上，则 $|AB|$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：接答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 (本大题共6小题，共75分)

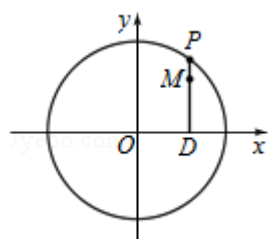
16. (12分) (2011•陕西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, $\angle BAC=90^\circ$, AD 是高, 沿 AD 把 $\triangle ABD$ 折起, 使 $\angle BDC=90^\circ$.



- (I) 证明: 平面 $ADB \perp$ 平面 BDC ;
 (II) 设 E 为 BC 的中点, 求 \overrightarrow{AE} 与 \overrightarrow{DB} 夹角的余弦值.

17. (12分) (2011•陕西) 如图, 设 P 是圆 $x^2+y^2=25$ 上的动点, 点 D 是 P 在 x 轴上的射影, M 为 PD 上一点, 且 $|MD|=\frac{4}{5}|PD|$.

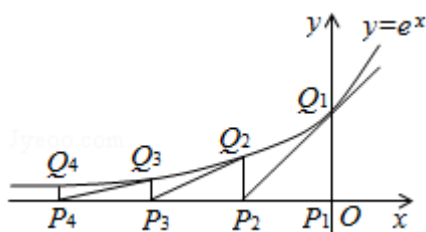
- (I) 当 P 在圆上运动时, 求点 M 的轨迹 C 的方程
 (II) 求过点 $(3, 0)$ 且斜率 $\frac{4}{5}$ 的直线被 C 所截线段的长度.



18. (12分) (2011•陕西) 叙述并证明余弦定理.

19. (12分) (2011•陕西) 如图, 从点 $P_1(0, 0)$ 做 x 轴的垂线交曲线 $y=e^x$ 于点 $Q_1(0, 1)$, 曲线在 Q_1 点处的切线与 x 轴交于点 P_2 , 再从 P_2 做 x 轴的垂线交曲线于点 Q_2 , 依次重复上述过程得到一系列点: $P_1, Q_1; P_2, Q_2, \dots; P_n, Q_n$, 记 P_k 点的坐标为 $(x_k, 0)$ ($k=1, 2, \dots, n$).

- (I) 试求 x_k 与 x_{k-1} 的关系 ($2 \leq k \leq n$);
 (II) 求 $|P_1Q_1|+|P_2Q_2|+|P_3Q_3|+\dots+|P_nQ_n|$.



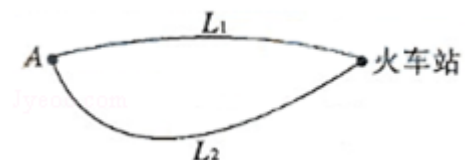
20. (13分) (2011•陕西) 如图, A 地到火车站共有两条路径 L_1 和 L_2 , 据统计, 通过两条路径所用的时间互不影响, 所用时间落在各时间段内的频率如下表:

所用时间（分钟）	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60
L_1 的频率	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2
L_2 的频率	0	0.1	0.4	0.4	0.1

现甲、乙两人分别有40分钟和50分钟时间用于赶往火车站.

(I) 为了尽最大可能在各自允许的的时间内赶到火车站, 甲和乙应如何选择各自的路径?

(II) 用 X 表示甲、乙两人中在允许的的时间内能赶到火车站的人数, 针对(I)的选择方案, 求 X 的分布列和数学期望.



21. (14分) (2011•陕西) 设函数 $f(x)$ 定义在 $(0, +\infty)$ 上, $f(1)=0$, 导函数 $f'(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = f(x) + f'(x)$.

(I) 求 $g(x)$ 的单调区间和最小值;

(II) 讨论 $g(x)$ 与 $g\left(\frac{1}{x}\right)$ 的大小关系;

(III) 是否存在 $x_0 > 0$, 使得 $|g(x) - g(x_0)| < \frac{1}{x}$ 对任意 $x > 0$ 成立? 若存在, 求出 x_0 的取值范围; 若不存在请说明理由.